

TECHNICKÁ UNIVERZITA V KOŠICIACH  
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY  
KATEDRA KYBERNETIKY A UMELEJ INTELIGENCIE

**NÁVRH PROGRAMOVÉHO NÁSTROJA S APLIKÁCIOU PRE  
MODELOVANIE A RIADENIE HYBRIDNÝCH SYSTÉMOV**

Diplomová práca      22.5.2019

Autor:                  Dominik Grigľák

Školiteľ:              doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.

Konzultant:          Ing. Dominik Vošček

# Obsah prezentácie

1. Stručný popis hybridného systému (HS)
2. Moduly vytvoreného softvérového nástroja – HACG UI
3. Implementované modely HS v HACG UI
4. Moduly analýzy a riadenia HACG UI
5. Webová aplikácia prezentujúca výsledky HACG UI
6. Tutoriál pre modelovanie, analýzu a riadenie modelov HS

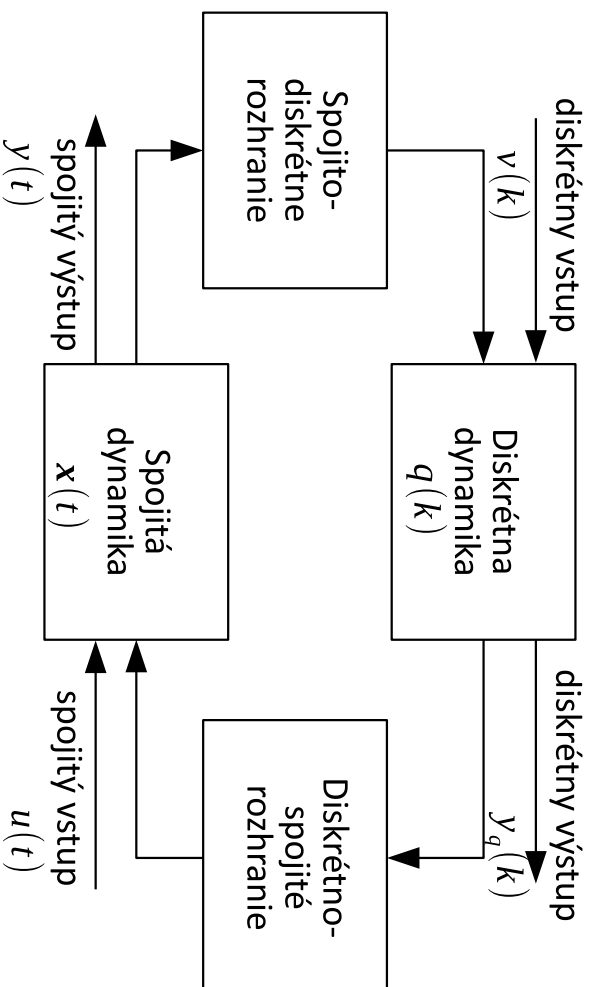
# Hybridné systémy



# Hybridné systémy

Hybridné systémy – dynamické systémy, kde:

- ▶ Popis stavových premenných – spojitá dynamika
- ▶ Popis módov systému – diskretná dynamika



# Matematická reprezentácia hybridných systémov

Reprezentácií HS je viacero, práca využíva:

- ▶ PWA – po častiach afinné systémy

$$x(k+1) = \mathbf{a}_m x(k) + \mathbf{b}_m u(k) + \mathbf{f}_m$$

$$\text{ak } \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k) \end{bmatrix} \in \mathcal{M}_m$$

- ▶ Využitie pri analýze a pri návrhu LQ riadenia

- ▶ MLD – zmiešané logicko-dynamické systémy

$$x(k+1) = Ax(k) + B_1 u(k) + B_2 \delta(k) + B_3 z(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + D_1 u(k) + D_2 \delta(k) + D_3 z(k)$$

$$E_2 \delta(k) + E_3 z(k) \leq E_1 z(k) + E_4 x(k) + E_5$$

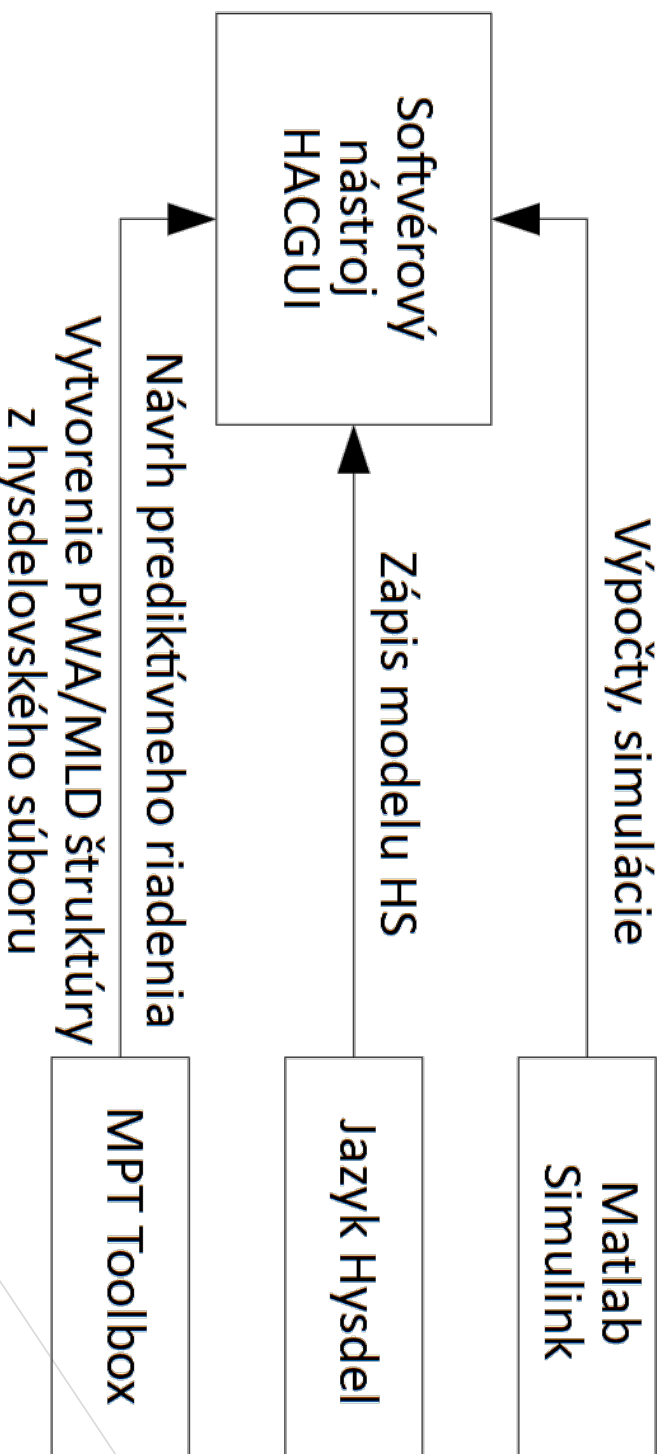
- ▶ Toolbox MPT využíva MLD pri prediktívnom riadení

# Popis modulov HACGUI



# Grafické užívateľské rozhranie pre analýzu a riadenie hybridných systémov (HACGUI) I.

- Programovacie prostriedky, jazyky a technológie



# Grafické užívateľské rozhranie pre analýzu a riadenie hybridných systémov (HACGU) II.

The screenshot displays the HACGU II software interface, which is divided into several functional areas:

- Oblasť záujmu (Area of Interest):** Contains buttons for "Fázové portréty" (Phase portraits), "ORO", "LQ riadenie" (LQ control), "LQ riadenie so sumátorom" (LQ control with summing junction), and "Prediktívne riadenie" (Predictive control). Each button has a "Help" option.
- Editovanie (Editing):** A central panel for configuring the "ORO" system, including fields for "Názov súboru dia hys" (File name), "Počiatočné podm." (Initial conditions), "Konštantný vstup" (Constant input), and "Cas simulácie" (Simulation time).
- Zvolený systém (Selected system):** Three schematic diagrams of different system configurations, each with a "Popis systému" (System description) button.
- SK ENG:** Language selection buttons for Slovak (SK) and English (ENG).
- Kresli (Draw):** A button for drawing or editing the system schematic.
- Výsledky simulácie (Simulation results):** Three graphs showing the results of a simulation:
  - Stavové premenné - ORO-dva hys:** A plot of "Hodnoty [m]" (Values [m]) vs "Cas [s]" (Time [s]). It shows two curves: x1 (blue) and x2 (red). The legend indicates x1 has a value of 4.6363 and x2 has a value of 6.1378.
  - Vstup/-y na systém - ORO:** A plot of "Hodnoty [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ]" (Values [ $m^3 \cdot s^{-1}$ ]) vs "Cas [s]". It shows a constant input u1 (blue) with a value of 0.23.
  - Mód systému - ORO:** A plot of "Hodnota" (Value) vs "Cas [s]". It shows a step function for the system mode, starting at 1 and switching to 2 at approximately 50 seconds.
- Navigation and Help:** Buttons for "Všeobecné inštrukcie" (General instructions) and "Ako vytvoriť vlastný systém" (How to create your own system).



# Grafické užívateľské rozhranie pre analýzu a riadenie hybridných systémov (HACGUI) III.

## Hlavné časti HACGUI

- ▶ Oblasť záujmu
- ▶ Editovanie
- ▶ Zvolený systém
- ▶ Výsledky simulácie

## Prídavné časti HACGUI

- ▶ Všeobecné inštrukcie
- ▶ Inštrukcie pre implementáciu vlastného systému do HACGUI

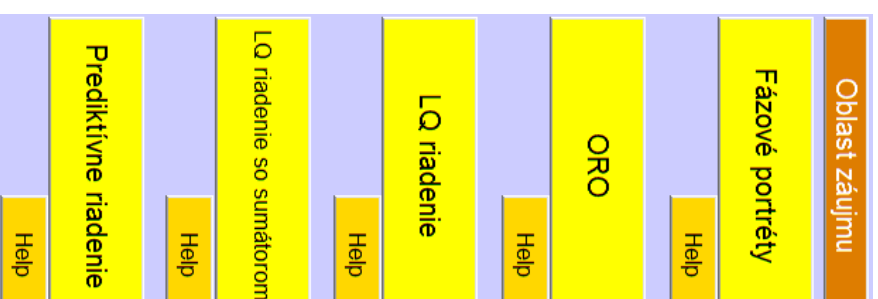
# HACGUI – Oblasť záujmu

## Oblasť analýzy

- ▶ Časová analýza pôsobením vstupu (ORO)
- ▶ Fázové portréty

## Oblasť riadenia

- ▶ LQ riadenie
  - ▶ Do rovnovážneho stavu
  - ▶ Na nový ustálený stav
- ▶ LQ riadenie so sumátorom
- ▶ Prediktívne riadenie



# HACGUI – Editovanie

- ▶ Editovanie parametrov pred spustením simulácie
- ▶ Jedinéčné pre rôzne zvolené **Oblasti záujmu**

**Fázové portréty**

Názov súboru
Interval pre x1
Interval pre x2
Zvolené x_i x_j
Krok zmeny PP
Konštantný vstup
Čas simulácie
Periódna vzorkovania

**ORO**

Názov súboru
Počiatocne podm.
Konštantný vstup
Čas simulácie

**LQ riadenie**

Názov súboru
Počiatocne podm.
Referencna hodnota
Váhová matica Q
Váhová matica R
Matica výstupov C
Ustálené hodnoty X
Ustálené hodnoty U
Čas simulácie

**LQR so sumátorom**

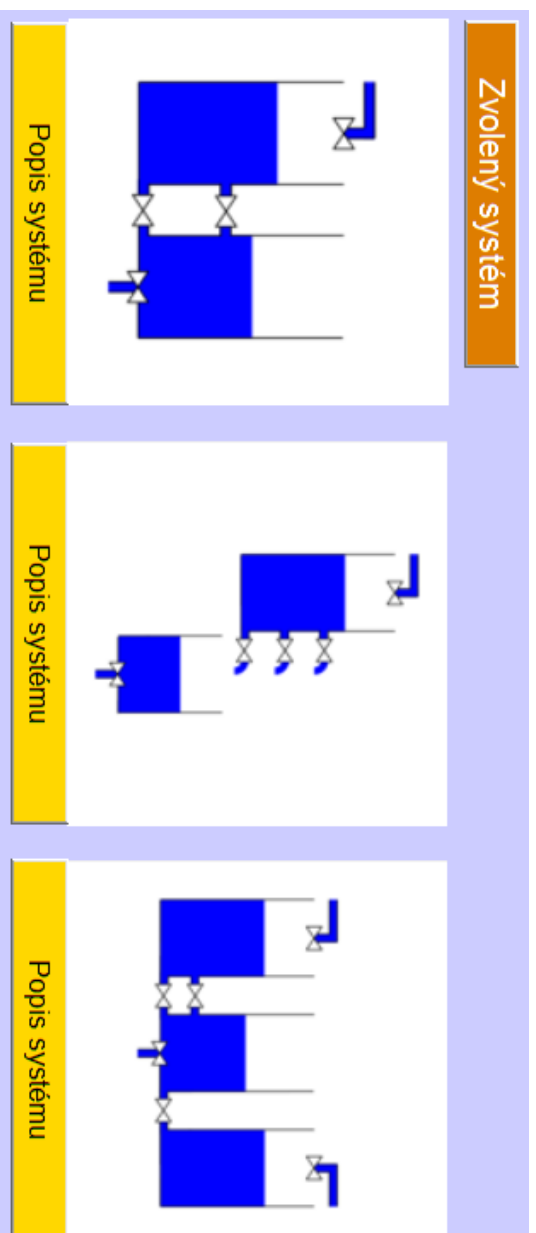
Názov súboru
Počiatocne podm.
Referencna hodnota
Váhová matica Q
Váhová matica R
Matica výstupov C
Ustálené hodnoty X
Ustálené hodnoty U
Čas simulácie

**Prediktívne riadenie**

Názov súboru
Počiatocne podm.
Referencna hodnota
Váhová matica Q
Váhová matica R
Predikčný horizont
Čas simulácie
Matica výstupov C

# HACGUI – Zvolený systém

- ▶ Voľba implementovaného hybridného systému
- ▶ 3 modely hydraulických hybridných systémov
- ▶ Vyplňajú parametre simulácie v časti Editovanie predvolenými hodnotami (slúžia ako demo)

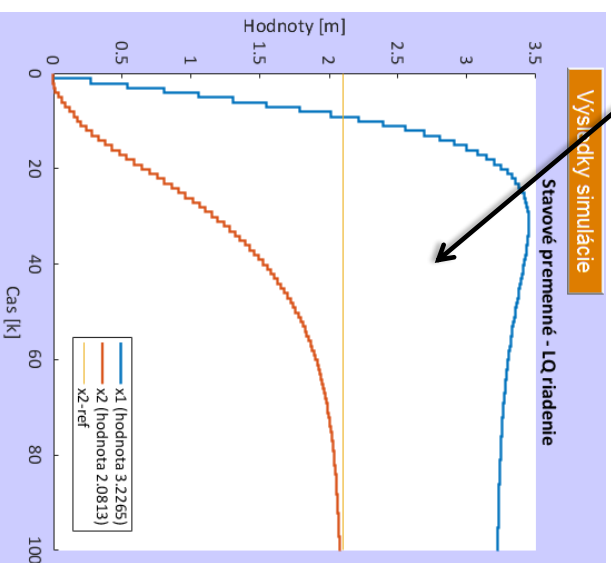


- ▶ Nápovedy *Popis systému* obsahujú stručný popis systému

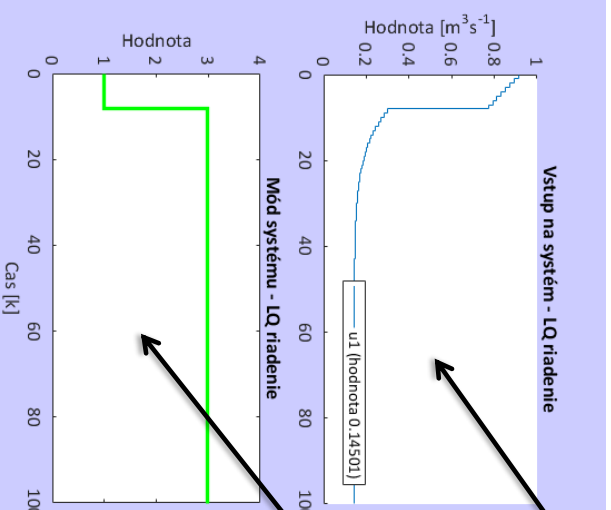
# HACGUI – Výsledky simulácie

- Zobrazenie výsledkov simulácie zväčša pomocou 3 grafov

Graf 1 – Priebeh stavových veličín



Graf 2 – Priebeh vstupov



Graf 3 – Priebeh resp. zmena módu

# HACG UI – Všeobecné inštrukcie

- ▶ Zobrazenie všeobecného postupu pri práci s HACG UI:
  1. Zvolenie oblasti analýzy/riadenia
  2. Zvolenie hybridného systému
  3. Editovanie údajov
  4. Spustenie simulácie a vykreslenie výsledkov

## Vseobecne instrukcie

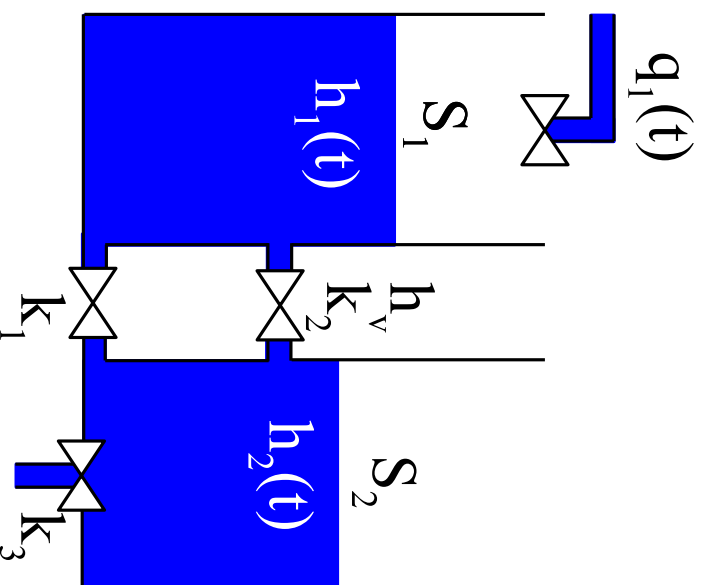
### Všeobecné inštrukcie

1. Kliknite na tlačidlo zo sekcie **Oblasť záujmu** pre zobrazenie rôznych editovacích polí.
  2. Kliknite na jeden z obrázkov systémov v sekcii **Zvolený systém**. Editovacie polia sa naplnia príkladnými dátami pre daný systém. Hodnoty v editovacích poliach môžu byť menené, čo zmení aj výsledky simulácie. Pre nápovedu významu jednotlivých editovacích polí kliknite na **Help** v **Oblasť záujmu**. Zobrazí sa krátke vysvetlenie významu editovacích polí.
  3. Kliknite **Kresli** po editovaní (alebo needitovaní) dát pre spustenie simulácie.
  4. Pozrite na **Výsledky simulácie** pre zhladnutie výsledkov simulácie pre danú **Oblasť záujmu**.
- Ak máte problém editovať dáta, kliknite na **Help** tlačidlo pod každým príslušným tlačidlom  
→Ak chcete zobraziť špecifikácie systému, kliknite na **Popis systému** pre zobrazenie krátkeho popisu vybraného hybridného systému. Pre zobrazenie rovníc systému otvorte jeho "hys" file.  
→Pre implementáciu vlastného systému, stlačte **Ako vytvoriť vlastný systém** pre viac informácií.

# Popis implementovaných hybridních systémů v HACG UI

# HACGUI – Implementované hybridné systémy I.

- ▶ Systém 2 nádob v interakcii – HHS\_1
- ▶ Model odvodený z bakalárskej práce so zmenenými parametrami

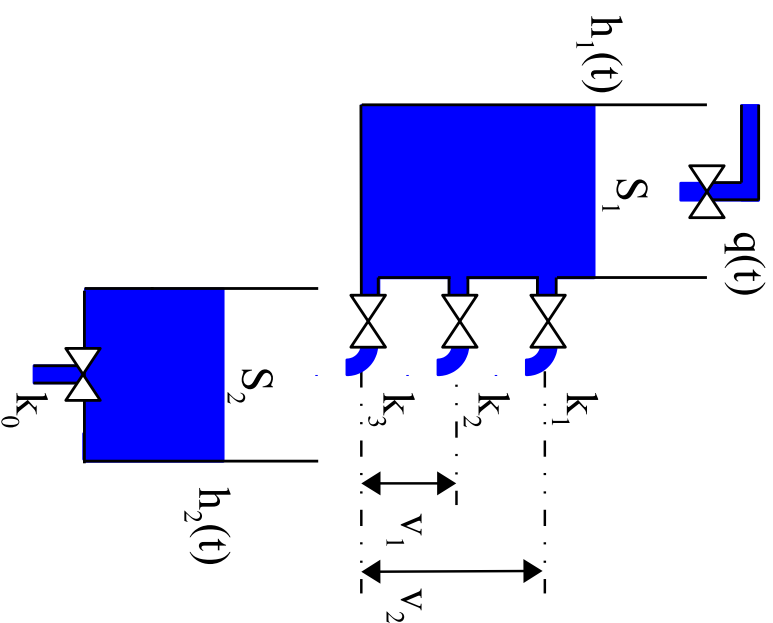


Mód	Podmienky
1	$h_1 \leq h_v \wedge h_2 \leq h_v$
2	$h_1 \leq h_v \wedge h_2 > h_v$
3	$h_1 > h_v \wedge h_2 \leq h_v$
4	$h_1 > h_v \wedge h_2 > h_v$



# HACGUI – Implementované hybridné systémy II.

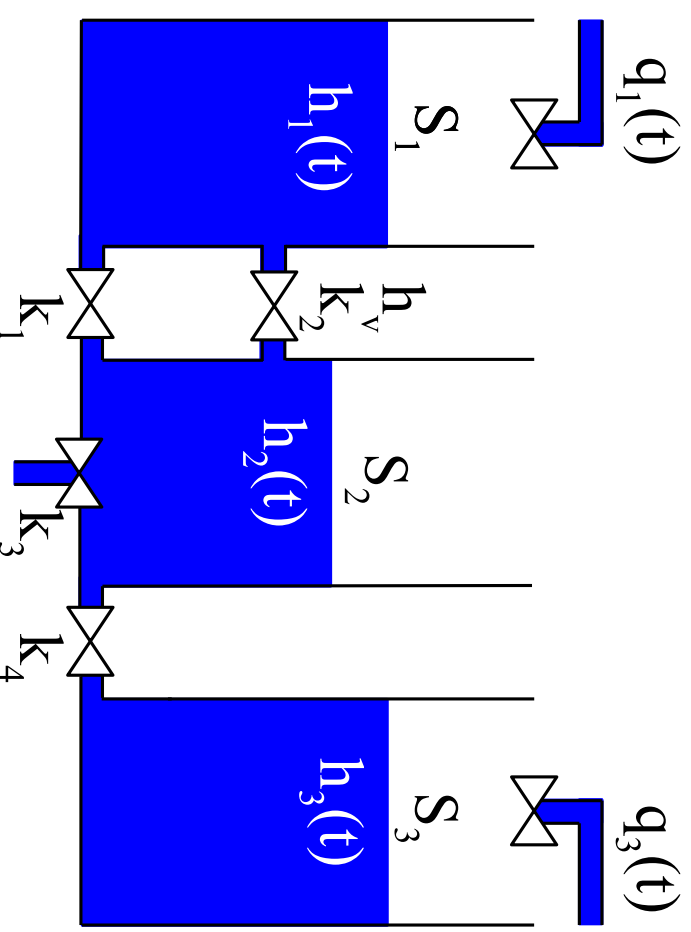
- ▶ Systém 2 nádob bez interakcie – HHS\_2
- ▶ Fiktívny model vytvorený pre overenie funkcionality HACGUI



Mód	Podmienky
1	$h_1 \leq v_1$
2	$h_1 > v_1 \wedge h_1 \leq v_2$
3	$h_1 > v_2$

# HACGUI – Implementované hybridné systémy III.

- ▶ Systém 3 nádob v interakcii – HHS\_3
- ▶ Model odvodený z HHS\_1 pridaním ďalšej nádoby  $h_3(t)$  a prítoku  $q_3(t)$



Mód	Podmienky
1	$h_1 \leq h_v \wedge h_2 \leq h_v$
2	$h_1 \leq h_v \wedge h_2 > h_v$
3	$h_1 > h_v \wedge h_2 \leq h_v$
4	$h_1 > h_v \wedge h_2 > h_v$

# HACCGUI – Metodika implementovania HS do jazyka Hysdel I.

- ▶ Metodika použitá pri 3 implementovaných HS a platná aj pre implementáciu vlastného systému do HACCGUI
- ▶ Uvedená metodika pre 1 mód HS:

1. Odvodenie diferenciálnych rovníc na základe fyzikálnych zákonov:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

2. Určenie/výpočet pracovných bodov  $[\mathbf{x}_s \quad \mathbf{u}_s]$  zo sústavy rovníc:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \vec{0}$$

# HACGUI – Metodika implementovania HS do jazyka Hysdel II.

3. Linearizácia rozvojom do Taylorovho radu

$$\mathbf{J}_x(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(t)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(t)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(t)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(t)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(t)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(t)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(t)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(t)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(t)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{J}_u(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(t)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1(t)}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1(t)}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2(t)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2(t)}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2(t)}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(t)}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n(t)}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n(t)}{\partial u_m} \end{bmatrix}$$

4. Vytvorenie modelu diskrétného v čase  $k$

$$\frac{d(\Delta \mathbf{x}(t))}{dt} \approx \frac{\Delta \mathbf{x}(k+1) - \Delta \mathbf{x}(k)}{T_{vz}}$$

# HACGGUI – Metodika implementovania HS do jazyka Hysdel III.

5. Implementácia linearizovaného diskrétného hybridného systému do jazyka Hysdel (s reálnymi hodnotami vstupov a výstupov, nie odchýlkovými)
6. Implementácia nelineárneho hybridného systému pomocou S-funkcie
7. Grafické overenie presnosti linearizácie

Postup je uvedený aj v HACGGUI:

Ako vytvoriť vlastný systém

Ako vytvoriť vlastný systém a implementovať ho do jazyka Hysdel III

Ukazovateľ hybridného systému sa stanovujú pramenenými  $k(i)$  a vstupmi  $u(i)$  kde derivácie vstupov  $du(i)/dt$  sú funkčnou kľúč a výstup  $y(i)$  pramenenými  $g(i)$

Určenie výpočtového jazyka určujúci stav  $P_{min}$ ,  $u_{max}$  v danom modeli, pritom derivácia  $du(i)/dt$  sa merajú, teda riešim sústavu rovníc  $du(i)/dt = 0$

Linearizačné funkciu  $f_{lin}(t, u(i))$  rozvojom do Taylorovho radu, čím získate lineárnu maticu  $A_{lin}(t, u(i))$ ,  $J_{lin}(t, u(i))$ .

Výpočtová matica  $A_{lin}(t, u(i))$  ktoré sú číselným rozvojom  $J_{lin}(t, u(i))$  pre  $t = t_{max}$ ,  $u = u_{max}$  (výpočtová  $J_{lin}(t_{max}, u_{max})$  a  $J_{lin}(t_{min}, u_{min})$ )

Opíšte pre každú funkciu kľúč pre každý model hybridného systému. Opíšte súbor dvoch jazyk pre sčítanie úskaly robto, ako sú matice  $A_{lin}(t, u(i))$  (implementované do súboru typu .hys, systém je v diskretnom case), kde model hodnota  $P_{min}$  stavovej premennej  $x(i)$  sa vypočíta ako:  $x(i+1) = [I - \Delta t A_{lin}(t_{max}, u_{max})] x(i) + \Delta t J_{lin}(t_{max}, u_{max}) u(i)$

Wolframci, za predchádzajúca rovnica je iba pre jednu stavovú premeniu  $x_1$ . Symboly a parametre podčiarkujú pre každý model je potrebné a čiastkové spracovanie hybridných súborov. 21  
Príklad pre sústavu rovníc, ktorá bez rovnice  $du(i)/dt = 0$  spracovateľná rovnica ako  $x(i+1) = [I - \Delta t A_{lin}(t_{max}, u_{max})] x(i) + \Delta t J_{lin}(t_{max}, u_{max}) u(i)$ . V operácii spracovania rovnice hľad linearizáciu maticou. Použitím týchto linearizačných maticí rieš sa rovnice, sa nachádzajú súboru typu .hys.

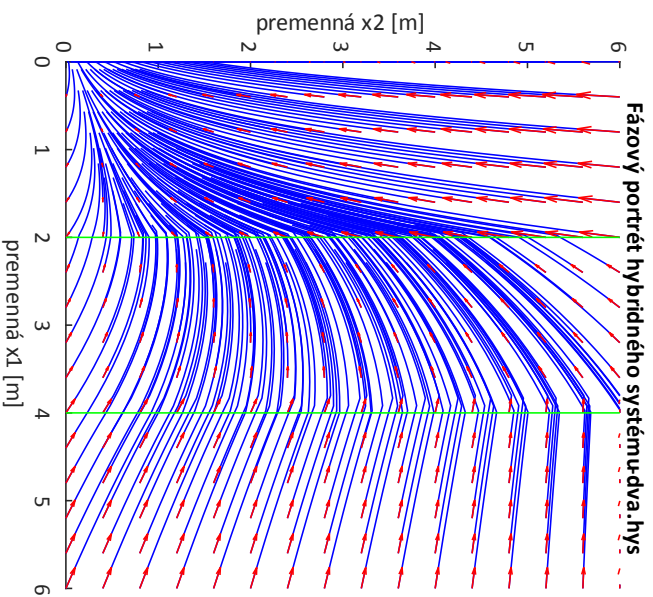
# Popis jednotlivých modulov analýzy a riadenia

# HACGUI – Analýza zostrojením fázových portrétov I.

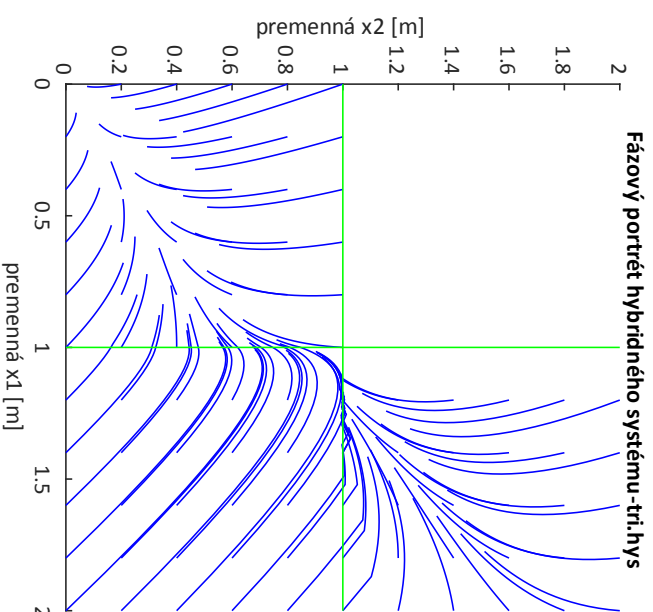
- ▶ Pre systémy s 2 stavovými premennými – klasická funkcionalita
- ▶ Pre systémy s 3 stavovými premennými potrebné určiť 2 veličiny, ktorých závislosť sa sleduje
- ▶ Hlavné parametre simulácie
  - ▶ Rozsah stavových premenných (x-ová a y-ová os)
  - ▶ Krok zmeny počiatočných podmienok

# HACGUI – Analýza zostrojením fázových portrétov II.

► 2 nádoby bez interakcie



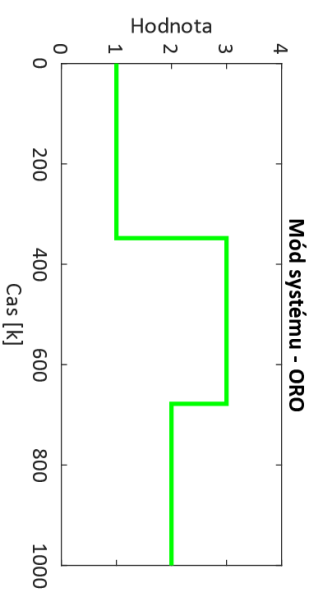
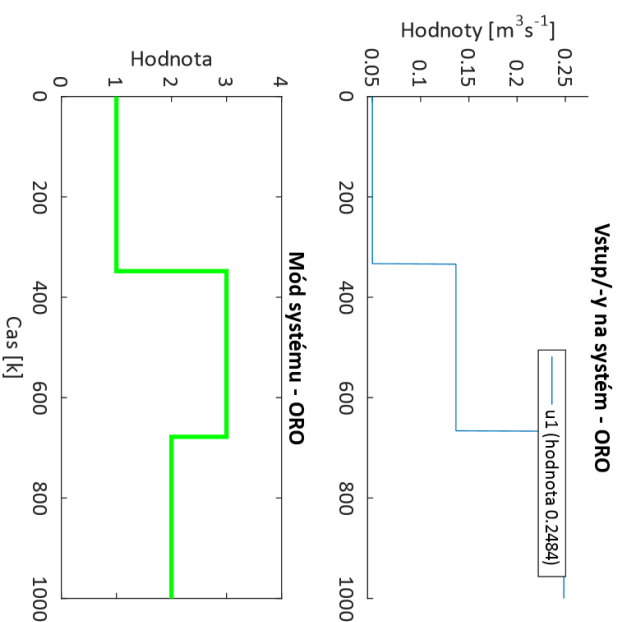
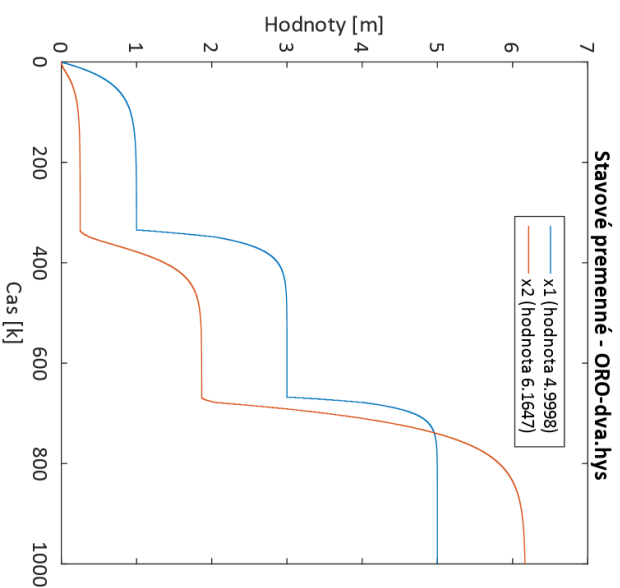
► 3 nádoby v interakcii





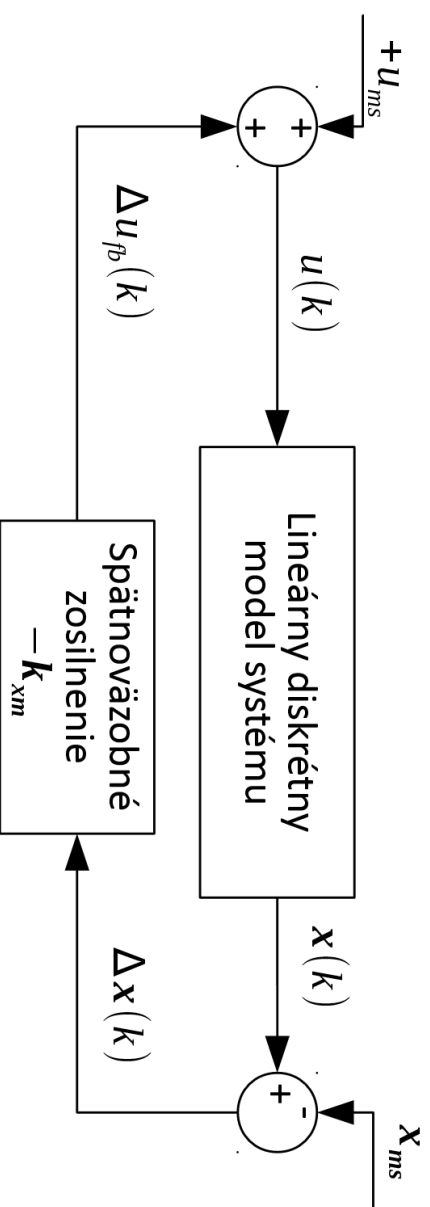
# HACGUI – Časová analýza pôsobením vstupu na hybridný systém

- ▶ Analýza systému pôsobením konštantného vstupu
- ▶ Hlavné parametre simulácie
- ▶ Hodnota vstupu



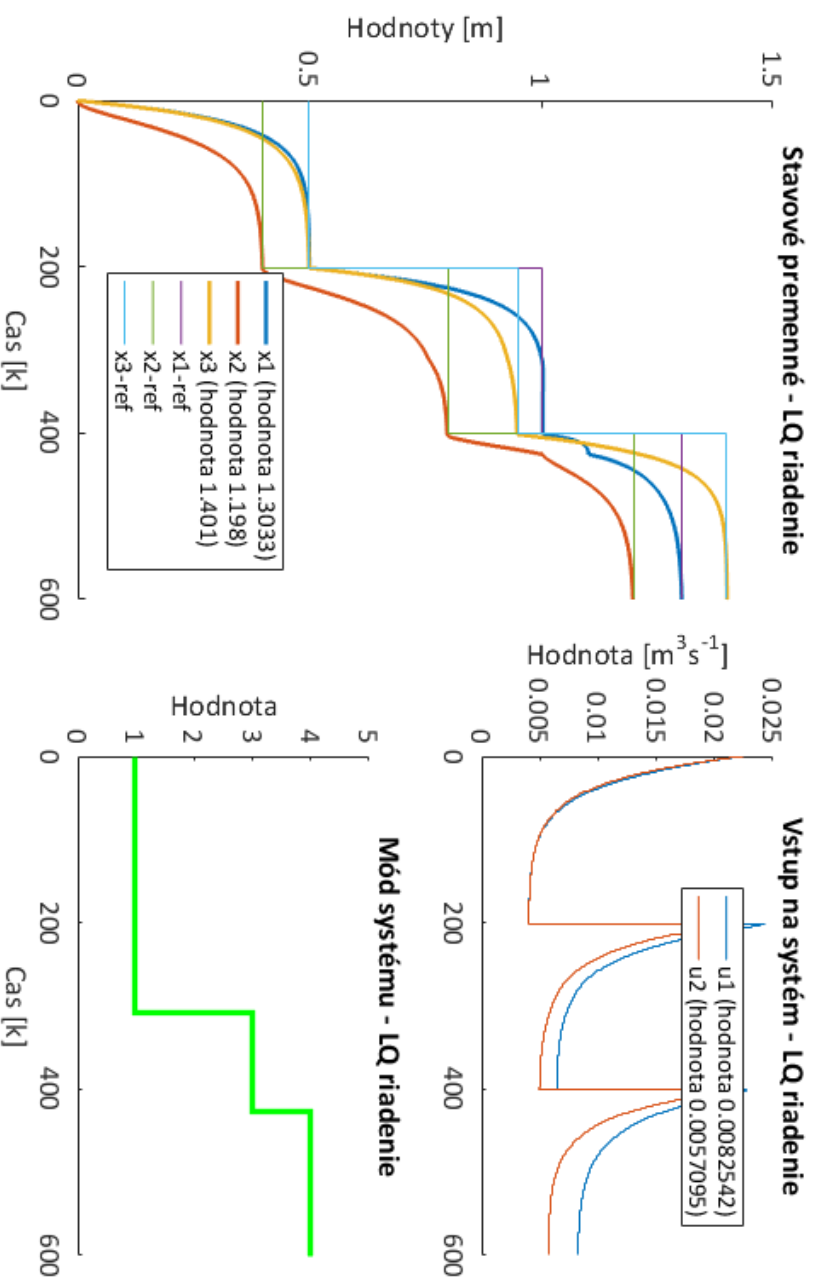
# HACGUI – LQR do rovnovážneho stavu I.

- ▶ Riadenie systému do rovnovážneho stavu – bodu linearizácie
- ▶ Hybridné systémy – viac rovnovážnych stavov – riadenie do 1 z nich
- ▶ Hlavné parametre simulácie
- ▶ Pracovný bod
- ▶ Váhové matice Q R



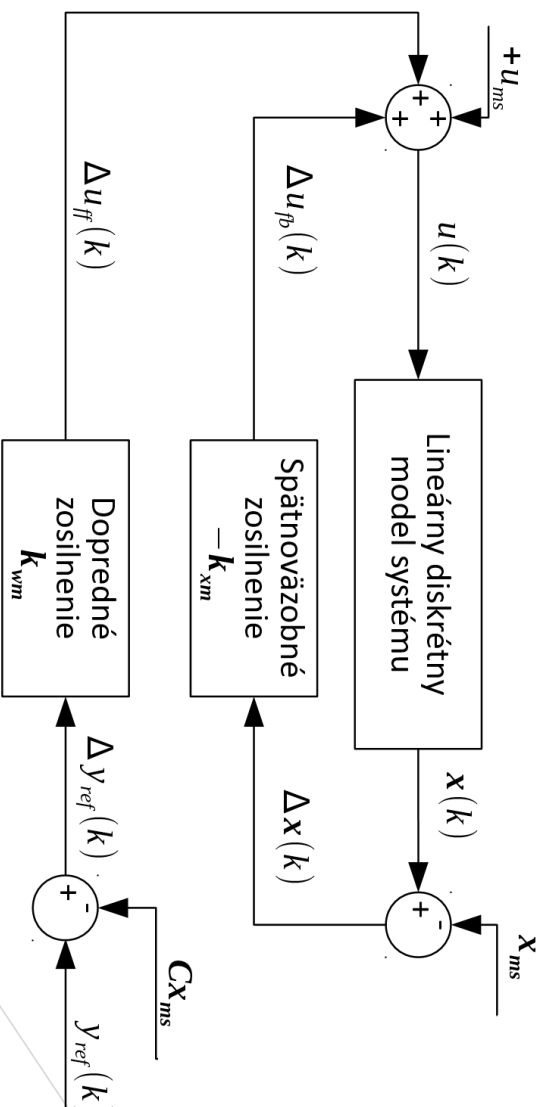
# HACGUI – LQR do rovnovážneho stavu II.

- Riadenie HHS\_3 postupne do rovnovážnych stavov rôznych módov



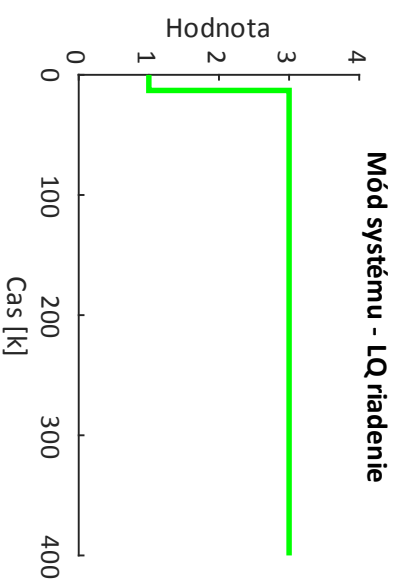
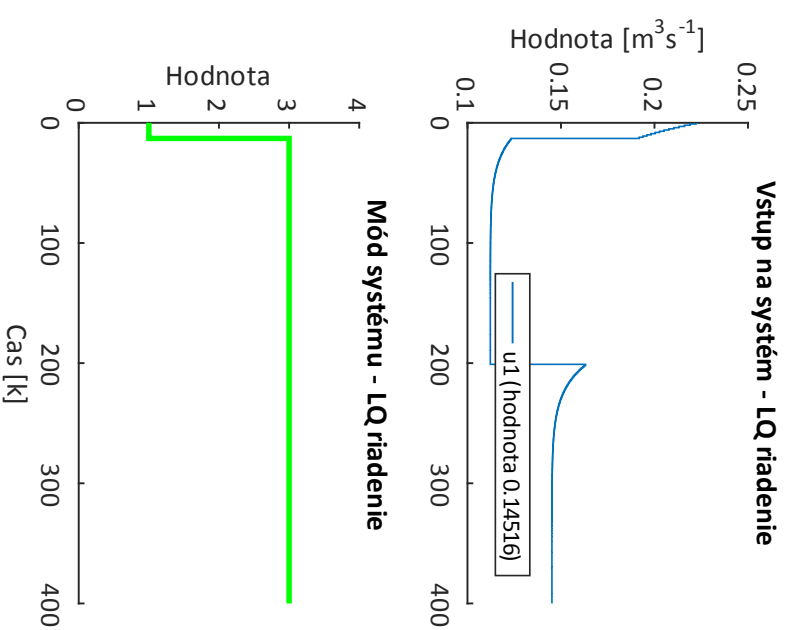
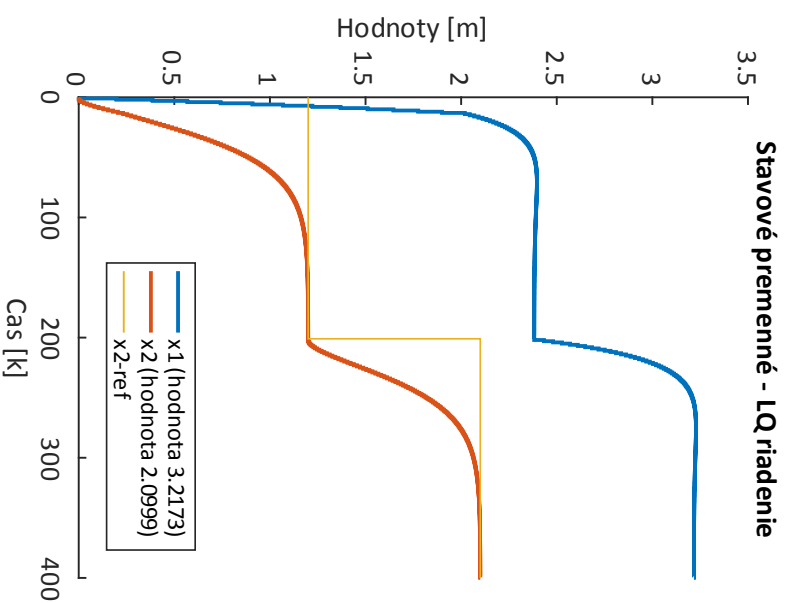
# HACGUI – LQR na nový ustálený stav

- ▶ Riadenie SISO systému na nový ustálený stav
- ▶ Hlavné parametre simulácie
- ▶ Nový ustálený stav
- ▶ Riadená stavová veličina (matica C)
- ▶ Váhové matice Q R



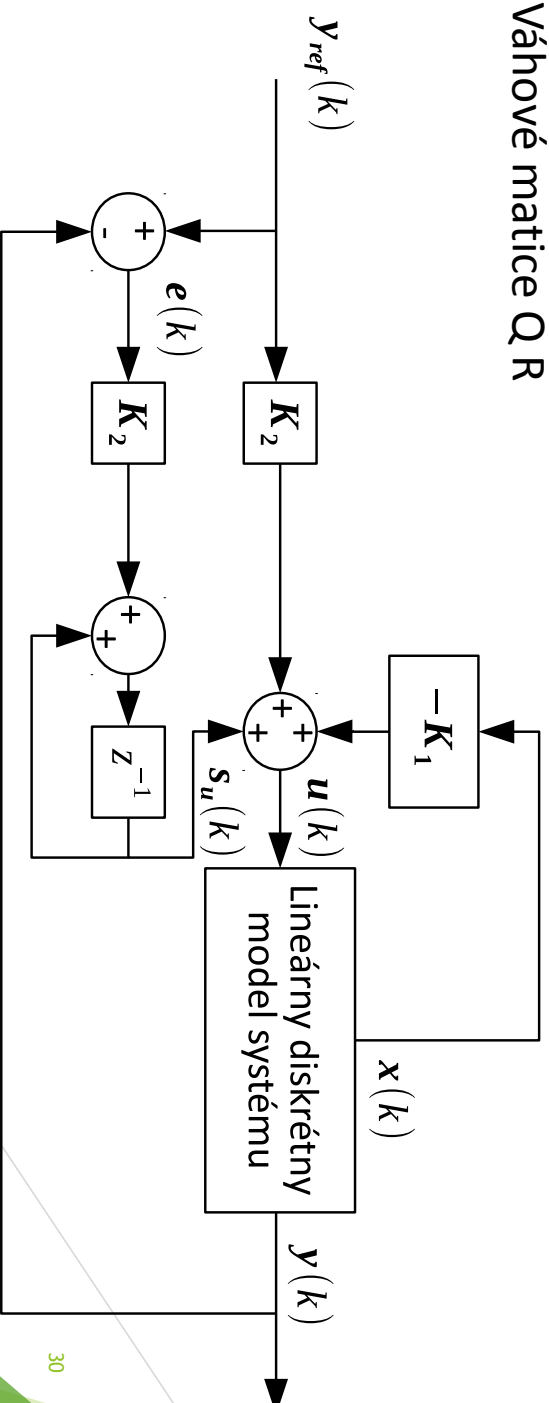
# HACG UI – LQR na nový ustálený stav

- Riadenie hladiny  $h_2(k)$  systému HHS\_2 na 2 rôzne ustálené stavy



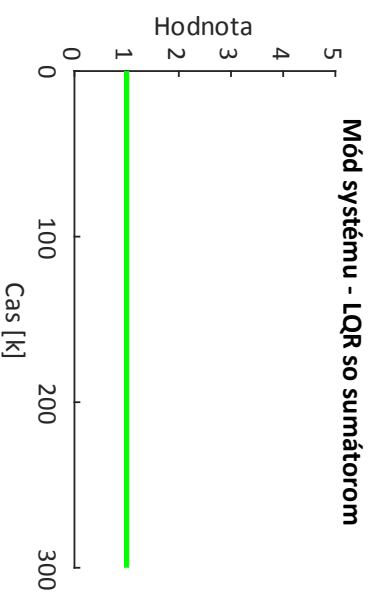
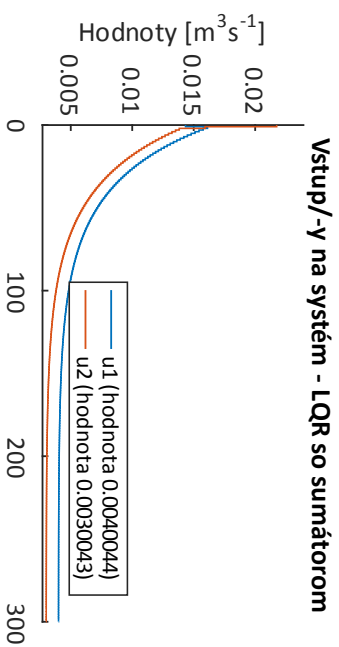
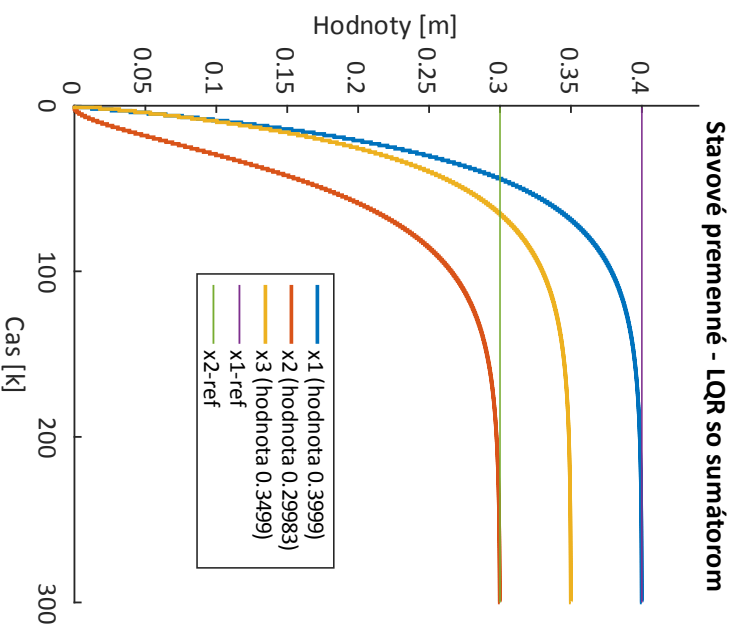
# HACG UI – LQR so sumátorom

- ▶ Riadenie SISO/MIMO systému na nový ustálený stav
- ▶ Hlavné parametre simulácie
- ▶ Nový ustálený stav
- ▶ Riadené stavové veličiny (matice C)
- ▶ Váhové matice Q R



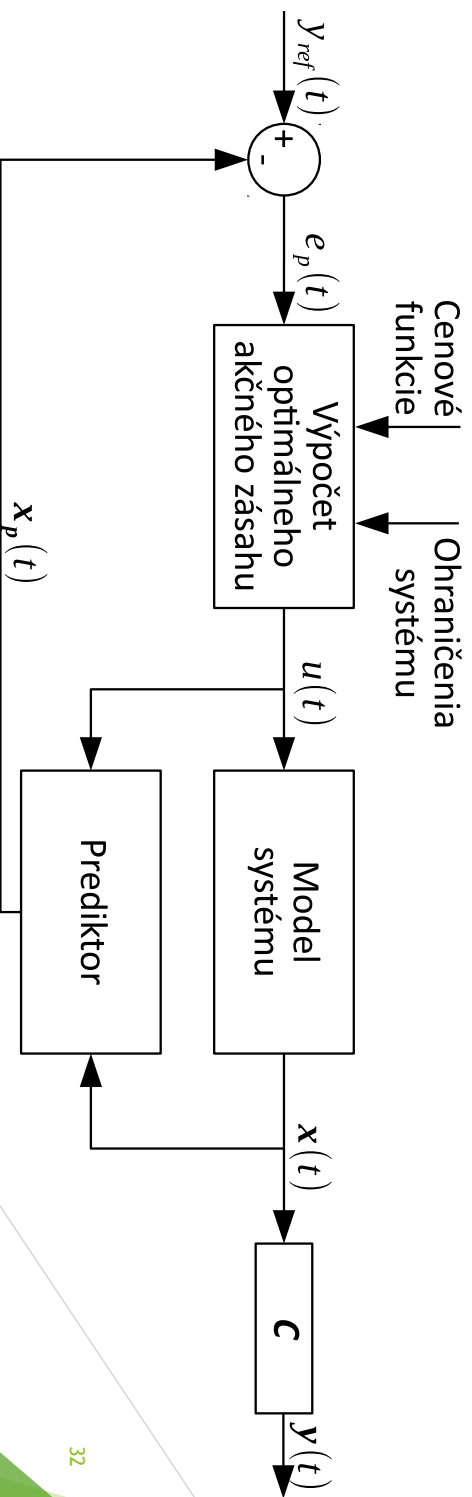
# HACGUI – LQR so sumátorom

- Riadenie hladín  $h_1(k)$  a  $h_2(k)$  systému HHS\_3 na nový ustálený stav v móde 1



# HACGUI – Prediktívne riadenie

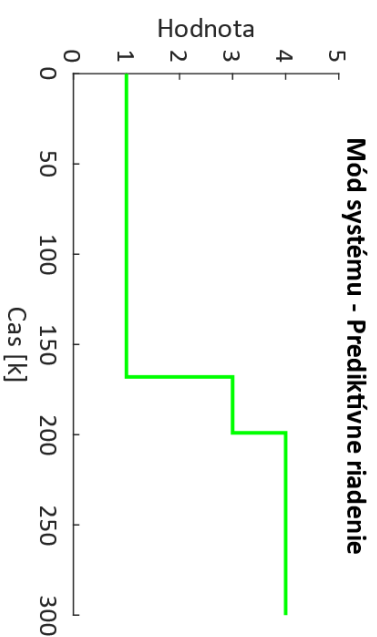
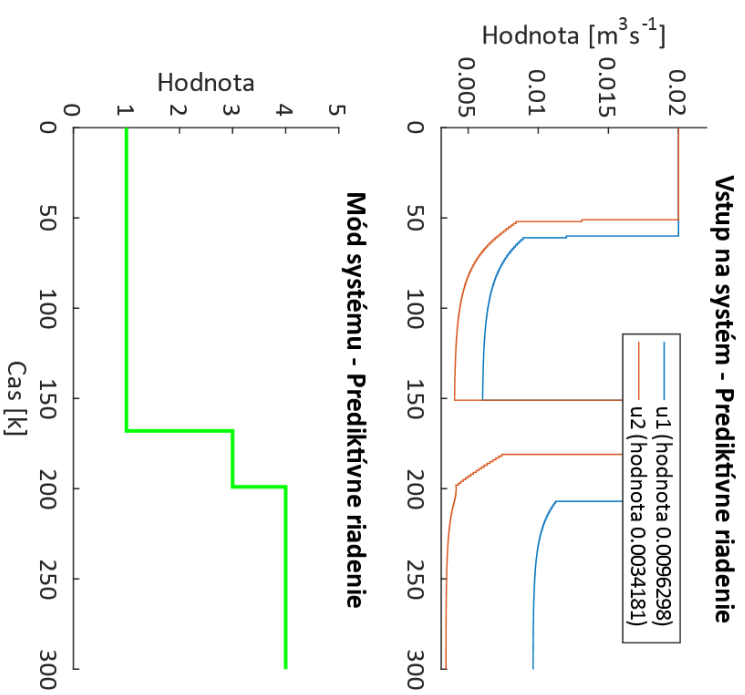
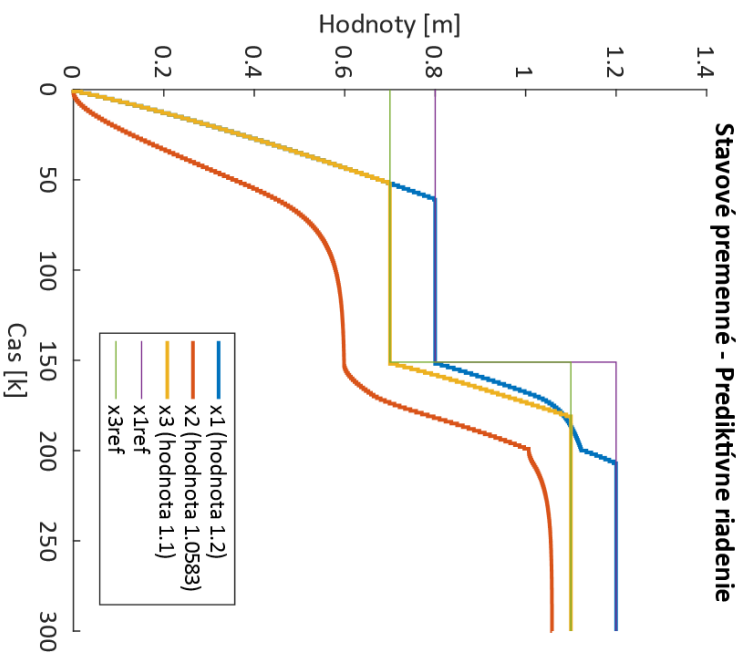
- ▶ Riadenie SISO/MIMO systému na nový ustálený stav
- ▶ Hlavné parametre simulácie
  - ▶ Nový ustálený stav
  - ▶ Riadené stavové veličiny (matice C)
  - ▶ Váhové matice Q R





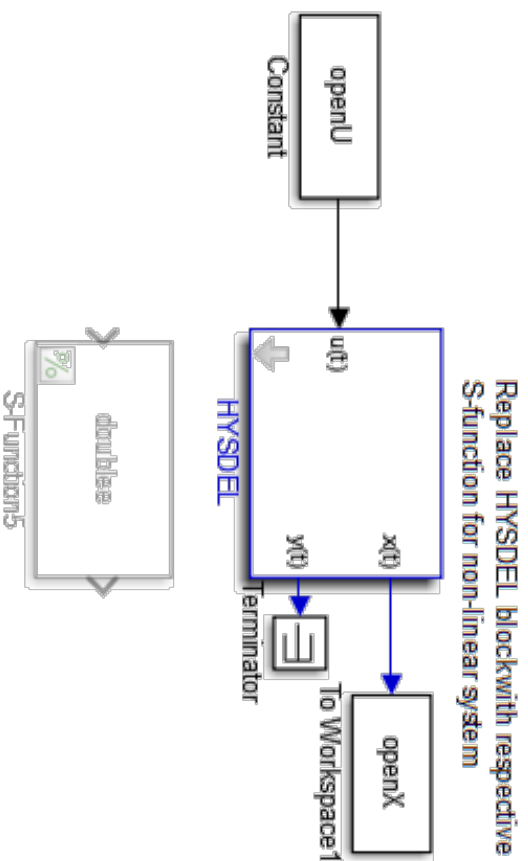
# HACGUI – Prediktívne riadenie

- Riadenie hladín  $h_1(k)$  a  $h_3(k)$  systému HHS\_3 na rôzne ustálené stavy



# HACG UI – Aplikovanie navrhnutých metód na nelineárny hybridný systém I.

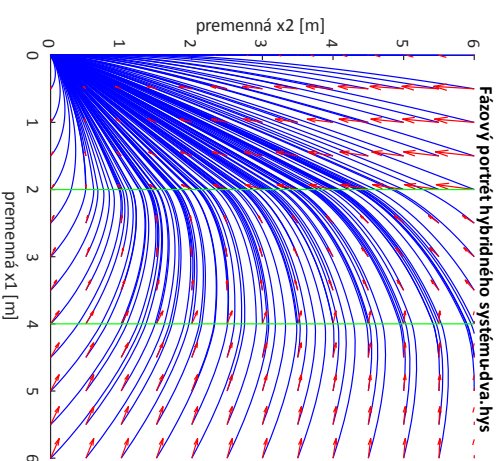
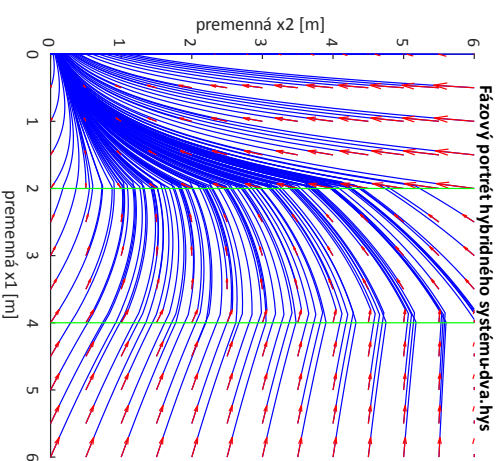
- ▶ Nutná zámena bloku **HYSDEL SYSTEM** za **S-Function** v Simulinku
- ▶ Analýza – možná analýza bez systému zapísaného v Hysdeli
- ▶ Riadenie – nutnosť existencie hysdelovského súboru a S-Function
- ▶ V Simulinku predpripravená zámena modelov systému:



# HACGUI – Aplikovanie navrhnutých metód na nelineárny hybridný systém II.

- ▶ Výsledky simulácie podobné ako pri lineárnych aproximáciách
- ▶ Rozdiely v priebehoch veličín najmä pri:
  1. Časová analýza pôsobením konštantného vstupu – rozdielna ustálená hodnota pre vstup mimo pracovného bodu

## 2. Fázové portréty:



# Webová aplikácia prezentujúca výsledky softvérového nástroja

# Webová aplikácia prezentujúca výsledky softvérového nástroja I.

- ▶ Webová aplikácia na stránke ORHS a RaUI v sekcii *Aplikácie*:
- ▶ <http://matlab.fei.tuke.sk/orhs/aplikacie.html>
- ▶ [http://matlab.fei.tuke.sk/raui\\_new/aplikacie.html](http://matlab.fei.tuke.sk/raui_new/aplikacie.html)
- ▶ <http://matlab.fei.tuke.sk/applications/HACCGUI/Site.aspx>
- ▶ Prezentuje vybrané výsledky simulácií HACCGUI
- ▶ Neumožňuje editovať dáta/vytvárať simulácie
- ▶ Motivačný účel pre študentov

# Postup práce s

# webovou

## Návrh programového nástroja s aplikáciou pre modelovanie a riadenie hybridných systémov

# aplikáciou

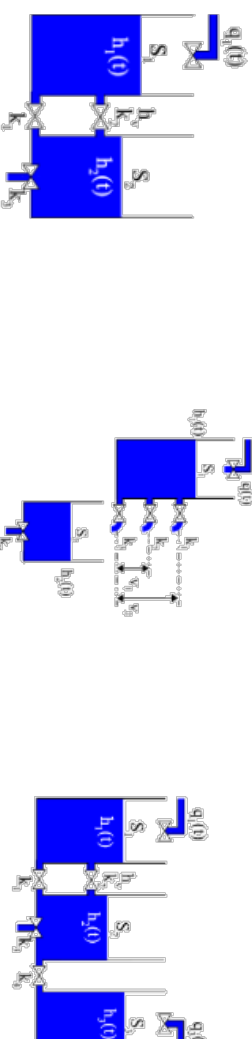
### 1. Voľba oblasti záujmu

Krok 1: Zvoľte Oblasť záujmu stlačením jedného z nasledujúcich tlačidiel:



Intro: Vítajte! Táto webová aplikácia prezentuje vybrané výsledky simulácií, ktoré boli získané pomocou softvérového nástroja pre analýzu a riadenie hybridných systémov. Nástroj má názov HAC\_GUI a bol vytvorený ako súčasť diplomovej práce. Pre prácu s touto interaktívnou aplikáciou sa riadte príslušnými inštrukciami. Podrobný popis jednotlivých Oblasí záujmu a hybridných systémov je v diplomovej práci a v návodoch HAC\_GUI.

Krok 2: Zvoľte hybridný systém stlačením jedného z obrázkov:



### 2. Voľba modelu HS

### 3. Voľba vybraných parametrov HS

Krok 3: Zvoľte jednu možnosť pre každý RadioButtonList:



### 4. Vykreslenie simulácie

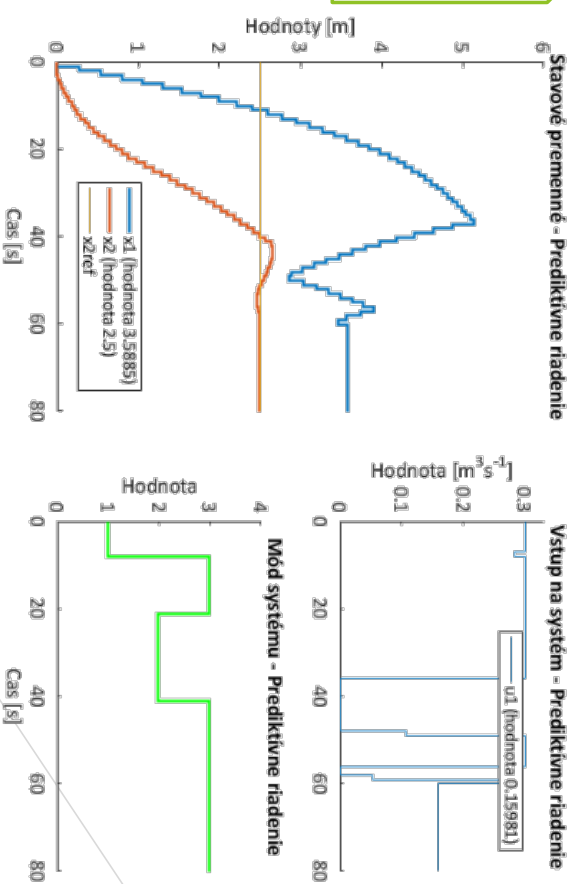
# Webová aplikácia prezentujúca výsledky softvérového nástroja II.

- Ukážka zobrazenia výsledku simulácie pre *Prediktívne riadenie hladiny* 2. nádoby systému *HHS\_2*

Zvolené parametre:

P. Horizont N	Referenčná hodnota
<input type="radio"/>	x1ref = 2,5
<input type="radio"/>	x1ref = 3,6
<input checked="" type="radio"/>	x2ref = 2,5
<input type="radio"/>	x2ref = 3,6

Zobrazenie simulácie:

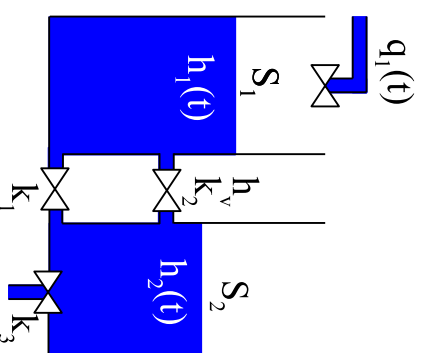


# Tutoriál pre modelovanie, analýzu a riadenie modelov hybridných systémov



# Tutoriál pre modelovanie, analýzu a riadenie modelov hybridných systémov I.

- ▶ Tutoriál pre študentov predmetu Optimálne Riadenie Hybridných Systémov a Riadenie a Umelá Inteligencia
- ▶ Dostupný na stránke ORHS a RaUI v sekcii *Simulačné modely*:
- ▶ [http://matlab.fei.tuke.sk/orhs/subory/podklady/M15\\_tutorial\\_hs1.pdf](http://matlab.fei.tuke.sk/orhs/subory/podklady/M15_tutorial_hs1.pdf)
- ▶ Zadáva úlohy, ktorých postup riešenia názorne popisuje v krokoch
- ▶ Využíva systém HHS\_1 – systém 2 nádob v interakcii:



# Tutoriál pre modelovanie, analýzu a riadenie modelov hybridných systémov II.

► Objasňuje riešenie úloh v oblasti hybridných systémov, obsahuje:

1. Modelovanie HS
  1. diferenciálne rovnice
  2. pracovné body
  3. lineárna aproximácia nelineárneho systému
2. Analýza HS
  1. porovnanie nelineárneho a lineárneho modelu HS v ORO
  2. fázové portréty HS
3. Riadenie HS
  1. LQR do rovnovážneho stavu
  2. LQR na nový ustálený stav

# Zhodnotenie výsledkov a prínosov diplomovej práce

- ▶ Metodika pre implementáciu linearizovaného modelu HS do Hysdelu
- ▶ Softvérový nástroj HAC\_GUI pre analýzu a riadenie HS
- ▶ Tutoriál pre modelovanie, analýzu a riadenie modelov HS
- ▶ Webová aplikácia prezentujúca výsledky HAC\_GUI
- ▶ Rozvoj výuky predmetov ORHS a RaUI implementáciou horeuvedených výstupov diplomovej práce na stránky týchto predmetov

**Ďakujem za pozornosť**

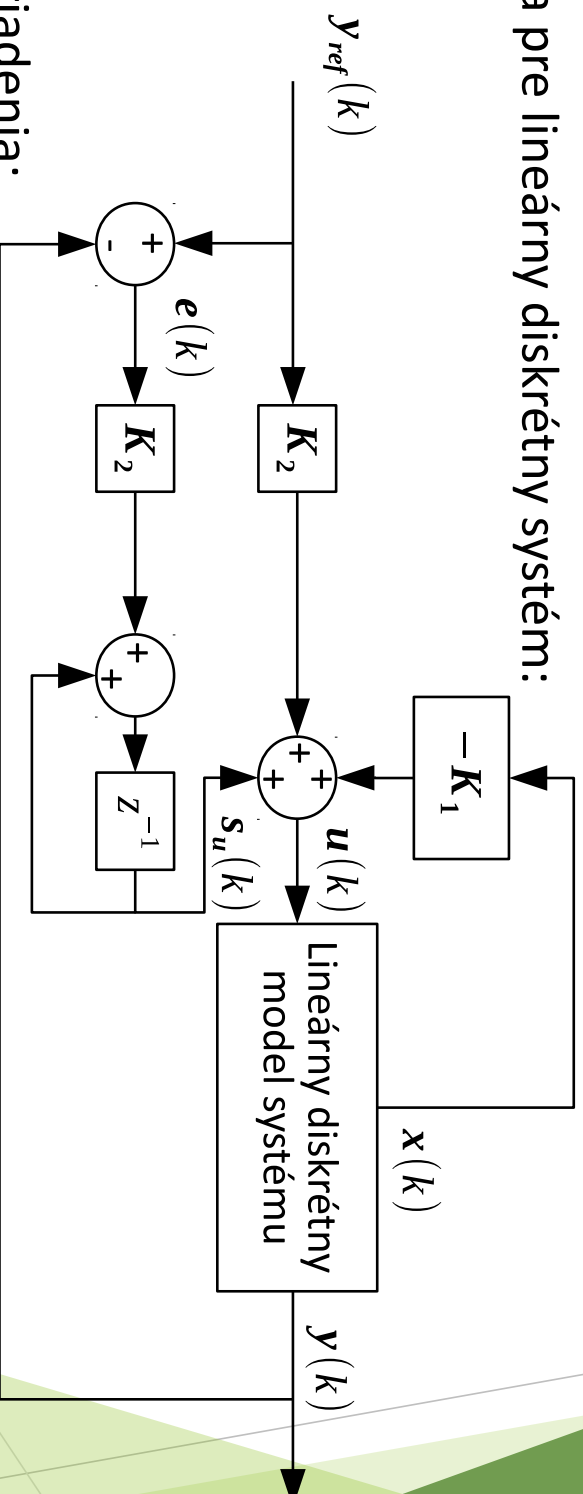
# Otázky oponenta

45



# Otázka 1: Môžete znázorniť schému optimálneho stavového regulátora so sumátorom?

- Schéma pre lineárny diskretný systém:



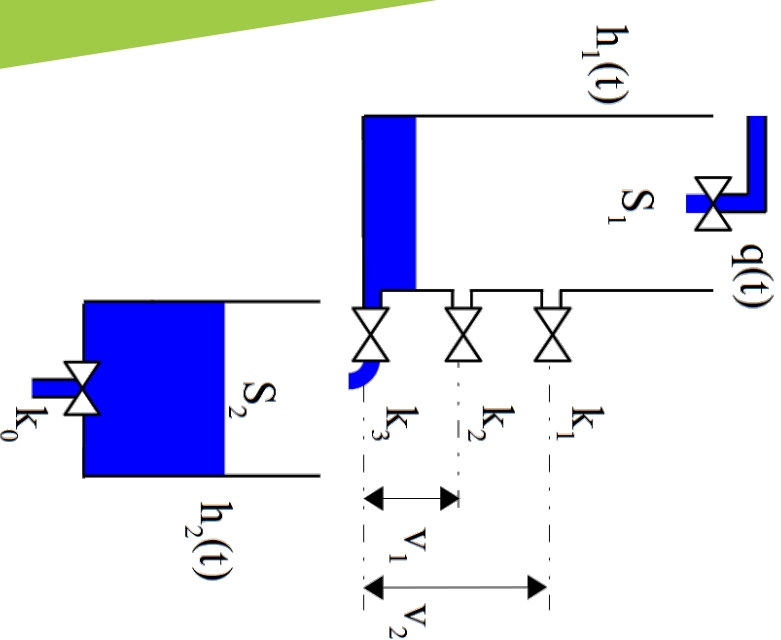
- Zákon riadenia:

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{s}_u(k) + \mathbf{K}_2 y_{ref}(k - 1)$$

$$\mathbf{s}_u(k) = \mathbf{s}_u(k - 1) + \mathbf{K}_2 e(k)$$

## Otázka 2: Môžete uviesť diferenciálne rovnice matematického modelu HHS 2 pre jednotlivé módy?

- Múd 1: Hladina  $h_1(t) \leq v_1$



$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q(t) - k_3\sqrt{h_1(t)}}{S_1}$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_3\sqrt{h_1(t)} - k_0\sqrt{h_2(t)}}{S_2}$$

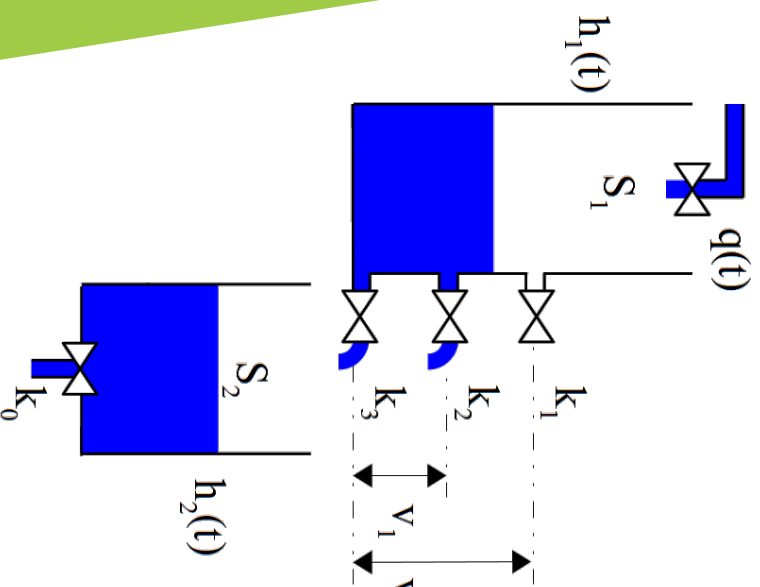
■ Prítok do 1. nádoby

■ Výmena kvapaliny medzi nádobami

■ Odtok z 2. nádoby

## Otázka 2: Môžete uviesť diferenciálne rovnice matematického modelu HHS 2 pre jednotlivé módy?

- Múd 2: Hladina  $h_1(t) \leq v_2 \wedge h_1(t) > v_1$



$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q(t) - k_3\sqrt{h_1(t)} - k_2\sqrt{h_1(t)} - v_1}{S_1}$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_3\sqrt{h_1(t)} + k_2\sqrt{h_1(t)} - v_1 - k_0\sqrt{h_2(t)}}{S_2}$$

■ Prítok do 1. nádoby

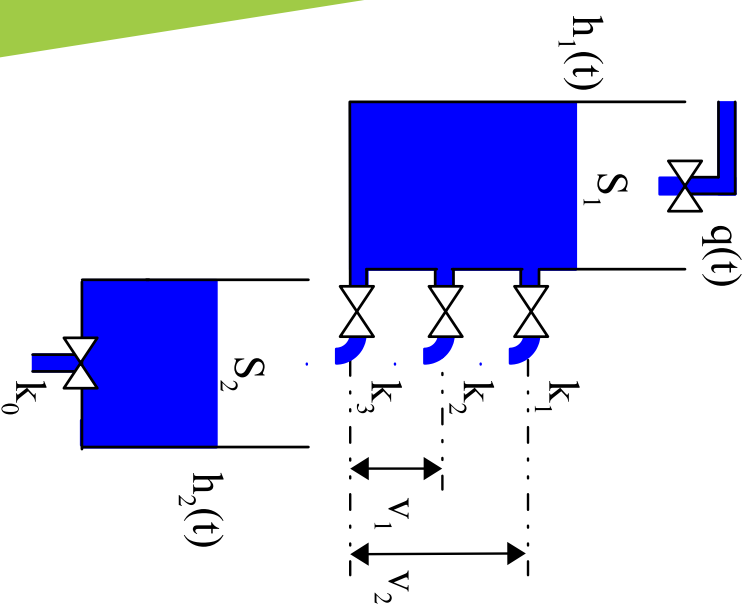
■ Výmena kvapaliny medzi nádobami

■ Odtok z 2. nádoby



## Otázka 2: Môžete uviesť diferenciálne rovnice matematického modelu HHS 2 pre jednotlivé módy?

- Múd 3: Hladina  $h_1(t) > v_2$



$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q(t) - k_3\sqrt{h_1(t)} - k_2\sqrt{h_1(t)} - v_1 - k_1\sqrt{h_1(t)} - v_2}{S_1}$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_3\sqrt{h_1(t)} + k_2\sqrt{h_1(t)} - v_1 + k_1\sqrt{h_1(t)} - v_2 - k_0\sqrt{h_2(t)}}{S_2}$$

  Prítok do 1. nádoby

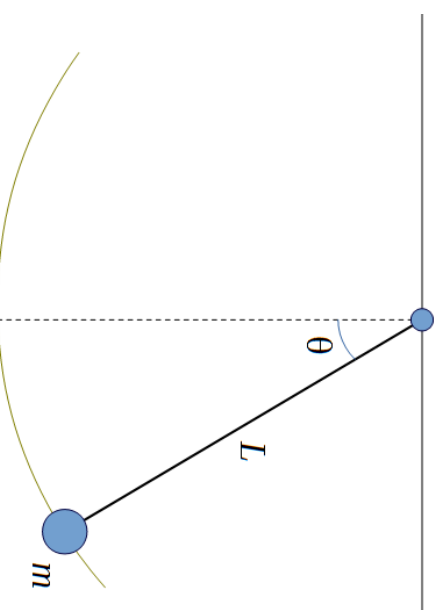
  Výmena kvapaliny medzi nádobami

  Odtok z 2. nádoby

## Otázka 3: Môžete uviesť príklad s použitím modelu, ktorý má rýchlu dynamiku?

- ▶ Príklad - Model kyvadla s tlmením
- ▶ Perióda vzorkovania  $T_{vz} = 0.05$  s

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = u - \frac{g}{L}\sin(\theta) - \frac{b}{m}\frac{d\theta}{dt}$$

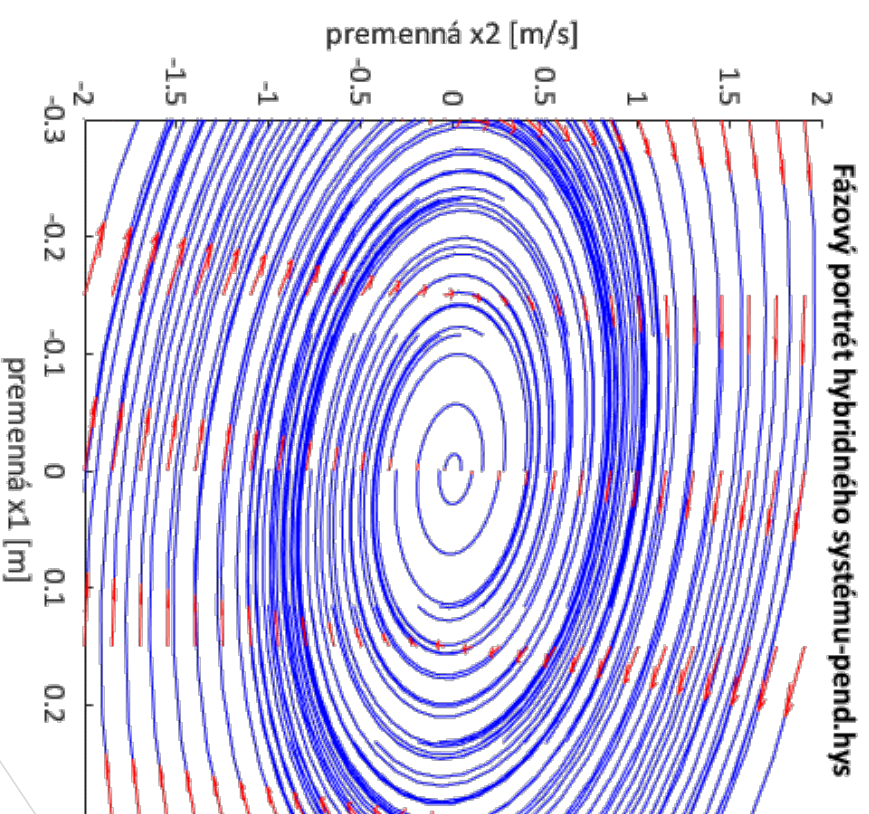


- ▶ Uvažujme iba  $\theta \ll 1$
- ▶ Preto  $\sin(\theta) \approx \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = u - \frac{g}{L}\theta - \frac{b}{m}\frac{d\theta}{dt}$$

## Otázka 3: Môžete uviesť príklad s použitím modelu, ktorý má rýchlu dynamiku?

- ▶ Fázový portrét pre autonómny systém



## Otázka 3: Môžete uviesť príklad s použitím modelu, ktorý má rýchlu dynamiku?

- Stavové optimálne riadenie na nový ustálený stav  $\theta_{ref} = 0.1$

