1. Laplaceová transformácia

Laplaceová transformácia - F(p)	Časová oblasť - f(t)	Laplaceová transformácia - F(p)	Časová oblasť - f(t)
$\frac{1}{p}$	$1.\eta(t)$	$\frac{1}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha.t}.\eta(t)$
$\frac{1}{p^2}$	$t.\eta(t)$	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$	$t.e^{-\alpha.t}.\eta(t)$
$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$t^n.\eta(t)$	$\frac{1}{(p+\alpha)^{n+1}}$	$\frac{t^n}{n!}.e^{-\alpha.t}.\eta(t)$
$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin(\omega t).\eta(t)$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t).\eta(t)$

2. Z-Transformácia

Laplace	Z-obraz	Laplace	Z-obraz
$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$\frac{z}{z-e^{-\alpha T}}$
$\frac{1!}{s^2}$	$\frac{z\epsilon T}{z-1}+\frac{zT}{(z-1)^2}$	$\frac{1}{(s+\alpha)^2}$	$\frac{Tze^{-\alpha T}}{(z-e^{-\alpha T})^2}$

3. Metóda Naslin

α	1,75	1,8	1,9	2	2,2	2,4
σ [%]	16	12	8	5	3	1

Pre koeficienty charakteristického polynómu platí:

$$a_i^2=\alpha.a_{i-1}.a_{i+1} \quad (1)$$

4. Metóda Optimálny Modul – bez astatizmu

Metóda predpokladá prenos riadeného procesu v tvare:

$$G_p(s)=K_p\frac{M(s)}{N(s)}=\frac{K_p}{(1+a_1s+a_2s^2+...+a_ns^n)} \quad (2)$$

Pre koeficienty PID regulátora platí:

$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 & 0 \\ a_3 & -a_2 & a_1 \\ a_5 & -a_4 & a_3 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix}=\frac{1}{2.K_p}.\begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^2+2a_2 \\ a_2^2-2a_1a_3+2a_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Pre koeficienty PI regulátora platí:

$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 \\ a_3 & -a_2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2.\mathrm{K}_p} . \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$r_0 = \frac{1}{2K_p} . \frac{a_1^3 - 2a_1 a_2 + a_3}{a_1 a_2 - a_3} \qquad r_{-1} = \frac{1}{2K_p} . \frac{a_1^2 - a_2}{a_1 a_2 - a_3} \quad (5)$$

Pre koeficienty PD regulátora platí:

$$\begin{bmatrix} -a_2 & a_1 \\ -a_4 & a_3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2.\mathrm{K}_p} . \begin{bmatrix} -a_1^2 + 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Pre koeficient I regulátora platí:

$$r_{-1} = \frac{1}{2K_p} . \frac{1}{a_1} \quad (7)$$

5. Metóda Optimálny Modul – bez astatizmu s dopravným oneskorením

Metóda predpokladá prenos riadeného procesu v tvare:

$$G_p(s) = K_p \frac{\prod_{j=1}^{m} (\tau_j s + 1)}{\prod_{i=1}^{n} (T_i s + 1)} e^{-T_d s} \quad (8)$$

Pomocou časových konštánt τ_i, T_j,, T_d vyčíslime pomocné koeficienty P_k:

$$P_k = \sum_{i=1}^{n} T_i^k - \sum_{j=1}^{m} \tau_i^k + T_d \rho_k \quad (9)$$

Kde $\rho_k = 1$ pre $k = 1$ a $\rho_k = 0$ pre $k \neq 1$.

Newtonové vzorce:

$$\sum_{i=0}^{k-1} (-1)^{k-i} a_i P_{k-1} + k\, a_k = 0 \quad (10)$$

Newtonové vzorce:

$$\begin{aligned} & a_0 = 1 \\ & a_1 = P_1 \\ & a_2 = (P_1^2 - P_2)/2 \\ & a3 = (P_1^3 - 3P_1 P_2 + 2\mathrm{P}_3)/6; \\ & a4 = (P_1^4 - 6P_1^2 P_2 + 8\mathrm{P}_1 P_3 + 3\mathrm{P}_2^2 - 6\mathrm{P}_4)/24; \\ & a5 = (P_1^5 - 10P_1^3 P_2 + 20 * P_1^2 P_3 + 15P_1 P_2^2 - 30\mathrm{P}_1 P_4 - 20\mathrm{P}_2 P_3 + 24\mathrm{P}_5)/120; \end{aligned} \quad (11)$$

6. Metóda Ziegler-Nichols – graficko-analyticky

Tp – Doba prechodu Tn – Doba nábehu Tu – Doba prieťahu	Prenosová funkcia procesu: $G_p(s)=\frac{Kp}{(1+T_i s)^n}, \quad n=1,2\ldots N$ $T_n=T_p-T_u$

Typ regulátora / koeficient	$K=r_0$	$T_i=\frac{K}{r_{-1}}$	$T_d=\frac{r_1}{K}$
P	$\frac{T_n}{Kp.T_u}$	-	-
PI	$0.9.\frac{T_n}{Kp.T_u}$	$3.5.T_u$	-
PD	$1.2.\frac{T_n}{Kp.T_u}$	-	$0.25.T_u$
PID	$1.25.\frac{T_n}{Kp.T_u}$	$2.T_u$	$0.05.T_u$

7. Metóda Ziegler-Nichols – kritické parametre K_{krit} , T_{krit}

Typ regulátora / koeficient	$K=r_0$	$T_i=\frac{K}{r_{-1}}$	$T_d=\frac{r_1}{K}$
P	$0.5K_{krit}$	-	-
PI	$0.45K_{krit}$	$0.85.T_{krit}$	-
PD	$0.6K_{krit}$	-	$0.06.T_{krit}$
PID	$0.6K_{krit}$	$0.5.T_{krit}$	$0.12.T_{krit}$

8. Metóda Graham-Lantrop štandardné tvary

n (rád ch.r,)	Charakteristický polynóm	q
1	$q+1$	
2	$q^2+1.4q+1$	
3	$q^3+1.75q^2+2.15q+1$	$\frac{p}{\omega_0}$
4	$q^4+2.1q^3+3.4q^2+2.7q+1$	
5	$q^5+2.8q^4+5q^3+5.5q^2+3.4q+1$	

9. Metóda Butterworthové mnohočleny

n (rád ch.r,)	Charakteristický polynóm	q
1	$q+1$	$\frac{p}{\omega_0}$
2	$q^2+1.4142q+1$	
3	q^3+2q^2+2q+1	
4	$q^4+2.6132q^3+3.4143q^2+2.6132q+1$	
5	$q^5+3.2360q^4+5.2359q^3+5.2359q^2+3.2360q+1$	

10. Diskretizácia prenosu s tvarovačom 0. rádu

$$G_p(z)=\frac{z-1}{z}.Z\left\{L^{-1}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right]_{t=kT}\right\} \qquad (12)$$

11. Prevod spojitého PID na diskrétny PSD

Obdĺžnik

$$q_0=K\left(1+\frac{T_d}{T}\right),\qquad q_1=-K\left(1+\frac{2T_d}{T}-\frac{T}{T_i}\right),\qquad q_2=K\frac{T_d}{T} \qquad (13)$$

Lichobežník

$$q_0=K\left(1+\frac{T}{2T_i}+\frac{T_d}{T}\right),\qquad q_1=-K\left(1+\frac{2T_d}{T}-\frac{T}{2T_i}\right),\qquad q_2=K\frac{T_d}{T} \qquad (14)$$

Podmienky ekvivalentnosti

Podmienky pre PID → PSD:

$$q_0>0 \quad \wedge \quad q_1<-q_0 \quad \wedge \quad -(q_0+q_1)<q_2 \quad \wedge \quad q_0>q_2 \qquad (15)$$

Podmienky pre PI → PS:

$$q_0>0 \quad \wedge \quad q_1<-q_0 \qquad (16)$$

12. Dead-Beat regulátor bez obmedzenia

Prenosová funkcia DB regulátora

$$G_R(z)=\frac{q_0+q_1 z^{-1}+q_2 z^{-2}+\ldots+q_M z^{-M}}{1-p_1 z^{-1}-p_2 z^{-2}-\ldots-p_M z^{-M}} \quad (17)$$

Pre koeficienty DB regulátora platí:

$$\left.\begin{array}{ll} q_1=a_1 q_0 & p_1=b_1 q_0 \\ q_2=a_2 q_0 & p_2=b_2 q_0 \\ q_3=a_3 q_0 & p_3=b_3 q_0 \\ \ldots & \ldots \\ q_M=a_M q_0 & p_M=b_M q_0 \end{array}\right\} q_i\,,\, p_i=f\,(a_i\,,b_i)\,, \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{M} p_i=1 \\ \sum_{i=1}^{M} b_i q_0=1 \end{array} \quad (18)$$

$$q_0=\frac{1}{\sum_{i=1}^{M} b_i=1}=\frac{1}{b_1+b_2+\ldots+b_M}=u(0)$$

Prenosová funkcia URO

$$G_{Y/W}(z)=\frac{G_P(z)G_R(z)}{1+G_P(z)G_R(z)}=\frac{Y(z)}{W(z)}=P(z) \quad (19)$$

Prenosová funkcia odchýlky

$$G_{E/W}(z)=\frac{1}{1+G_P(z)G_R(z)}=\frac{E(z)}{W(z)}=1-P(z) \quad (20)$$

Prenosová funkcia riadiaceho zásahu

$$G_{U/W}(z)=\frac{G_R(z)}{1+G_P(z)G_R(z)}=\frac{U(z)}{W(z)}=Q(z) \quad (21)$$

13. Dead-Beat regulátor s obmedzením

Prenosová funkcia DB regulátora

$$G_R(z)=\frac{Q(z)}{1-P(z)}=\frac{q_0+q_1 z^{-1}+q_2 z^{-2}+\ldots+q_M z^{-M}+q_{M+1} z^{-(M+1)}}{1-p_1 z^{-1}-p_2 z^{-2}-\ldots-p_M z^{-M}-p_{M+1} z^{-(M+1)}} \quad (22)$$

Pre koeficienty DB regulátora platí:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= (a_1-1)q_0+\frac{1}{\sum_{i=1}^{M} b_i} & p_1 &= b_1 q_0 \\
q_2 &= (a_2-a_1)q_0+\frac{a_1}{\sum_{i=1}^{M} b_i} & p_2 &= (b_2-b_1)q_0+\frac{b_1}{\sum_{i=1}^{M} b_i} \\
&\dots & &\dots \\
q_M &= (a_M-a_{M-1})q_0+\frac{a_{M-1}}{\sum_{i=1}^{M} b_i} & p_M &= (b_M-b_{M-1})q_0+\frac{b_{M-1}}{\sum_{i=1}^{M} b_i} \\
q_{M+1} &= -a_M q_0+\frac{a_M}{\sum_{i=1}^{M} b_i} & p_{M+1} &= -b_M q_0+\frac{b_M}{\sum_{i=1}^{M} b_i}
\end{aligned}
\qquad (23)
$$

14. Pole-Placement – 2. rád

Prenosová funkcia PP regulátora – 2 rád

$$G_R(z)=\frac{q_0+q_1 z^{-1}+q_2 z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-yz^{-1})}=\frac{Q(z)}{P(z)} \qquad (24)$$

Voliteľné parametre sú 4 póly z_1, z_2 ,z_3 ,z_4. Referenčný polynóm má tvar

$$\tilde{A}(z)=(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)=1+\alpha_1 z^{-1}+\alpha_2 z^{-2}+\alpha_3 z^{-3}+\alpha_4 z^{-4} \qquad (25)$$

Charakteristická rovnica URO je

$$A_{uro}(z)=A(z)P(z)+B(z)Q(z)=0 \qquad (26)$$

Po roznásobení porovnáme charakteristickú rovnicu s referenčným polynómom zostavíme 4 rovnice o 4 neznámych. Zapísané v matici je to:

$$\begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & -1 \\ b_2 & b_1 & 0 & -a_1+1 \\ 0 & b_2 & b_1 & -a_2+a_1 \\ 0 & 0 & b_2 & a_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ \gamma \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \alpha_1+1-a_1 \\ \alpha_2+a_1-a_2 \\ \alpha_3+a_2 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \qquad (27)$$

15. Modálne riadenie

Systém je v kanonickej forme riaditeľnosti:

$$A_0=\begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \qquad B_0=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} \qquad (28)$$

$$C_0=\begin{bmatrix} b_n & b_{n-1} & \dots & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \qquad D_0=0;$$

Voliteľné parametre sú póly z_1, z_2, z_3 , .. z_n. Referenčný polynóm má tvar

$$\tilde{A}(z)=(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)=1+\alpha_1 z^{-1}+\alpha_2 z^{-2}+\alpha_3 z^{-3}+...+\alpha_n z^{-n} \qquad (29)$$

Kde n je rád systému = počet pólov.

Matica systému s riadením je:

$$A_C=(A_0-B_0 K_x)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & 1 & 0 \\ -q_n & -q_{n-1} & ... & -q_2 & -q_1 \end{bmatrix} \qquad (30)$$

Vektor riadení SV je v tvare:

$$K_x=[k_n, k_{n-1}, ..., k_2, k_1]^T, \quad kde \quad k_i=q_i-a_i \qquad (31)$$

Riadenie doprednej väzby je tvare:

$$K_w=\frac{1}{C_0^T (I-A_C)^{-1} B_0} \qquad (32)$$