Modelovanie a riadenie dynamických systémov s hybridnou dynamikou pomocou modelovacieho jazyka HYSDEL

Tutoriál k bakalárskej práci Modelovanie a analýza nelineárnych systémov s hybridnou dynamikou

Úlohy:

1. Zostaviť matematicko-fyzikálny model hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou.

1.a Získanie pracovného bodu pre obe dynamiky hydraulického systému dvoch nádob

2. Vykonať lineárnu aproximáciu nelineárneho modelu hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou.

3. Vytvoriť diskrétny popis lineárnej aproximácie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou.

4. Implementovať lineárny model hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou do modelovacieho nástroja HYSDEL

5. Návrh optimálneho stavového riadenia hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou s využitím princípu minimalizácie kvadratického funkcionálu

6. Implementácia lineárneho a nelineárneho modelu hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou do programového prostredia MATLAB/Simulink

6.a Riadenie do rovnovážneho stavu

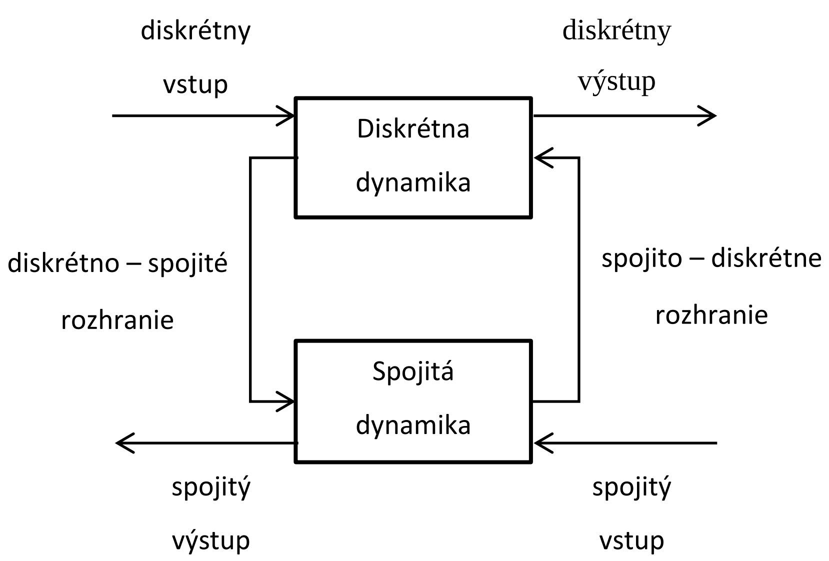
6.b Riadenie na ustálený stav

Hybridný systém

- jeden z typov dynamických systémov, ktorého štruktúra je zobrazená na Obr. 1
- obsahuje spojité aj diskrétne správanie dynamického systému pri vzájomnej interakcii
- má viacero prevádzkových režimov na základe platnosti rôznych fyzikálnych zákonov,
- režimy sa prepínajú za pomoci prepínačov, ktoré môžu byť aktivované dosiahnutím konkrétneho stavu, zmenou udalosti v čase alebo pôsobením externých udalostí vstupujúcich do systému

Modelovacie nástroje hybridných systémov : HyTech, PowerDEVS ,HYSDEL, HyVisual ...

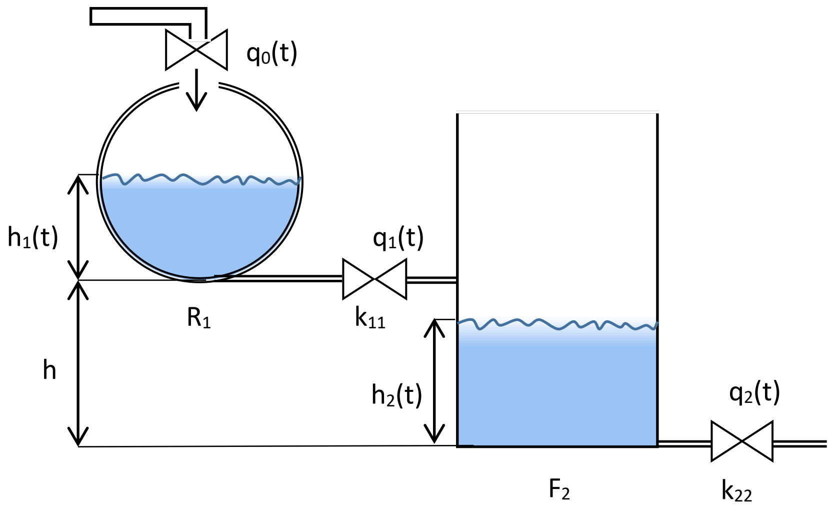
V tomto tutoriáli budeme modelovať hydraulický systém dvoch nádob s hybridnou dynamikou, ktorý predstavuje typ SAS hybridného systému v programovacom prostredí MATLAB/Simulink a v prostredí HYSDEL, ktorý je súčasťou MPT Toolbox-u. Bližší popis modelovacích nástrojov je uvedený v bakalárskej práci v podkapitole *4.1* a systém SAS je bližšie vysvetlený podkapitole *2.7.3*.



Obr. 1 Základná štruktúra hybridného systému

Úloha č.1 : Zostaviť matematicko-fyzikálny model hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou.

- dynamický systém s 2 dynamikami:
    - podmienka zmeny dynamiky $h_2(t) > h$
    - ak sa systém nachádza v stave bez interakcie t.j. $h_2(t) \leq h \rightarrow$ *dynamika A*
    - ak sa systém nachádza v stave s interakciou t.j. $h_2(t) > h \rightarrow$ *dynamika B*



Obr. 2 Hydraulický systém dvoch nádob s hybridnou dynamikou

Tab. 1 Parametre hybridného hydraulického systému dvoch nádob

Parametre systému		
označenie	***hodnota***	***popis***
h	1,35 m	výška dna guľovej nádoby
h_{1max}	2,4 m	výška guľovej nádoby
h_{2max}	2 m	výška valcovej nádoby
F_2	3,72 m^2	plocha hladiny druhej nádoby
$F_1(h_1(t))$		plocha hladiny v prvej nádobe
R_1	1,2 m	polomer guľovej nádoby
g	9,81 m/s^2	gravitačné zrýchlenie
ρ	998 kg.m^{-3}	hustota kvapaliny
k_{11}	4 lit^{2,5}s^{-1}	prietokový ventil z prvej do druhej nádoby
k_{22}	3,56 lit^{2,5}s^{-1}	výtokový ventil z druhej nádoby

Tab. 2 Fyzikálne veličiny hybridného hydraulického systému dvoch nádob

Fyzikálne veličiny systému	
$h_1(t)$	výška hladiny prvej nádoby
$h_2(t)$	výška hladiny druhej nádoby
$q_0(t)$	prítok do guľovej nádoby
$q_1(t)$	prítok do guľovej nádoby
$q_2(t)$	výtok z druhej nádoby

Na základe platnosti matematicko-fyzikálnych zákonov pre hydraulické systémy získame matematický model hydraulického systému dvoch nádob v tvare nelineárnych diferenciálnych rovníc pre oba typy dynamík, kde prvá rovnica pri danom type dynamiky reprezentuje *prvú* a teda guľovú nádobu a druhá rovnica reprezentuje *druhú* a teda valcovú nádobu:

Rovnice reprezentujúce ***dynamiku A*** :

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q_0(t)}{\pi(\,2R_1h_1(t)\; - \;h_1^2(t))} - \frac{k_{11}\sqrt{h_1(t)}}{\pi\left(\,2R_1h_1(t)\; - \;h_1^2(t)\right)},$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{k_{11}\sqrt{h_1(t)}}{F_2} - \frac{k_{22}\sqrt{h_2(t)}}{F_2}$$

Rovnice reprezentujúce ***dynamiku B*** :

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{q_0(t)}{\pi(\,2R_1h_1(t)\; - \;h_1^2(t))} - \\ - \frac{sign\big(h_1(t) - (h_2(t) - h)\big)\,k_{11}\sqrt{|h_1(t) - (h_2(t) - h)|}}{\pi\left(\,2R_1h_1(t)\; - \;h_1^2(t)\right)},$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{sign\big(h_1(t) - (h_2(t) - h)\big)\,k_{11}\sqrt{|h_1(t) - (h_2(t) - h)|}}{F_2} - \\ - \frac{k_{22}\sqrt{h_2(t)}}{F_2}$$

kde funkcia $sign$ predstavuje smer toku kvapaliny medzi nádobami.

Postup odvodenia rovníc pre prípad *s interakciou* môžeme vidieť na stránke predmetu *Optimálne a nelineárne systémy* v časti *Simulačné modely*:

http://matlab.fei.tuke.sk/ons/pdfModely/M4_gula_valec.pdf

Úloha 1.a Získanie rovnovážneho stavu pre obe dynamiky hydraulického systému dvoch nádob

Následne môžeme určiť rovnovážny stav hladín v nádobách, do ktorého sa dostane systém po istom časovom úseku, bez vplyvov vonkajšieho okolia.
Keďže ide o systém s dvoma odlišnými nádobami, je potrebné zvoliť si rovnovážny stav v *prvej* aj *druhej* nádobe.

Môžeme použiť dva varianty :

- zvolenie konštantného prítoku q_{0s} a následne vypočítať ustálené hladiny h_{1s} a h_{2s}
- zvolenie hladín a následne vypočítať ustálený prítok do prvej nádoby.

V tomto prípade použijeme druhú možnosť a teda zvolíme ustálenú hladinu v ***druhej nádobe*** pre obe dynamiky (h_{2s1} , h_{2s2}) a následne vypočítame rovnovážny stav v prvej nádobe a konštantný prítok taktiež pre obe dynamiky uvedené v Tab. 3.

Ustálené hladiny v prvej nádobe pre obe dynamiky získame z rovníc:

$$h_{1s1} = h_{2s1}\left(\frac{k_{22}}{k_{11}}\right)^2, \qquad h_{1s2} = h_{2s2}\left(\frac{k_{22}}{k_{11}}\right)^2 + h_{2s2} - h,$$

a následne dopočítame konštantný prítok pre jednotlivé dynamiky systému.

Tab. 3 Ustálené hodnoty

Ustálené hodnoty	
dynamika A	*dynamika B*
$h_{1s1} = 0{,}7921\ m$	$h_{1s2} = 1{,}5174\ m$
$h_{2s1} = 1\ m$	$h_{2s2} = 1{,}6\ m$
$q_{0s1} = 3{,}5600\ m^s/s$	$q_{0s2} = 4{,}5031\ m^s/s$

Úloha č.2 : Vykonať lineárnu aproximáciu nelineárneho modelu hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou.

S nelineárnymi systémami sa pracuje veľmi ťažko a preto ich nahrádzame pomocou lineárnej aproximácie v okolí vhodne zvoleného pracovného bodu. Vykonáme ju pomocou Taylorovho rozvoja:

$$f_i\big(x(t), u(t)\big) \approx f_i(x_s, u_s) + \sum_{k=1}^{n_x} \frac{\partial f_i}{\partial x_k}|_{x_S,u_S} (x(t) - x_{kS}) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n_u} \frac{\partial f_i}{\partial u_k}|_{x_S,u_S} (u(t) - u_{kS})$$

Po vykonaní lineárnej aproximácie získame lineárne diferenciálne rovnice taktiež pre obe dynamiky. Pre jednoduchšie zápisy zavedieme konštanty:

$$k_1 = \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_{1s1}}}, \quad k_2 = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_{2s1}}},$$

dynamika A:

$$\frac{d\Delta h_1(t)}{dt} = \frac{\Delta q_0(t)}{F_{1s1}} - \frac{k_1 \Delta h_1(t)}{F_{1s1}},$$

$$\frac{d\Delta h_2(t)}{dt} = \frac{k_1 \Delta h_1(t)}{F_2} - \frac{k_2 \Delta h_2(t)}{F_2},$$

kde odchýlka$\Delta q_0(t) = q_0(t) - q_{0s1}$, $\Delta h_1 = (h_1(t) - h_{1s1})$ a odchýlka $\Delta h_2 = (h_2(t) - h_{2s1})$

dynamika B :

$$\frac{d\Delta h_1(t)}{dt} = \frac{q_0(t)}{F_{1s2}} - \frac{k_{11}\Delta h_1(t)}{2F_{1s2}\sqrt{h_{1s2} - h_{2s2} + h}} + \frac{k_{11}\Delta h_2(t)}{2F_{1s2}\sqrt{h_{1s2} - h_{2s2} + h}},$$

$$\frac{d\Delta h_2(t)}{dt} = \frac{k_{11}\Delta h_1(t)}{2F_2\sqrt{h_{1s2} - h_{2s2} + h}} - \frac{k_{11}\Delta h_2(t)}{2F_2\sqrt{h_{1s2} - h_{2s2} + h}} - \frac{k_{22}\Delta h_2(t)}{2F_2\sqrt{h_{2s2}}},$$

kde v tomto prípade odchýlka $\Delta q_0(t) = q_0(t) - q_{0s2}$, $\Delta h_1(t) = h_1(t) - h_{1s2}$ a odchýlka $\Delta h_2(t) = h_2(t) - h_{2s2}$.

Úloha č.3 : Vytvoriť diskrétny popis lineárnej aproximácie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou.

Vzhľadom na to, že chceme daný systém modelovať v prostredí HYSDEL, ktorý je špecializovaný na modelovanie hybridných systémov v diskrétnom čase, potrebujeme získané spojité lineárne diferenciálne rovnice previesť na diferenčné rovnice pomocou Eulerorovho vzťahu s periódou vzorkovanie ***T***.

$$h(k+1) = h(k) + Tf(h(k), q(k))$$

Pre jednoduchšie zápisy zavedieme konštanty:

pre ***dynamiku A***

$$k_{1b} = \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_{1s1}}}, \qquad k_{2b} = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_{2s1}}},$$

a pre ***dynamiku B***

$$k_{1s} = \frac{k_{11}}{2\sqrt{h_{1s2} - h_{2s2} + h}}, \qquad k_{2s} = \frac{k_{22}}{2\sqrt{h_{2s2}}}$$

Výsledné diskrétne Jakobiány *F, G* pre jednotlivé diskrétne dynamiky systému budú mať formu:

dynamika A:

$$F_A = T\begin{bmatrix} -\frac{k_{1b}}{F_{1s1}} & 0 \\ \frac{k_{1b}}{F_2} & -\frac{k_{2b}}{F_2} \end{bmatrix}, \qquad G_A = T\begin{bmatrix} \frac{1}{F_{1s1}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

dynamika B :

$$F_B = T\begin{bmatrix} -\frac{k_{1s}}{F_{1s2}} & \frac{k_{1s}}{F_{1s2}} \\ \frac{k_{1s}}{F_{1s2}} & -\frac{k_{1s}}{F_{1s2}} - \frac{k_{2s}}{F_2} \end{bmatrix}, \qquad G_B = T\begin{bmatrix} \frac{1}{F_{1s2}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Perióda vzorkovania ***T*** musí byť zvolená tak, aby diskrétna aproximácia primerane odrážala dynamiku v čase spojitého linearizovaného modelu. Na základe vzťahu:

$$T = \frac{1}{max|s_1, \dots, s_n|} 0.1,$$

kde $s_1, \dots, s_n$ predstavujú vlastné čísla matice $\boldsymbol{F}$ daného systému.

Úloha č.4 : Implementovať lineárny model hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou do modelovacieho nástroja HYSDEL

Modelovacie prostredie HYSDEL je špecifikované hlavne pre hybridné systémy, reprezentovanými diskrétnymi hybridnými automatmi.

Deklarácia premenných:

- môžu byť typu REAL, BOOL
- môžu mať priradenú jednu hodnotu alebo interval hodnôt
- jedna premenná môže byť definovaná ako vektor možných nadobudnutých hodnôt

Vytvorenie popisu hybridného systému pomocou modelovacieho nástroja HYSDEL :

1. **KROK**

   - vytvorenie súboru v MATLABE, ktorý uložíme s príponou *.hys*

2. **KROK**

   - zápis do štruktúry jazyka

   ŠTRUKTÚRA:

   vytvárame model systému:

   SYSTEM názov_systému {

   deklarujeme premenné (vstupy, výstupy, stavy, parametre):

   INTERAFACE {

   STATE {intervaly stavových veličín}

   INPUT {intervaly vstupných veličín}

   PARAMETER {hodnoty parametrov systému}

   OUTPUT {výstupné premenné}

   }

   vyjadrujeme vzťahy medzi premennými

   IMPLEMENTATION {

   AUX {premenné, ktoré vyjadrujú vzťahy, dynamiky, linearizáciu nelinearít}

   AD {podmienky, na základe ktorých sa má prepnúť dynamika systému}

   DA {stanovenie, ktoré lineárne rovnice – diskrétne v čase treba použiť pri danej dynamike}

   CONTINUOUS {definované stavové veličiny}

   OUTPUT {definovanie výstupných premenných}

   }

   }

Úloha č.5 : Návrh optimálneho stavového riadenia hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou s využitím princípu minimalizácie kvadratického funkcionálu

Pre systém zadaný v diskrétnom stavovom opise

$$x\big((k+1)T\big) = \boldsymbol{F}x(kT) + \boldsymbol{G}u(kT)$$
$$y(kT) = \boldsymbol{C}x(kT),$$

pri návrhu optimálneho stavového riadenia minimalizujeme funkcionál v tvare:

$$J_M = x^T(M)Qx(M) + \sum_{k=0}^{M-1}(x^T(k)Qx(k) + u^T\,(k)Ru(k)),$$

v rámci neho možno meniť matice $Q \in R^{mxm}$ a $R \in R^{rxr}$, ktorými vieme zabezpečiť zmeny správania sa uzavretej slučky.

Optimálne stavové riadenie navrhujeme na základe stanovených cieľov riadenia a to do rovnovážneho a ustáleného stavu, z ktorých získame zákon riadenia:

rovnovážny stav: $u(k) = -\boldsymbol{k_x}x(k)$

ustálený stav: $u(k) = u_R(k) + u_f(k) = -\boldsymbol{k_x}x(k) + Nw(k),$

- vektor spätnoväzobného zosilnenia regulátora $\boldsymbol{k_x}$ možno určiť z rovnice:

$$\boldsymbol{k_x}(k) = (R + G^T P(k)G)^{-1}G^T P(k)F,$$

kde P predstavuje výsledok získaný riešením *Ricattiho* rovnice v diskrétnom tvare:

$$P(k-1) = Q + F^T P(k)F - F^T P(k)G(R + G^T P(k)G)^{-1}G^T P(k)F$$

- výpočet dopredného zosilnenia:

$$N = \frac{1}{C\big(I - (F - Gk_x^T)\big)^{-1}G}$$

Pre optimálne riadenie hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou bola zvolená váhová matica Q a matica R nasledovne:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$$

Výsledné hodnoty zosilnení pre ***dynamiku A**:*

- vektor *spätnoväzobného zosilnenia:*

$$k_A = [\,-0.3578;\ 0{,}502\,]$$

- *dopredné zosilnenie*

$$N_A = 12{,}7795$$

Výsledné hodnoty zosilnení pre ***dynamiku B**:*

- vektor *spätnoväzobného zosilnenia:*

$$k_B = [\,-0{,}9636; 1{,}3030\,]$$

- *dopredné zosilnenie*

$$N_B = 17{,}4316$$

Z nich vieme zostaviť nasledujúce zákony riadenia do ustáleného stavu :

pre ***dynamiku A**:*

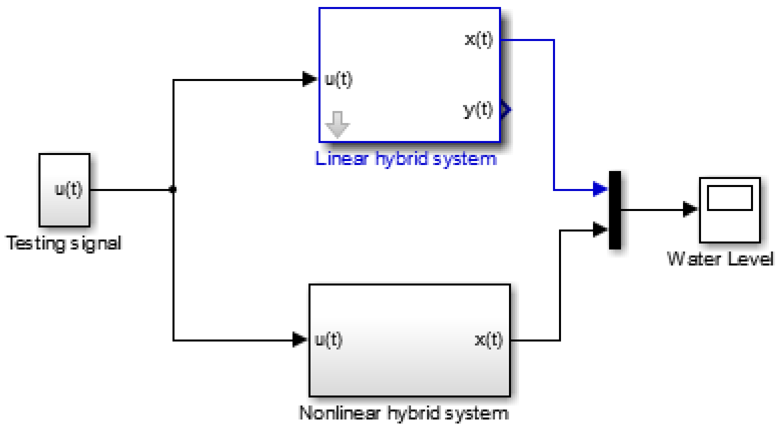
$$\Delta u_A(k) = -k_A\, \Delta x(k) + N_A \Delta\, w(k),$$

pre ***dynamiku B**:*

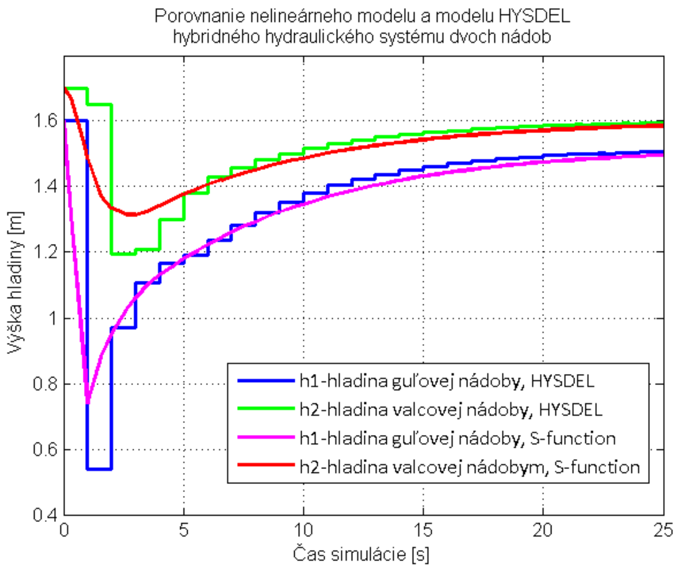
$$\Delta u_B(k) = -k_B\, x\Delta(k) + N_B \Delta\, w(k)$$

Úloha č.6 : Implementácia lineárneho a nelineárneho modelu hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou do programového prostredia MATLAB/Simulink

Odchýlkový lineárny model hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou je namodelovaný v prostredí HYSDEL a nelineárny model daného systému je implementovaný prostredníctvom S-funkcií (bližší popis v bakalárskej práci v podkapitole 4.2). Tieto dva modely sú porovnávané pustením rovnakého vstupného signálu a pri rovnakých počiatočných podmienkach (ďalej PP) v simulačnej schéme na Obr. 3.



Obr. 3 Schéma nelineárneho modelu v S-funkcii a modelu HYSDEL hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou

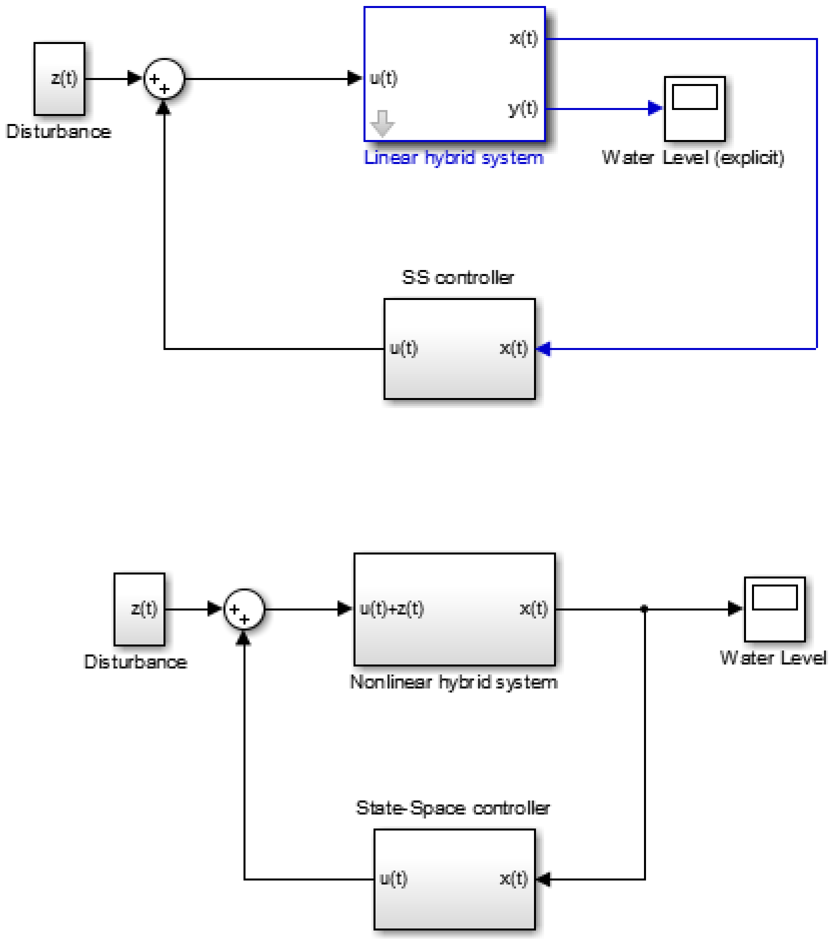


Obr. 4 Časové priebehy výšok hladín hybridného hydraulického systému v blízkosti pracovného bodu pre systém v *dynamike B*

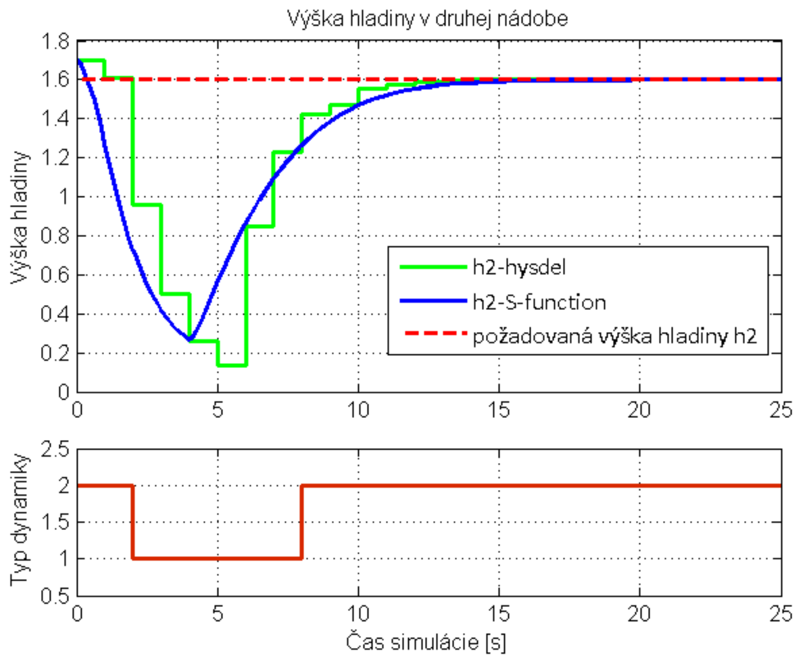
Z časových priebehov výšky hladiny v oboch nádobách na Obr. 4 môžeme vidieť, že odchýlkový lineárny model namodelovaný v prostredí HYSDEL opisuje správanie dynamického systému správne, keďže jeho priebehy výšok hladín od istého simulačného času splývajú a dosahujú rovnakú hodnotu ako nelineárny model v S-funkcii.

Úloha 6.a : Riadenie do rovnovážneho stavu

Modely hybridného hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou riadime do *rovnovážneho stavu* na základe navrhnutého optimálneho stavového riadenia v simulačnom prostredí MATLAB/Simulink v regulačnej schéme ne Obr. 5 :



Obr. 5 Regulačná schéma optimálneho stavového riadenia nelineárneho modelu a modelu HYSDEL hybridného hydraulického systému dvoch nádob do rovnovážneho stavu



Obr. 6 Riadenie do rovnovážneho stavu v *dynamike B* na výšku hladiny $h_{2s2} = 1{,}6\ m$,

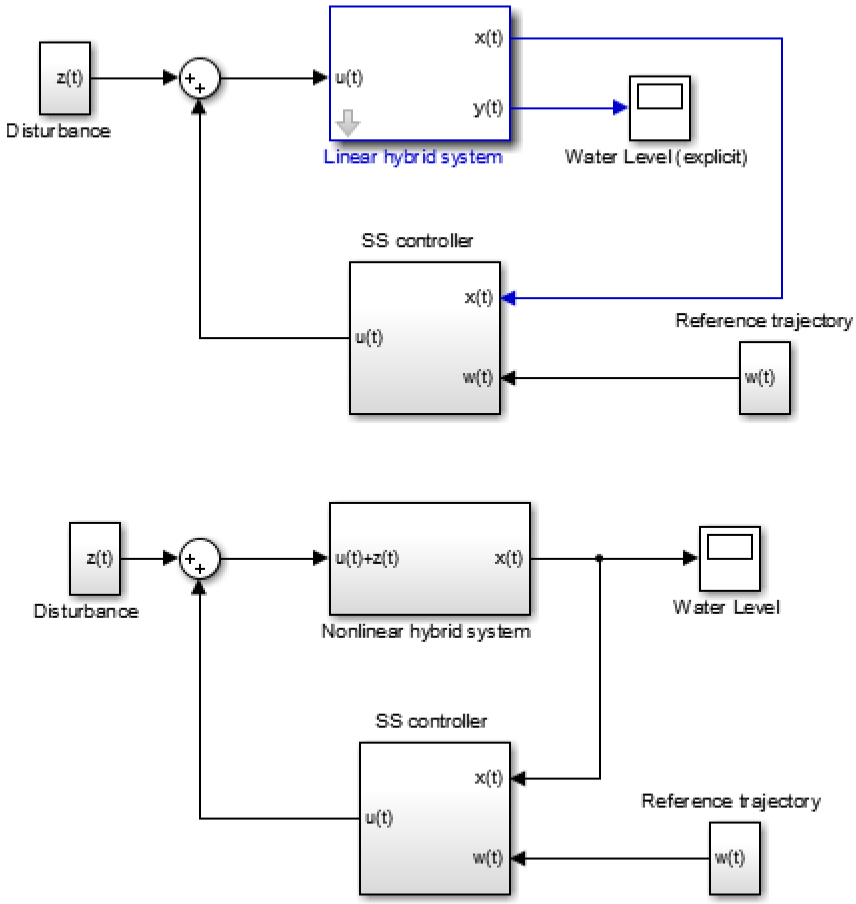
s PP=[1.5;1.7]

V tomto prípade sme riadili výšku hladiny v *druhej nádobe* z počiatočnej podmienky $h_2 = 1{,}7\ m$, do *rovnovážneho stavu* $h_{2s2} = 1{,}6\ m$. Na začiatku simulácie sa model nachádza v *dynamike B,* v ktorej je aj *rovnovážny stav* výšky hladiny. Nastal jav, že kvapalina najprv z nádoby vyteká aj keď jej výška hladiny je nad výškou našej požadovanej hladiny a teda sa dostane systém v čase simulácie $t = 2\ s$ do *dynamiky A* . Po krátkom čase, t.j v čase simulácie $t = 8\ s$, sa pôsobením regulátora dostane hladina kvapaliny do jej *rovnovážneho stavu*.

Úloha 6.b : Riadenie na ustálený stav

Modely hybridného hydraulického systému dvoch nádob s hybridnou dynamikou riadime na ustálený stav na základe navrhnutého optimálneho riadenia v simulačnom prostredí MATLAB/Simulink v regulačnej schéme na Obr. 7.

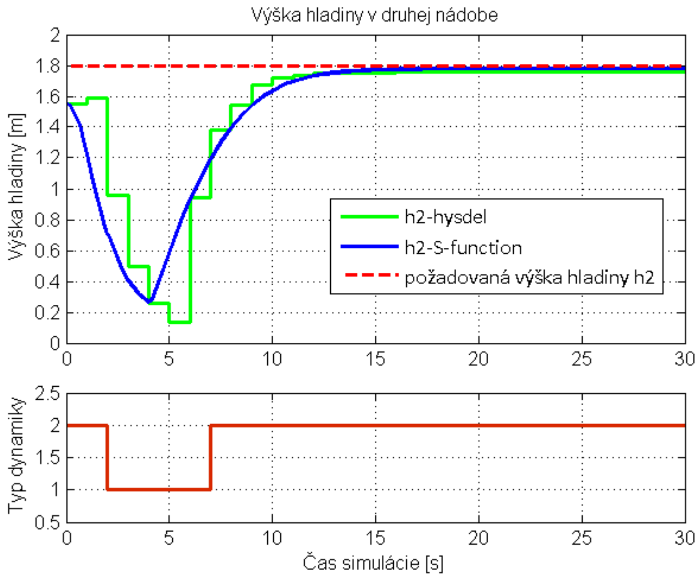
Výsledky optimálneho stavového riadenia *na ustálený stav* s použitím regulačnej schémy na Obr.7, s hodnotou matice $R = 1$,váhovej matice $Q = [10\ 0; 0\ 1]$ a prepínania dynamiky na základe splnenia podmienky $h_2(t) > h$ môžeme vidieť na Obr. 8 a Obr.9.



Obr. 7 Regulačná schéma optimálneho stavového riadenia nelineárneho modelu a modelu HYSDEL hybridného hydraulického systému dvoch nádob na ustálený stav

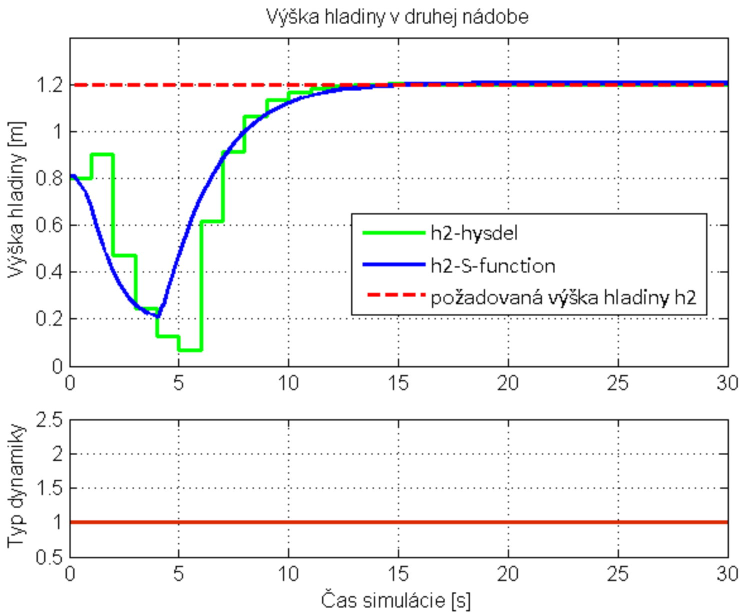
V prípade na Obr. 8 sme riadili výšku hladiny v *druhej nádobe* z počiatočnej podmienky $h_2 = 1{,}55\ m$, na *ustálený stav* $w(t) = 1{,}8\ m$.

Na začiatku simulácie sa modely nachádzajú v *dynamike B,* v ktorej sa nachádza aj nový *ustálený stav* hladiny. Kvapalina najprv z nádoby vyteká a teda sa dostane systém do *dynamiky A* v čase simulácie $t = 2\ s$. Pôsobením regulátora v čase simulácie $t = 8\ s$ sa dynamika opäť prepne do *dynamiky B* a následne sa uriadi hladina *druhej nádoby* na požadovaný *ustálený stav* .



Obr. 8 Riadenie na ustálený stav $h_{2ref} = 1{,}8\ m$, s PP=[1.5;1.55]

Na Obr. 9 sme riadili výšku hladiny v *druhej nádobe* z počiatočnej podmienky $h_2 = 0{,}8\ m$, na *ustálený stav* $w(t) = 1{,}2\ m$.



Obr. 9 Riadenie na ustálený stav $h_{2ref} = 1{,}2m$, s PP=[0.8;0.8]

Na začiatku simulácie sa model nachádza v *dynamike A,* v ktorej sa nachádza aj nový *ustálený stav* hladiny. Kvapalina z nádoby vyteká a systém zostáva v *dynamike A*. Pôsobením regulátora kvapalina nevytečie úplne ale uriadi sa hladina *druhej nádoby* na požadovaný *ustálený stav* približne v čase simulácie $t = 14\ s$. *Dynamika A* sa nepreruší a ostáva aktívna počas celej doby simulácie.