

TECHNICKÁ UNIVERZITA V KOŠICIACH
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

Modelovanie a analýza nelineárnych systémov s hybridnou dynamikou

Bakalárska práca

Budziňáková Dominika

2015/2016

Vedúci práce: doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.

Konzultant práce: Ing. Dominik Vošček

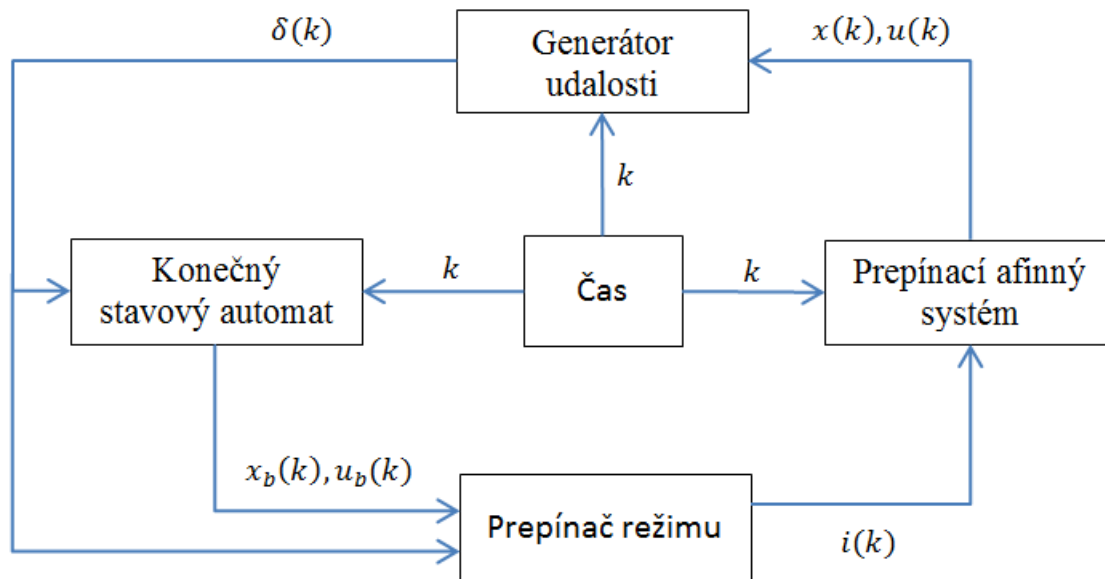
Katedra kybernetiky a umelej inteligencie

Obsah

1. Nelineárne systémy s hybridnou dynamikou
2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou (HSsHD)
3. Analýza hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou (HSsHD)
4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou (HSsHD)
5. Získané výsledky

1. Nelineárne systémy s hybridnou dynamikou

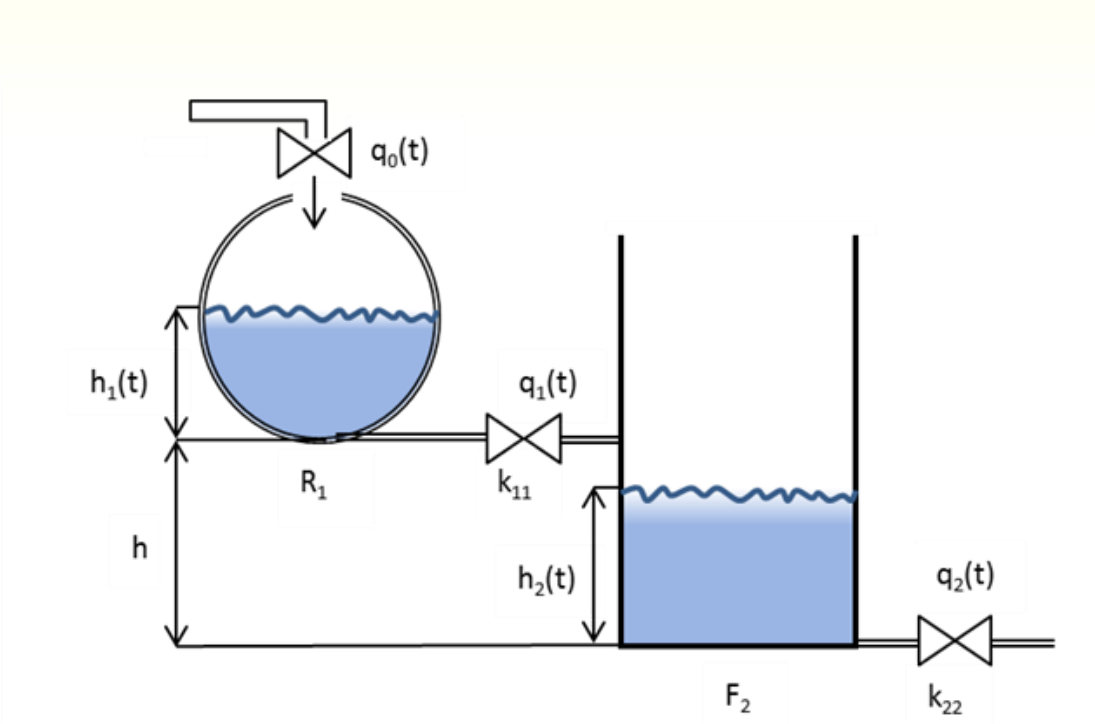
Hybridný systém



Obr. 1 Diskrétne hybridný automat

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

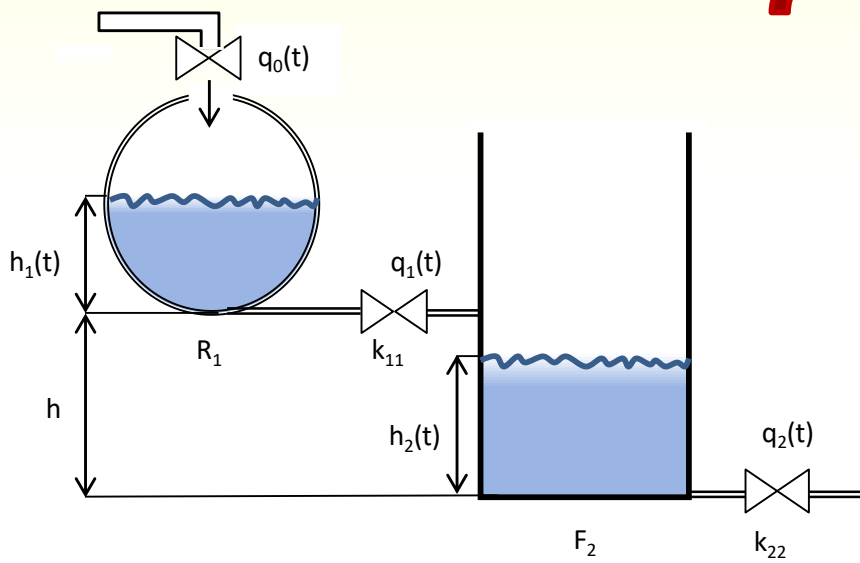
Parametre systému, Fyzikálne veličiny



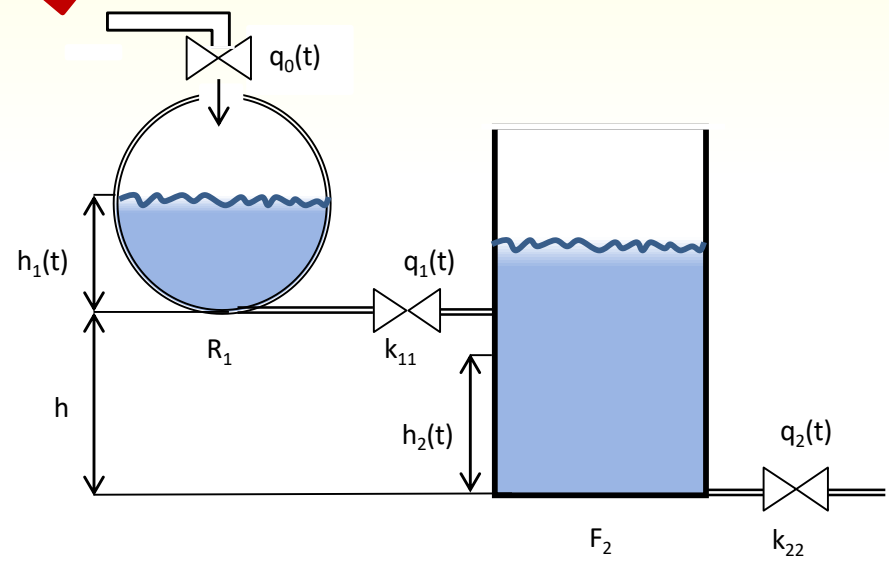
Obr. 2 Hydraulický systém dvoch nádob s hybridnou dynamikou

h	
h_{1max}	
h_{2max}	
F_2	$h_1(t)$
$F_1(h_1(t))$	$h_2(t)$
R_1	$q_0(t)$
g	$q_1(t)$
ρ	$q_2(t)$
k_{11}	
k_{22}	

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou



Obr. 3 systém bez interakcie
dynamika A



Obr. 4 systém s interakciou
dynamika B

podmienka prepnutia dynamiky :

$$h_2(t) > h$$

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Fyzikálne zákony

Zákon zachovania hmotnosti

$$\frac{d}{dt}(\rho \cdot S \cdot v) = 0,$$

kde $\rho = \rho(t)$ je hustota kvapaliny, $S = S(t)$ prierez potrubia,
 $v = v(t)$ rýchlosť prietoku kvapaliny

Bernoulliho rovnica

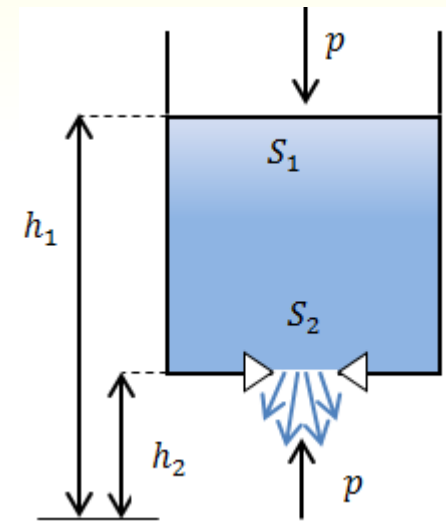
$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + p = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + p$$

kde p – tlak v kvapaline, g - gravitačné zrýchlenie, ρ – hustota kvapaliny,
 v_1 - rýchlosť výtoku kvapaliny pri ploche S_1 ,
 v_2 - rýchlosť výtoku kvapaliny pri ploche S_2

Torricelliho vzťah

$$v = \sqrt{2gh}$$

kde $h = h_1 - h_2$ je výška hladiny nad odtokovým ventilom



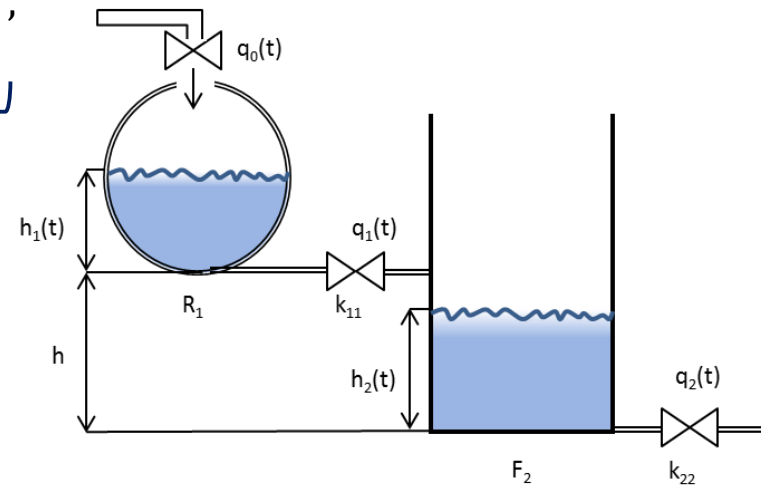
Obr. 5 Výtok kvapaliny otvorom malého prierezu

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Dynamika A – bez interakcie

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \underbrace{\frac{q_0(t)}{\pi(2R_1h_1(t) - h_1^2(t))} - \frac{k_{11}\sqrt{h_1(t)}}{\pi(2R_1h_1(t) - h_1^2(t))}}_{f_{1A}},$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \underbrace{\frac{k_{11}\sqrt{h_1(t)}}{F_2} - \frac{k_{22}\sqrt{h_2(t)}}{F_2}}_{f_{2A}}$$



Obr. 6 Systém – dynamika A

rovnovážny stav druhej nádoby systému pre dynamiku A : $h_{2s1} = 1 \text{ m}$

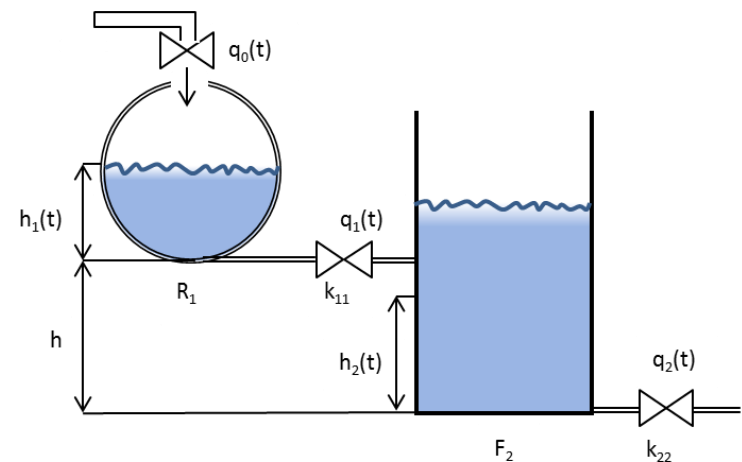
2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Dynamika B – s interakciou

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \underbrace{\frac{q_0(t)}{\pi(2R_1h_1(t) - h_1^2(t))} - \frac{\text{sign}(h_1(t) - (h_2(t) - h)) k_{11}\sqrt{|h_1(t) - (h_2(t) - h)|}}{\pi(2R_1h_1(t) - h_1^2(t))}}_{f_{1B}},$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \underbrace{\frac{\text{sign}(h_1(t) - (h_2(t) - h)) k_{11}\sqrt{|h_1(t) - (h_2(t) - h)|}}{F_2} - \frac{k_{22}\sqrt{h_2(t)}}{F_2}}_{f_{2B}}$$

rovnovážny stav druhej nádoby systému
pre dynamiku B : $h_{2s2} = 1,6 \text{ m}$



Obr. 7 Systém – dynamika B

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Pracovné body pre *dynamiku A* , *dynamiku B*

1.) $u = 0 \rightarrow$ rovnovážny stav

2.) $u \neq 0 \rightarrow$ rovnovážny stav \sim pracovný bod

Zvolené ustálené hladiny druhej nádoby :

$$h_{2s1} = 1, \quad h_{2s2} = 1,6$$

\rightarrow ustálené hladiny prvej nádoby

$$h_{1s1} = h_{2s1} \left(\frac{k_{22}}{k_{11}} \right)^2, \quad h_{1s2} = h_{2s2} \left(\frac{k_{22}}{k_{11}} \right)^2 + h_{2s2} - h,$$

\rightarrow ustálený prítok

$$q_{0s1} = k_{22} \sqrt{h_{2s1}}, \quad q_{0s2} = k_{22} \sqrt{h_{2s2}},$$

$$\mathbf{PB}_A = [h_{1s1}, h_{2s1}, q_{0s1}], \quad \mathbf{PB}_B = [h_{1s2}, h_{2s2}, q_{0s2}]$$

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Lineárna aproximácia

Lineárnu aproximáciu vykonávame za pomoci rozvoja do Taylorovho radu :

$$f_i(\mathbf{x}(t), u(t)) \approx f_i(\mathbf{x}_s, u_s) + \sum_{k=1}^{n_x} \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \Big|_{x_s, u_s} (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{kS}) + \sum_{k=1}^{n_u} \frac{\partial f_i}{\partial u_k} \Big|_{x_s, u_s} (u(t) - u_{kS})$$

Odchýlkový model systému pre zvolený pracovný bod:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\Delta u(t)$$

pre dynamiku A

pre dynamiku B

kde $\Delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s$, $\Delta u(t) = u(t) - u_s$, $\mathbf{A} \in R^{(n \times n)}$, $\mathbf{B} \in R^{(n \times r)}$

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Lineárna aproximácia

Dynamika A

$$A_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1A}}{\partial h_1} & \frac{\partial f_{1A}}{\partial h_2} \\ \frac{\partial f_{2A}}{\partial h_1} & \frac{\partial f_{2A}}{\partial h_2} \end{bmatrix}_{PB_A} = \begin{bmatrix} \frac{-k_{11}}{2F_1\sqrt{h_1}} & 0 \\ \frac{k_{11}}{2F_2\sqrt{h_2}} & \frac{-k_{22}}{2F_2\sqrt{h_2}} \end{bmatrix}_{PB_A}$$

$$B_A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1A}}{\partial q_0} \\ \frac{\partial f_{2A}}{\partial q_0} \end{bmatrix}_{PB_A} = \begin{bmatrix} 1 \\ F_1 \\ 0 \end{bmatrix}_{PB_A}$$

$$PB_A = [h_{1s1}, h_{2s1}, q_{0s1}]$$

Dynamika B

$$L = h_{1s2} - h_{2s2} + h$$

$$A_B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1B}}{\partial h_1} & \frac{\partial f_{1B}}{\partial h_2} \\ \frac{\partial f_{2B}}{\partial h_1} & \frac{\partial f_{2B}}{\partial h_2} \end{bmatrix}_{PB_B} = \begin{bmatrix} \frac{-k_{11}}{2F_{s21}\sqrt{L}} & \frac{k_{11}}{2F_{s21}\sqrt{L}} \\ \frac{k_{11}}{2F_2\sqrt{L}} & -\left(\frac{k_{11}}{2F_2\sqrt{L}} + \frac{-k_{22}}{2F_2\sqrt{h_2}}\right) \end{bmatrix}_{PB_B}$$

$$B_B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1B}}{\partial q_0} \\ \frac{\partial f_{2B}}{\partial q_0} \end{bmatrix}_{PB_B} = \begin{bmatrix} 1 \\ F_1 \\ 0 \end{bmatrix}_{PB_B}$$

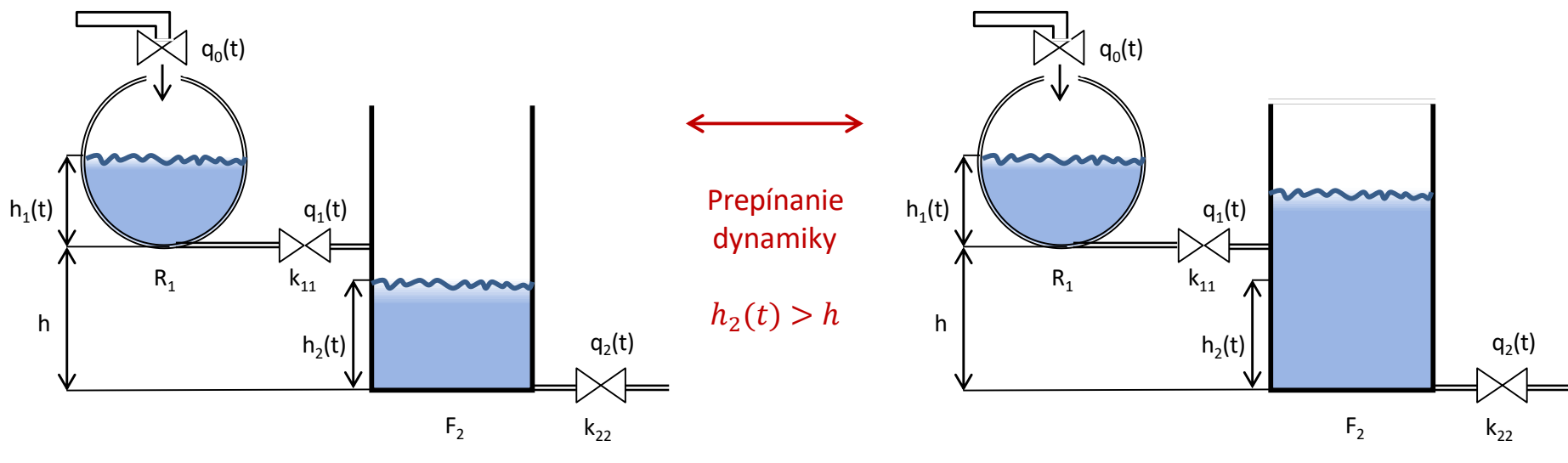
$$PB_B = [h_{1s2}, h_{2s2}, q_{0s2}]$$

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

HYSDEL

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \Delta u(t)$$

$$\Delta \mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{F} \Delta \mathbf{x}(kT) + \mathbf{G} \Delta u(kT)$$



MOD 1: **Dynamika A**
bez interakcie

MOD 2: **Dynamika B**
s interakciou

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Diskrétny popis lineárneho modelu hydraulického systému

dynamika A

$$\Delta h_1(k + T) = \left(1 - \frac{k_{1b} T}{F_{1s1}}\right) \Delta h_1(k) + \frac{\Delta q_0(k) T}{F_{1s1}}$$

$$\Delta h_2(k + T) = \frac{k_{1b} T}{F_2} \Delta h_1(k) + \left(1 - \frac{k_{2b} T}{F_2}\right) \Delta h_2(k)$$

$$\Delta h_1(k) = h_1 - h_{1s1}, \Delta h_2(k) = h_2 - h_{2s1}, \Delta q_0(k) = q_0 - q_{0s1}$$

Jakobiány F, G pre diskretný systém

$$F_A = \begin{bmatrix} -\frac{k_{1b}}{F_{1s1}} & 0 \\ \frac{k_{1b}}{F_2} & -\frac{k_{2b}}{F_2} \end{bmatrix}, \quad G_A = \begin{bmatrix} 1 \\ F_{1s1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Diskrétny popis lineárneho modelu hydraulického systému

dynamika B

$$\Delta h_1(k+T) = \left(1 - \frac{k_{1s} T}{F_{1s2}}\right) \Delta h_1(k) + \frac{k_{1s} T}{F_{1s2}} \Delta h_2(k) + \frac{\Delta q_0(k) T}{F_{1s2}}$$

$$\Delta h_2(k+T) = \frac{k_{1s} T}{F_{1s2}} \Delta h_1(k) - \left(\frac{k_{1s} T}{F_2} + \frac{k_{2s} T}{F_2} - 1\right) \Delta h_2(k)$$

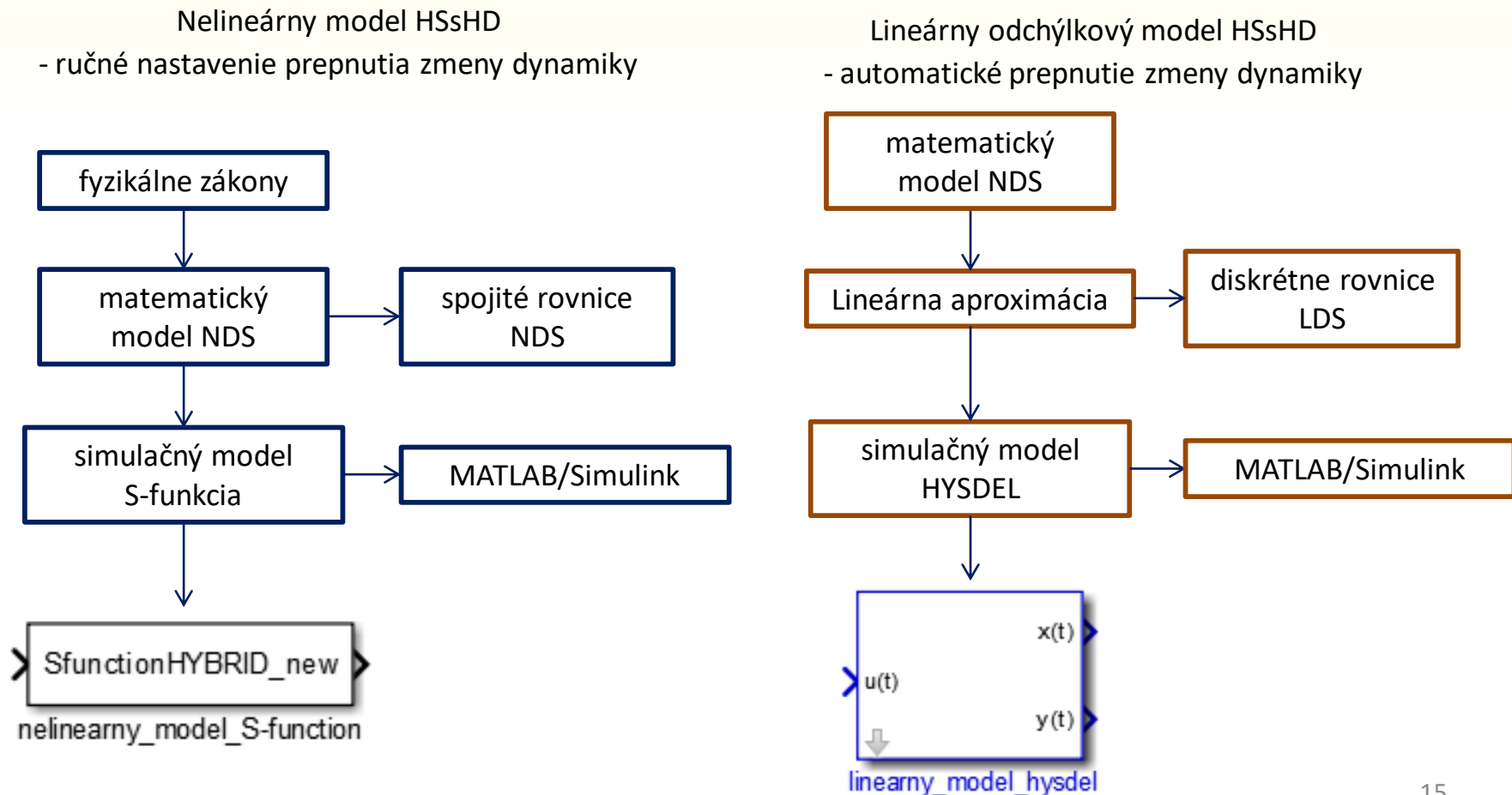
$$\Delta h_1(k) = h_1 - h_{1s2}, \Delta h_2(k) = h_2 - h_{2s2}, \Delta q_0(k) = q_0 - q_{0s2}$$

Jakobiány F, G pre diskretný systém pre *dynamiku B*

$$F_B = \begin{bmatrix} -\frac{k_{11}}{2F_{1s2}\sqrt{h_{1s2}-h_{2s2}+h}} & \frac{k_{11}}{2F_{1s2}\sqrt{h_{1s2}-h_{2s2}+h}} \\ \frac{k_{11}}{2F_{1s2}\sqrt{h_{1s2}-h_{2s2}+h}} & -\frac{k_{11}}{2F_{1s2}\sqrt{h_{1s2}-h_{2s2}+h}} - \frac{k_{22}}{2F_2 h_{2s2}} \end{bmatrix}, \quad G_B = \begin{bmatrix} 1 \\ F_{1s2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

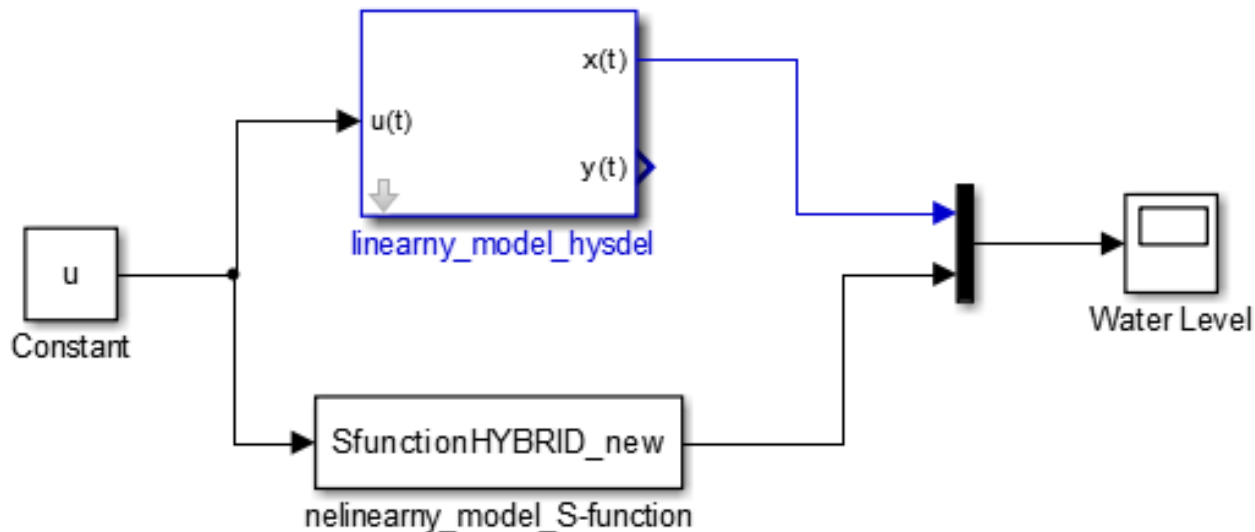
2. Modelovanie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Porovnanie lineárneho odchýlkového modelu a nelineárneho modelu



3. Analýza hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

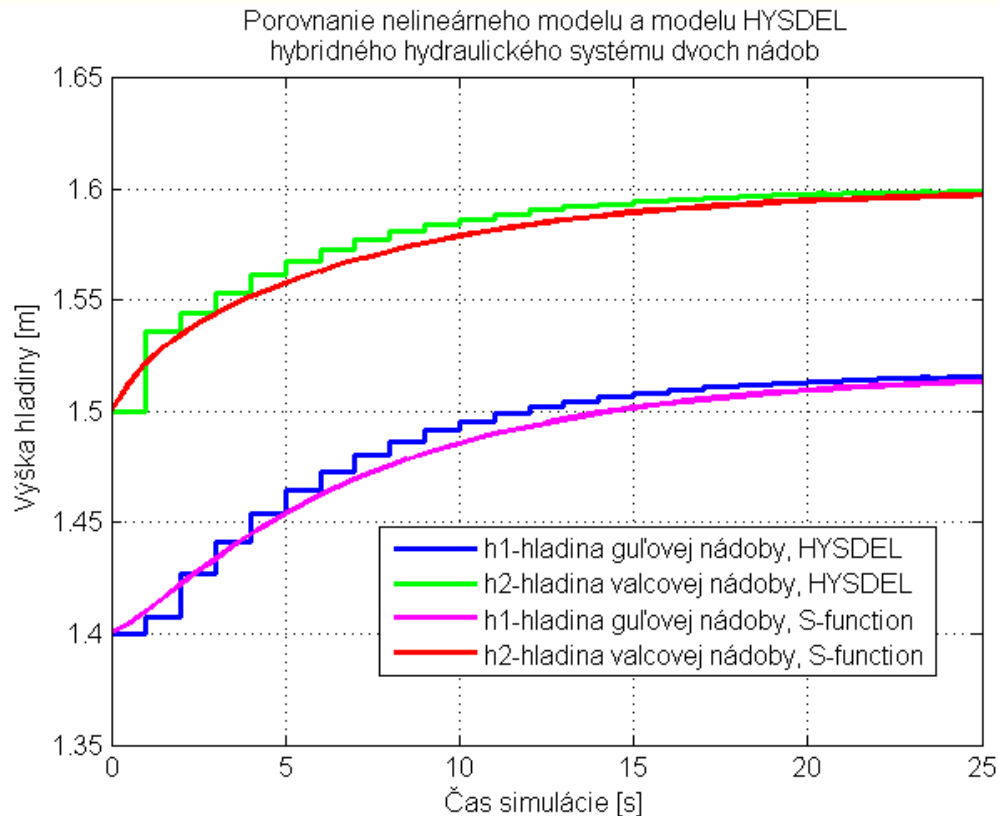
Porovnanie modelov HSsHD v prostredí MATLAB/Simulink



Obr. 8 Schéma nelineárneho modelu v S-funkcii a modelu HYSDEL hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

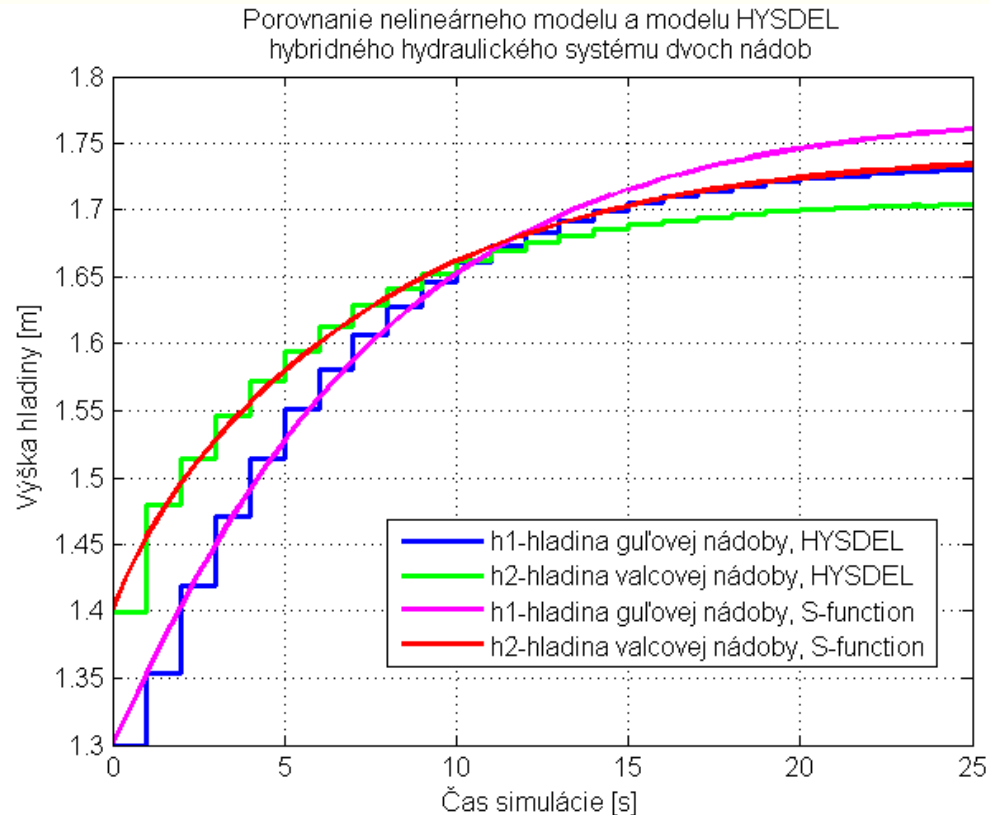
3. Analýza hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Časové priebehy výšok hladín HSsHD v *dynamike B* v blízkosti pracovného bodu



3. Analýza hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Časové priebehy výšok hladín HSsHD v *dynamike B* mimo pracovného bodu



4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Cieľom návrhu riadenia je zaistiť v okolí zvoleného pracovného bodu pre jednotlivé dynamiky stabilizáciu zvolenej regulovanej veličiny $h_2(t)$ v rovnovážnom a ustálenom stave.

Pre získanie požadovaného výstupu - využitie diskrétného *LQR regulátora* s minimalizovaním kvadratického funkcionálu :

$$J_M = x^T(M)Qx(M) + \sum_{k=0}^{M-1} (x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k))$$

kde $Q \in R^{m \times m}$ a $R \in R^{r \times r}$

4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

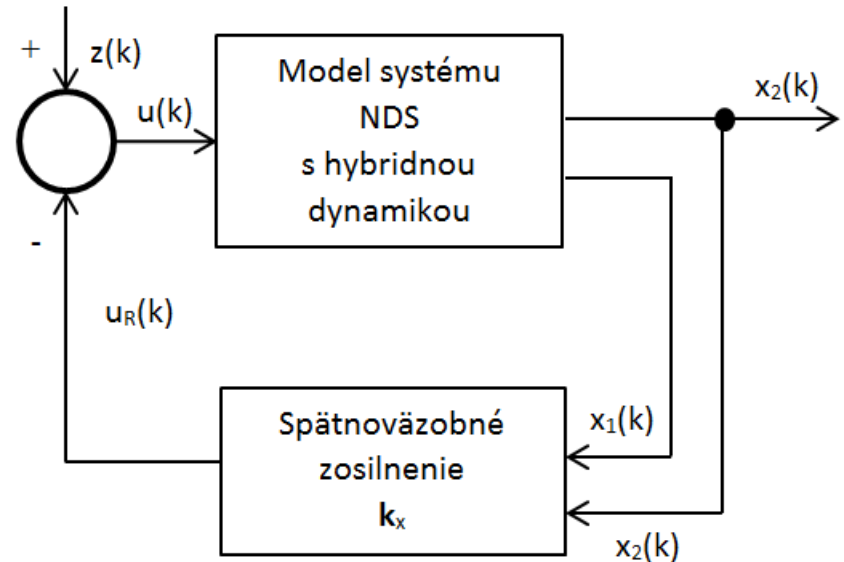
Riadiaca štruktúra stavového riadenia s cieľom riadenia do rovnovážneho stavu

Zákon riadenia do rovnovážneho stavu :

$$\Delta u(k) = -\mathbf{k}_x \Delta x(k)$$

Spätnoväzobné zosilnenie:

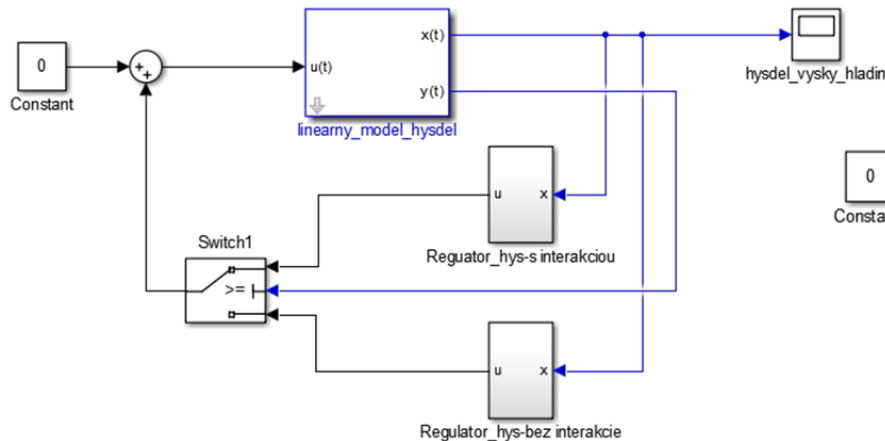
$$\mathbf{k}_x(k) = (R + G^T P(k) G)^{-1} G^T P(k) F$$



Obr. 8 Riadiaca štruktúra optimálneho stavového riadenia HSsHD

4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Riadenie do rovnovážneho stavu

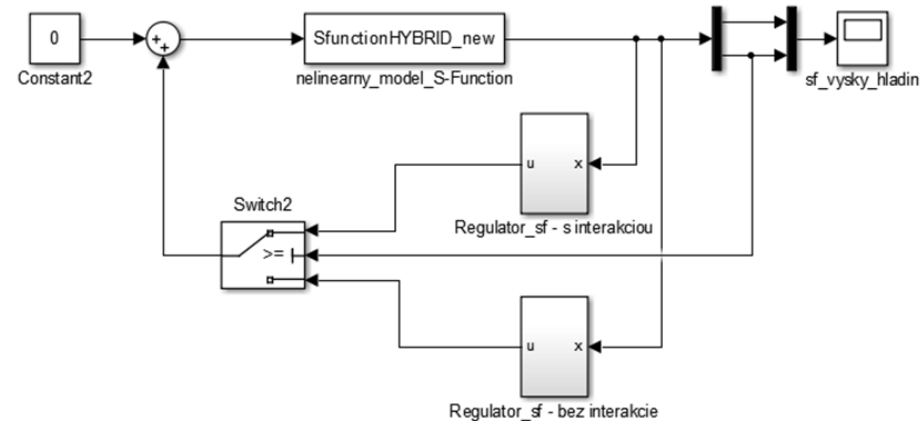


Obr. 9 Regulačná schéma stavového riadenia lineárneho odčlňkového modelu HSsHD - HYSDEL

zákony riadenia:

dynamika A $\Delta u_A(k) = -k_A \Delta x(k)$

dynamika B $\Delta u_B(k) = -k_B \Delta x(k)$



Obr. 10 Regulačná schéma stavového riadenia nelineárneho modelu HSsHD – S-funkcia

4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Graf riadenia do rovnovážneho stavu

Dynamika B

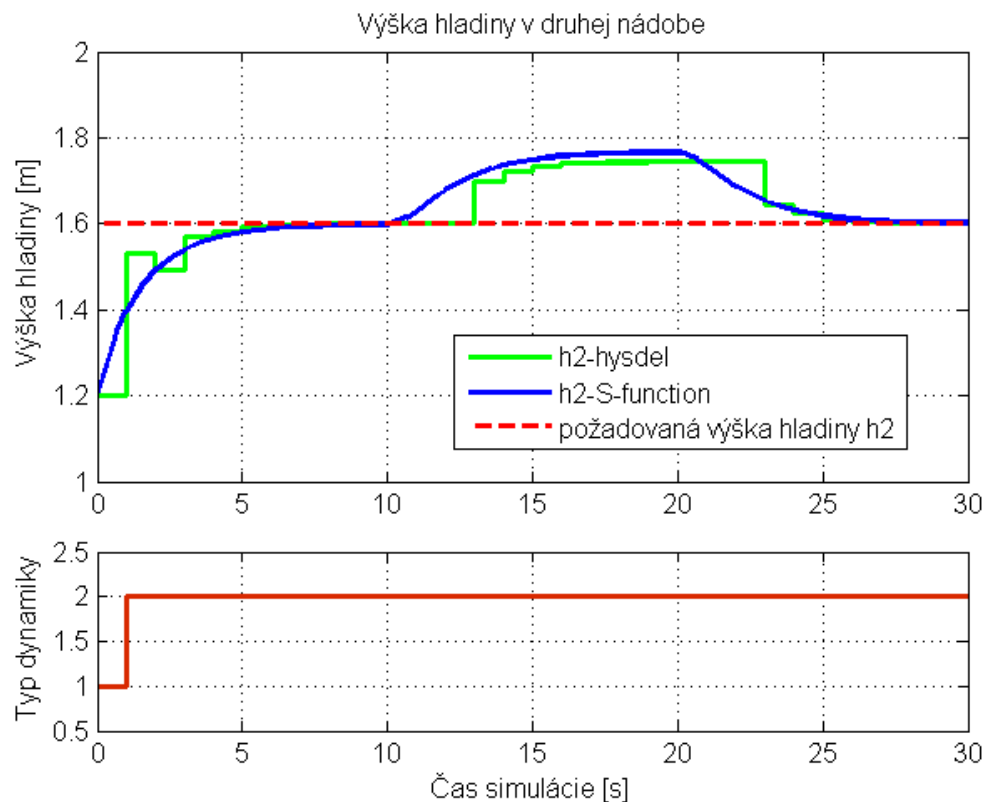
$$h_{2s2} = 1,6 \text{ m}$$

počiatočné

podmienky = [1.5; 1.2]

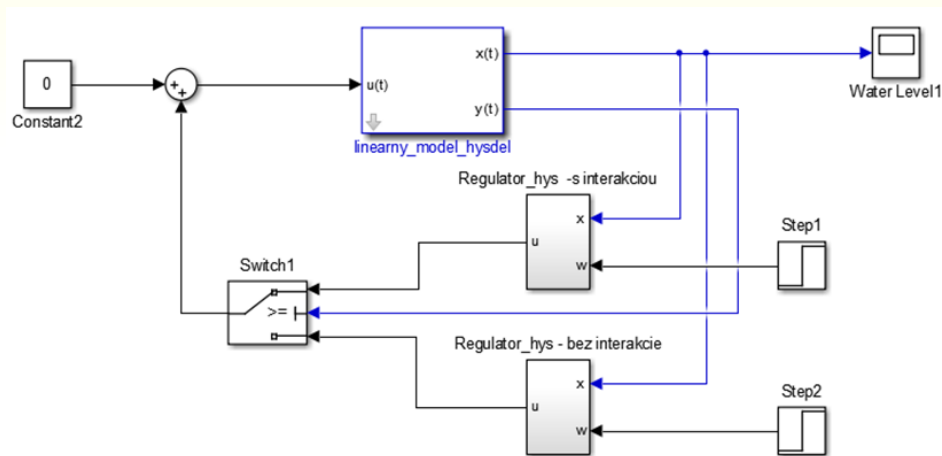
hodnoty matíc funkcionálu :

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$

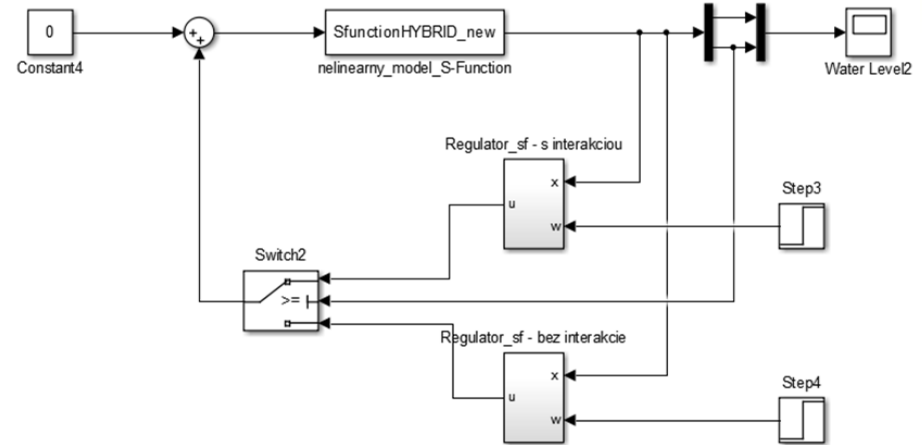


4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Riadenie na ustálený stav



Obr. 11 Regulačná schéma stavového riadenia lineárneho odchýlkového modelu HSsHD - HYSDEL



Obr. 12 Regulačná schéma stavového riadenia nelineárneho modelu HSsHD – S-funkcia

zákony riadenia:

dynamika A $\Delta u_A(k) = -k_A \Delta x(k) + N_A \Delta w(k)$

dynamika B $\Delta u_B(k) = -k_B \Delta x(k) + N_B \Delta w(k)$

4. Optimálne stavové riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Graf riadenia na ustálený stav

Dynamika B

nový ustálený stav:

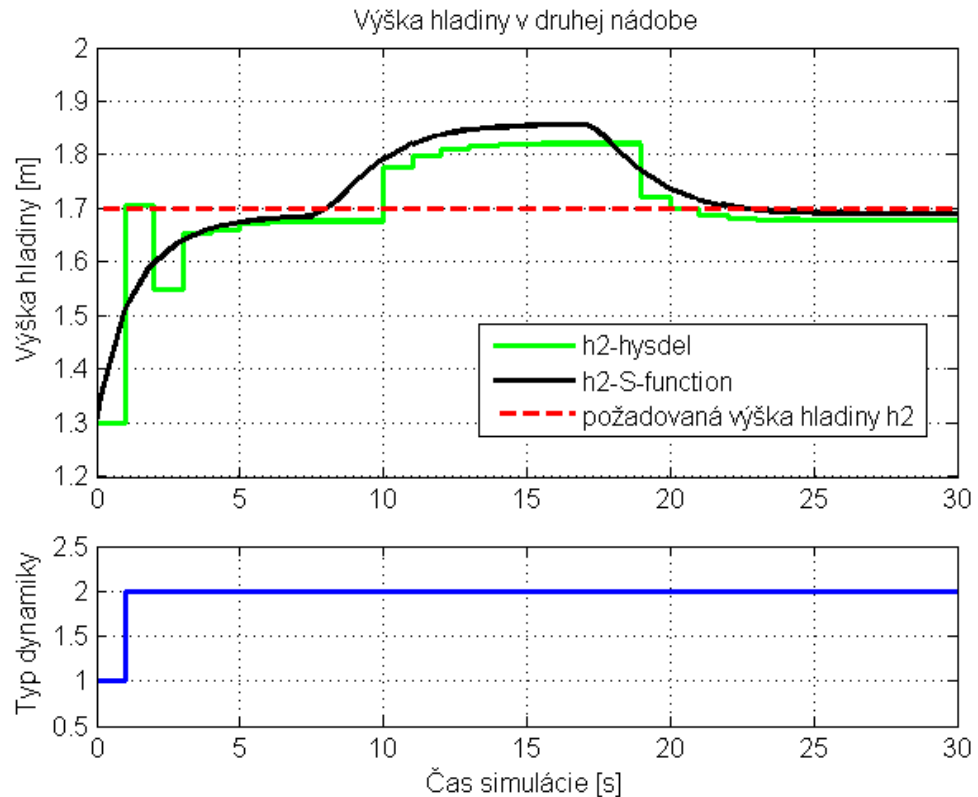
$$h_{2ref} = 1,7 \text{ m}$$

počiatočné

podmienky = [1.7;1.3]

hodnoty matíc funkcionálu :

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$



5. Získané výsledky

- modelovanie nelineárneho dynamického systému s hybridnou dynamikou
 - využité programovanie S-funkcií
- modelovanie lineárneho diskretného modelu s hybridnou dynamikou
 - programovanie v prostredí pre popis hybridných systémov HYSDEL
- optimálne riadenie nelineárnych dynamických systémov s hybridnou dynamikou
- výhody využitia prostredia HYSDEL pri riadení dynamických systémov s hybridnou dynamikou
- vytvorenie doplňujúcich materiálov pre cvičenia predmetu Optimálne riadenie hybridných systémov a Simulačné systémy

Ďakujem za pozornosť