PROBLÉM OPTIMÁLNEHO RIADENIA DYNAMICKÉHO SYSTÉMU

- Modely objektov, ktoré chceme optimalizovať – DYNAMICKÉ SYSTÉMY
- Uvažujeme úlohu RIADENIA deterministických spojitých DS:

  DS:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f_p(x,u,t) \\ y(t) &= g_p(x,u,t) \end{aligned} \qquad (1)$$

  $x(t)$ - stav systému

  $u(t)$ – riadiaci vektor

  $y(t)$ – výstupný vektor

- Veličiny v systéme nemôžu nadobúdať ľubovoľné hodnoty – sú nejakým spôsobom obmedzené :
  OB:

$$\begin{aligned} u(t) \epsilon U \subset R^r \\ x(t) \epsilon X \subset R^n \end{aligned} \qquad (2)$$

- Obvykle poznáme počiatočný stav DS: $x(t_0) = x_0$
  Úlohou je riadiť systém tak, aby na konci intervalu riadenia $< t_0, t_1 >$ bol systém v stave $x(t_1) = x_1$
- Prechod z $x(t_0)$ do $x(t_1)$ môže byť uskutočnený rôzne
  - aby sme mohli vybrať optimálne riadenie je nutné KRITÉRIUM KVALITY RIADENIA , ktoré ohodnotí úlohy, t. j. každému riešeniu priradí reálne číslo (vyberie najlepšie)
- Kritérium kvality riadenia v úlohách dynamickej optimalizácie:

$$J\big(t_0, x(t_0), t_1, x(t_1), u(t)\big) = h\big(x(t_1)\big) + \int_{t_0}^{t_1} g(x,u,t)dt$$

  h, g - skalárne funkcie
  $h\big(x(t_1)\big)$ - hodnotí cieľ trajektórie
  $\int_{t_0}^{t_1} g(x,u,t)dt$ – hodnotí priebeh
- Úloha OR spočíva v určení takého riadenia $u(t)$ systému (1), aby splnila obmedzenia (2) a bol dosiahnutý koncový stav $x(t_1)$ a kritérium akosti riadenia bolo minimálne → Takéto riadenie je potom optimálne $\sim u^*(t)$

Modifikácie:

- Koniec trajektórie – čas t_1 a stav $x(t_1)$ môže byť pevne zadaný → úloha s pevným koncom trajektórie (Funkcie (3) $J = \int_{t_0}^{t_1} g(x,u,t)dt$)
- Ak nie je určený koncový čas t_1 → úloha s voľným koncovým časom
- Koncový stav $x(t_1)$ môže byť neurčený → úloha s voľným koncom trajektórie

Záver:

Regulačná úloha → úloha nájdenia extrému funkcionálu pri rešpektovaní obmedzení danými stavovou rovnicou systému (1) a obm. pod. (2).

LAGRANGEOVA, MAYEROVA a BOLZOVA ÚLOHA

1. Lagrangeova úloha spočíva v minimalizácií funkcionálu

$$J_1\big(x(t)\big) = \int_{t_0}^{t_1} g(x, \dot{x}, t)dt \tag{4}$$

s obmedzením

$$f(x, \dot{x}, t) = 0 \tag{5}$$

úlohu riešime zavedením rozšíreného funkcionálu

2. Mayerová úloha

$$J_2\big(x(t)\big) = \left[g_1(x,t)\right]_{t_0}^{t_1} = g_1(x(t_1), t_1) - g_1(x(t_0), t_0) \tag{6}$$

   S obmedzením tvaru (5)

3. Bolzova úloha

$$J_3\big(x(t)\big) = \left[g_1(x,t)\right]_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} g(x, \dot{x}, t)dt \tag{7}$$

   obmedzenie (5)

Na základe skôr definovaných pojmov môžu byť formulované 2 varianty úlohy OPTIMÁLNEHO RIADENIA pri známom stave systému:

1. Problém PROGRAMOVÉHO OR – pri známom počiatočnom stave systému $u = u^*[t, x_0]$
2. Problém SPETNOVÄZOBNÉ OR – pri známom okamžitom stave systému $u = u^*[t, x(t)]$

Záver:

Na rozdiel od POR $u^*[t, x_0]$, ktorý pre daný počiatočný stav $x_0 = x(t_0)$ môže byť stanovené dopredu (a uložené do OP počítača) ako daná funkcia času v závislosti na skutočnom okamžitom stave systému → Z hľadiska realizovateľnosti je v obidvoch variantoch dôležitá podmienka obmedzenia na vektor riadenia $u \epsilon R^r$.

- Problémy OR bez rešpektovania obmedzenia môžu byť riešené metódami kl. Variačného počtu.

- Problémy POR pri rešpektovaní obmedzení môžu byť riešené princípom minima (maxima) Pontrjagina, ktorý môže byť interpretovaný ako zobecnenie nutných podmienok optimality vo forme Hamiltonových kanonických rovníc
- Problémy SOR → systém Riccatiho rovníc

NUTNÉ A POSTAČUJÚCE PODMIENKY OPTIMALITY pre hľadanie minima funkcionálu

a) Na základe metód kl. Variačného počtu
   1. Euler – Lagrange rovnice
   2. Hamilton – Jacobiho rovnice
b) Na základe moderných metód optimalizácie
   1. Pontrjaginov princíp maxima/minima
   2. Bellmanov princíp optimality

Základná variačná úloha – hľadá extrém funkcionálu

$$J\big(x(t)\big) = \int_{t_0}^{t_1} g(x(t), \dot{x}(t), t)dt \tag{1}$$

Kde $g(.)$ je jadro funkcionálu

- Extremála - $x^*(t)$ zaistí extrém funkcionálu (1)
- Euler-Lagrange rovnica $\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial g}{\partial \dot{x}} = 0$ (2)
  je nutnou podmienkou, aby funkcia $x(t)$ bola extremálou $[x(t_0) = x_0,\ x(t_1) = x_1]$
  $x^*(t)$ - funkcia spojitá / spojité 1. A 2. Derivácie
  $g(.)$ - funcia spojitá s parciálnymi deriváciami

E-L rovnica je NDR (2.rádu):

$$g_x - g_{t\dot{x}} - g_{x\dot{x}}\frac{dx}{dt} - g_{\dot{x}\dot{x}}\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

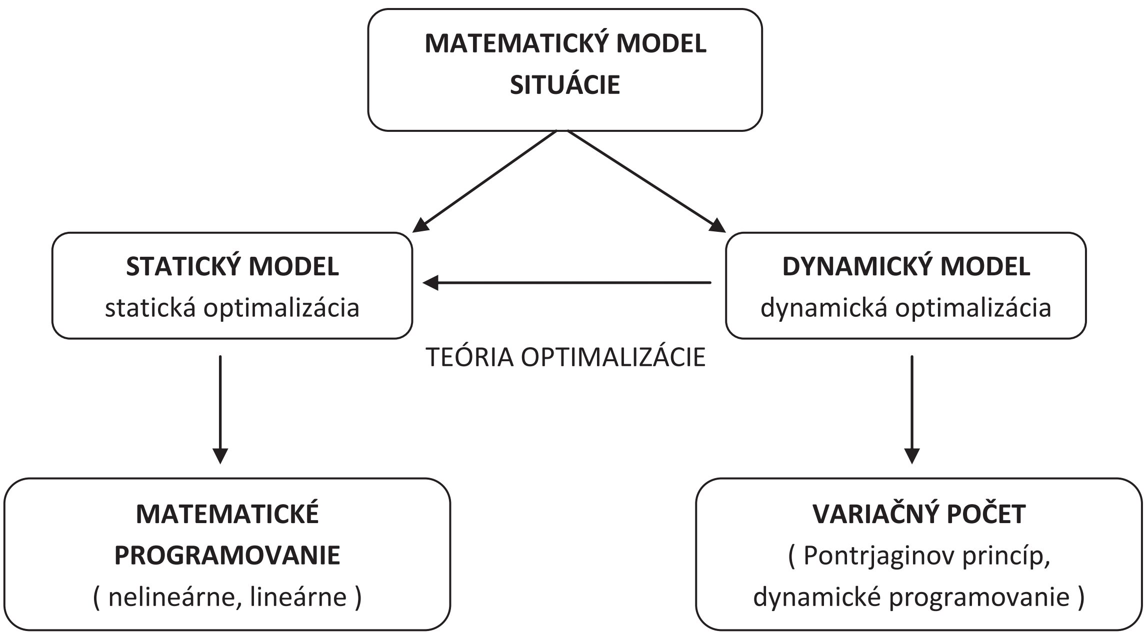
$$\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial^2 g}{\partial t \partial \dot{x}} - \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial \dot{x}}\frac{dx}{dt} - \frac{\partial^2 g}{\partial \dot{x}^2}\frac{d^2 x}{dt^2} = 0$$

Teória optimálneho riadenia- dynamická optimalizácia

- Optimalizačný problém
    - vzniká pri výbere z viacerých variant riešenia
    - Hľadanie najlepšieho variantu
- Optimálne riešenie
    - možné riešenie, pre ktoré neexistujú lepšie riešenia
- Matematická formulácia optimalizačného problému

matematický model problému + kritérium optimality = výber najlepšieho riešenia

- Teória optimalizácie
    - riešenie optimalizačných problémov
    - určenie štruktúry a hodnôt parametrov riadiaceho systému tak, aby sa dosiahla najlepšia kvalita riadenia
- Dynamická optimalizácia
    - cieľom je optimálny priebeh prechodových javov regulovanej veličiny pri zmene riadiacich alebo poruchových veličín
- Statická optimalizácia
    - cieľom je dosiahnutie optimálnych hodnôt veličín v ustálenom stave, ktoré zabezpečia najlepší technologický a ekonomický výsledok riadenia (maximálna energetická účinnosť, kvalita výroby, minimálne straty)



KLASIFIKÁCIA OPTIMALIZAČNÝCH PROBLÉMOV

- Alokačné problémy
  - optimálne rozdelenie zdrojov a určenie optimálneho výrobného programu (maximalizácia zisku)
- Problémy plánovania
  - plánovanie investícií do výrobných zariadení, plánovanie výroby (na základe dopytu, produkcie, výrobných a skladových nákladov)
    napríklad minimalizovať celkové výrobné náklady voľbou optimálnej produkcie
- Problémy OR dynamických systémov
  - odhad predmetov
- Problémy aproximácie
  - aproximácia funkcie na danom intervale inou funkciou
    Cieľ: minimalizovať chybu aproximácie v zmysle určitého kritéria
- Konfliktné situácie (HRY)
  - situácie s protikladnými záujmami účastníkov

MODERNÁ TEÓRIA RIADENIA

Historické obdobia TAR:

- 1868 - predhistória (Maxwell, matematická analýza SV riadiacich systémov)
- 1900-1960 - klasické obdobie (frekvenčné m.)
- 1960 – moderné obdobie (časová oblasť)

OPTIMALITA V PRÍRODNÝCH SYSTÉMOCH

- Dosiahnutie optimality je základnou vlastnosťou pohybu v prírodných systémoch
- Princíp optimality (Johann Bernoulli – 1696 – úloha o brachystochrone)
- Princíp časovej optimality v optike (P. de Fermat – 17.storočie , minimum – time principle)
- Eulerové práce (1744)
- Hamilton – systém sa pohybuje tak, že sa minimalizuje časový interval rozdielu medzi jeho kinematickou a potenciálnou energiou (princíp minima)
- Einstein (1900) – vzhľadom na 4D časopriestor sa pri pohybe systému čas maximalizuje

ZÁKLADNÉ PRÁCE MODERNEJ TAR

- R. Bellman (1957) – dynamické programovanie
- L. S. Pontrhagin (1958) – princíp maxima, časovo optimálne problémy , riadenie je releového typu

- KALMAN a kol. (1960) – začiatok „MODERN CONTROL“
  1. Ljapunovova teória pre NS v časovej oblasti
  2. OR systémov, rovnice pre návrh LQ regulátora
  3. Optimálna filtrácia + teória odhadu, rovnice pre návrh diskrétneho kalmanovho filtra

VARIAČNÉ PROBLÉMY S OBMEDZENÍM

Ak obmedzujúca podmienka je určená algebraickou alebo diferenciálnou rovnicou → budeme hľadať extrém funkcionálu $J = \int_{t_0}^{t_1} g(x,\dot{x},t)dt$ pri obmedzení tvaru DR:

$$f_j(x,\dot{x},t) = 0, \qquad j = 1,2,\dots,m \rightarrow \text{Lagrangeova úloha} \tag{3}$$

Riešenie : → zavedieme Lagrangeou vektor $\lambda(t) = [\lambda_1,\dots,\lambda_m]$

- Extremály Lagrangeovej úlohy sú extremály funkcionálu
$$\tilde{J} = \int_{t_0}^{t_1} [g(x,\dot{x},t) + \lambda^T(t) * f(x,\dot{x},t)]dt \tag{4}$$
kde $f = [f_1,\dots,f_n]^T$ je vektor obmedzení.
Lagrangeovú úlohu riešime tak, že pre funkcionál (4) napíšeme E-L rovnice a ich riešením dostaneme extremály pôvodnej úlohy. (Lagrangeova, Mayerova a Bolzova úloha → návrat)

Riešenie problému OR dynamických systémov ≅ variačný problém Bolzovho typu.

Ak sú obmedzenia na stavy /riadenie → tento problém je obtiažné riešiteľný kl. Variačnými metódami

OPTIMÁLNE RIADENIE BEZ OBMEDZENÍ

Dynamická optimalizácia – hľadáme pre zadaný systém

$$\dot{x}(t) = f(x(t),u(t),t), \qquad x(t_0) = x_0 \tag{5}$$

riadenie $u(t)$ tak, aby bolo kritérium

$$J(x(t),u(t),t) = \int_{t_0}^{t_1} g(x(t),u(t),t)dt \ \rightarrow \ min \tag{6}$$

Riešenie OR DS bez obmedzení → problém je určiť optimálne riadenie $u(t)$, ktoré minimalizuje funkcionál (6) a rešpektuje obmedzenie dané DS: $\dot{x}(t) = f(x(t),u(t),t)$ → VARIAČNÝ PROBLÉM LAGRANGEOVHO TYPU.

- Zavedieme rozšírený funkcionál

$$\tilde{J}_{RF} = \int_{t_0}^{t_1} \big[g(x,\dot{x},t) + \lambda^T(t) * [f(x,u,t) - \dot{x}(t)]\big]dt \ \rightarrow \ \emptyset_{JF} \tag{7}$$

- Jadro funkcionálu označíme ∅
$$\emptyset(x(t),u(t),\lambda(t),t) = g(x,u,t) + \lambda^T\big(f(x,u,t) - \dot{x}(t)\big) \tag{8}$$

- extremály $u^*(t), x^*(t), \lambda^*(t)$ spĺňajú E-L rovnice po dosadení Ø a majú tvar:
  a) $\frac{\partial \emptyset}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \emptyset}{\partial \dot{x}} = 0$
  b) $\frac{\partial \emptyset}{\partial u} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \emptyset}{\partial \dot{u}} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \emptyset}{\partial u} = 0$ (9)
  c) $\frac{\partial \emptyset}{\partial \lambda} - \frac{d}{dt}\frac{\partial \emptyset}{\partial \dot{\lambda}} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \emptyset}{\partial \lambda} = 0$

- Ak za Ø z (8) dosadíme do (9):
  a) $\frac{\partial g}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial x_j} - \dot{\lambda}_j = 0 \qquad j = 1,2,\dots,n$
  b) $\frac{\partial g}{\partial u_k} - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial u_k} = 0 \qquad k = 1,2,\dots,r$ (10)
  c) $\dot{x}_i - f_i(x,u,t) = 0 \qquad i = 1,2,\dots,n$

10a) sústava DR pre zložky vektora λ →rovnice konjungovaného systému $\quad x^*(t)$

10b) sústava algebraických rovníc $\quad u^*(t)$

10c) sústava DR (fyzikálny systém) $\quad \lambda^*(t)$

Integračné konštanty (2n) vypočítame z n- PP $x(t_0)$ a n-koncových podmienok $x(t_1)$.

Riešenie optimálneho problému s obmedzeniami → variačné úlohy s obmedzením sa ľahšie riešia PRINCÍPOM MAXIMA (obmedzenie v tvare nerovníc môžeme previesť vhodnou transformáciou na problém bez obmedzenia).

KANONICKÝ TVAR EULEROVEJ-LAGRANGEOVEJ ROVNICE

1. Základná úloha → minimalizácia funkcionálu

$$J = \int_{t_0}^{t_1} g(x, \dot{x}, t)dt \tag{11}$$

Zavedieme skalárnu funkciu H:

$$H(x, \dot{x}, t) = -g(x, \dot{x}, t) + \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} g(x, \dot{x}, t)\right)\dot{x} \tag{12}$$

   a vektorovú funkciu

   $p(x, \dot{x}, t) = \left(\frac{\partial g(x,\dot{x},t)}{\partial \dot{x}}\right)$ (13)

2. Funkciu H – Hamiltonova funkcia (HAMILTONIÁN)
   Vektor p – konjugovaný vektor k vektoru x
3. Z rovnice (13) vyjadríme $\dot{x}$ ako funkciu p a preto $H = H(x, p, t)$
4. Totálny diferencionál Hamiltoniánu:

$$dH = \frac{\partial H}{\partial x}dx + \frac{\partial H}{\partial t}dt + \frac{\partial H}{\partial p}dp \tag{14}$$

Hamiltonove rovnice pre problém optimálneho riadenia majú tvar:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T \tag{20}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u}$$

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{\partial H}{\partial \lambda}\right)^T$$

Systém hamiltonových rovníc je totožný so systémom variačných rovníc (10) $\lambda(t) \cong p(t)$

Nutné podmienky pre optimum Hamiltonovho kritéria:

1. Ak je definovaná stavová rovnica systému $x(t) = f[\dot{x}(t), u(t), t]$
2. Funkcionál : $J = \int_{t_2}^{t_1} g(x(t), u(t), t)dt$
3. Definujeme Hamiltonovu funkciu:
$$H = H[p, x, u, t] = -g(x, u, t) + \langle p, f(x.u, t)\rangle \ \rightarrow max$$
$$H = H[p, x, u, t] = +g(x, u, t) + \langle p, f(x.u, t)\rangle \ \rightarrow min$$
4. Nutné podmienky pre optimum:

$\dot{p}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}$ → združený SDR

$\dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial p}$ → pôvodný SDR

$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$ → rovnica pre min/max

K tomu, aby u^*bolo optimálne riadenie minimalizujúce kritérium J (s rešpektovaním obmedzenia na u) je nutné, aby existuje nenulová vektorová funkcia $P \cong P^*[t_0, t_1]$ → KOVEKTOR STAVU

5. Podľa (12):
$$dH = -dg + \dot{x}^T dp + p^T d\dot{x} = -\frac{\partial H}{\partial x}dx - \frac{\partial g}{\partial t}dt + \dot{x}^T dp \tag{15}$$
$$\frac{\partial g}{\partial \dot{x}} = p$$
6. Porovnaním :
$$\frac{\partial H}{\partial x} = -g_x, \quad \frac{\partial H}{\partial t} = -g_t, \quad \frac{\partial H}{\partial p} = \dot{x}^T \tag{16}$$
7. Z (16) → E-L rovnice $g_x - \frac{d}{dt} g_{\dot{x}} = 0$ v tvare
$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)^T, \quad \frac{dp}{dt} = -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T \tag{17}$$
Rovnice H sa nazývajú HAMILTOONOVOV (~ kanonickou formou) E-L rovnice

Systém E-L DR druhého radu → nahradzujeme systémom 2 vektorových rovníc 1. rádu

$p(x,\dot{x},t) = \frac{\partial g}{\partial \dot{x}}$ →$\partial g = p * \partial \dot{x}$

Pre úlohu OR hľadáme minimum funkcionálu za obmedzujúcich podmienok daných stavovou rovnicou systému $\dot{x} = f(x,u,t)$

1. min$\left\{J = \int_{t_0}^{t_1} g(x,u,t)dt \;:\; \dot{x} = f(x,u,t), x(t_0) = x_0\right\}$
2. Hamiltonova funkcia

$$H = -\left(g + \lambda^T(\dot{x} - f)\right) + \left(\frac{\partial\left(g + \lambda^T(\dot{x} - f)\right)}{\partial \dot{x}}\right)\dot{x} \qquad (18)$$

je zostavená podľa (12) ; za „ g“ dosadíme jadro rozšíreného funkcionálu ∅

$$\emptyset(x,u,\lambda,t) = g(x,u,t) + \lambda^T\left(\dot{x} - f(x,u,t)\right)$$

$$H = H(x,\dot{x},u,\lambda,t) = -g(x,u,t) + \lambda^T f(x,u,t) \;\rightarrow\; max\, H \qquad (19)$$

$$H = H(x,\dot{x},u,\lambda,t) = g(x,u,t) + \lambda^T f(x,u,t) \;\rightarrow\; min\, H$$

$\lambda(t)$ – konjugovaný vektor ≅ Lagrangeov vektor

a skalárna funkcia H (Hamiltonova funkcia) $p_0 = \pm 1\ (+\ min,\ -\ max)$

$$H = H[p,x,u,,t] = g(x,u,t) + \langle p(t), f(x,u,t)\rangle$$

taká, že:

1. $p^*(t)$ odpovedá $u^*(t)$, $x^*(t)$ v tom zmysle , že sú riešením Hamiltonových rovníc: $\frac{dx}{dt} = \left(\frac{\partial H}{\partial p^*}\right)$ → pôvodný systém NDR; $\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x^*}$ → systém združených DR pri daných okrajových podmienkach: $x(t_0) = x_0$, $p^*(t_1) = \frac{\partial h(x(t_1),t_1)}{\partial x}$
2. Minimum / maximum $\begin{pmatrix} - \rightarrow max \\ + \rightarrow min \end{pmatrix}$ H môže nastať v bodoch, kde je splnená podmienka $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$.

   Funkcia H má absolútne minimum podľa u t. j. $\min\limits_{u \epsilon U} H(x^*,p^*,u^*)$ (vzťah hamiltonovej funkcie a jadra roz. funkcie ∅)

Pozn. $J_{RF} = \int_{t_0}^{t_1}[\langle p,\dot{x}\rangle - H(x,p,t,u)]dt \;\rightarrow\; \emptyset(x,u,\lambda,t) = g(x,u,t) + \lambda^T\left(\dot{x} - f(x,u,t)\right) \rightarrow$

$H = -g(x,u,t) + \lambda^T\left(\dot{x} - f(x,u,t)\right) \qquad \lambda(t) = p(t)$

$\emptyset = p\dot{x} - H$→E-L rovnice pre všetky premenné

Extremály $u^*(t)$, $x^*(t)$, $\lambda^*(t)$ splňajú E-L rovnice:

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{x}} = 0 \rightarrow \frac{\partial\emptyset}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{x}} = -\frac{\partial H}{\partial x} - \dot{\lambda} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial\lambda} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{\lambda}} = 0 \rightarrow \frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{\lambda}} = 0 \rightarrow \frac{\partial\emptyset}{\partial\lambda} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{\lambda}} = \frac{dx}{dt} - \frac{\partial H}{\partial\lambda} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\emptyset}{\partial u} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{u}} = 0 \rightarrow \frac{\partial\emptyset}{\partial\dot{u}} = 0 \rightarrow \frac{\partial\emptyset}{\partial u} = -\frac{dH}{du} = 0 \qquad (3)$$

$$\emptyset = p\dot{x} - H$$

$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{d}{dt}\lambda = 0 \;\rightarrow\; \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x}$ $\qquad$ $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}$ $\qquad$ (1)

$\frac{dx}{dt} - \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \;\rightarrow \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$ $\qquad$ $\dot{x} = f(x,u)$, $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}$ $\qquad$ (2)

$-\frac{dH}{du} = 0 \;\rightarrow\; \frac{\partial H}{\partial u} = 0$ $\qquad$ $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$ $\qquad$ (3)

Nutné podmienky pre optimum (podľa Pontrjagina)

1. Hamil. Kanonické rovnice
2. Min/max Hamil. Funkcie → H
3. Správanie Hamil. Funkcie pozdĺž optimálnej trajektórie
4. Podmienky →okrajové (numerické riešenie)

Všeobecný postup riešenia niektorých úloh OR princípu maxima

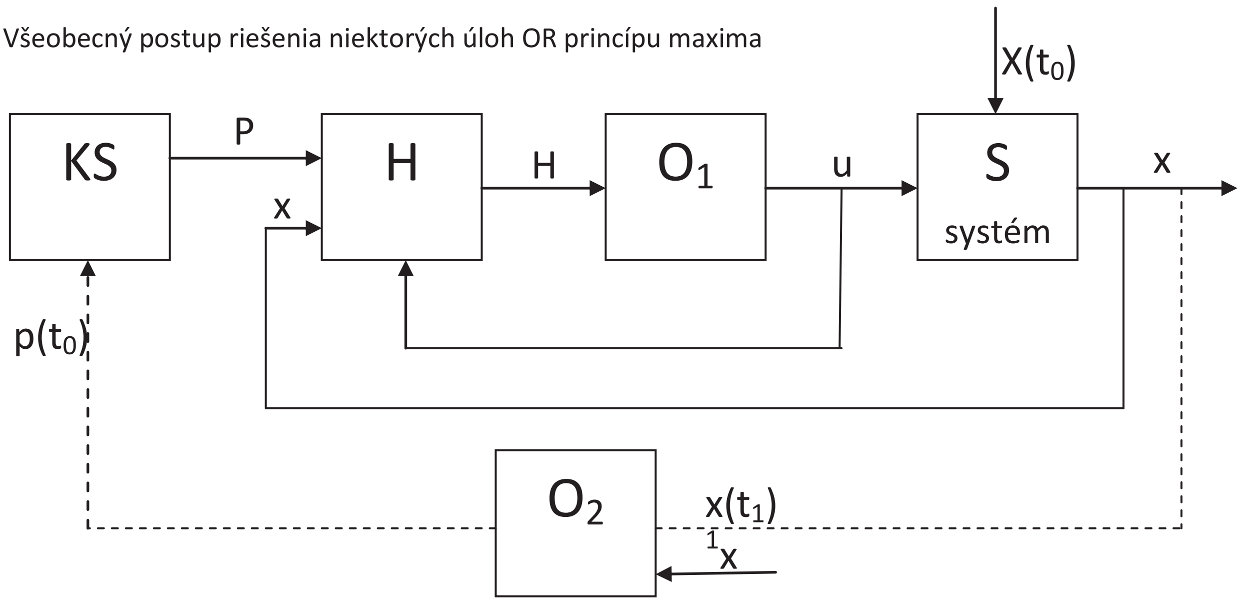


Schéma výpočtu OR a optimálnej trajektórie podľa princípu maxima

- Podľa princípu maxima optimálne riadenie maximalizuje hamiltonián;
- Riešime $< \begin{array}{l}\text{DR pôvodneho systému} \\ \text{DR konjug. (združeného systému)}\end{array}$
- Počiatočné podmienky systému → známa $x(t_0) = x_0$
  Počiatočné podmienky konjugovaného systému →$p(t_0) = ?$

- V úlohe $< \begin{matrix} \text{s pevným koncom trajektórie poznáme koncovú podmienku pod. systému} \\ \text{s voľným koncom trajektórie poznáme koncovú podmienku konjug. systému} \end{matrix}$

S – riadený systém

KS – konjugovaný systém

H – výpočet Hamil. funkcie

O_1 – určuje optimalnu riadiacu veličinu tak, aby H bol v každom t maximálny vzhľadom k $u(t)\epsilon U$;

(slučka s O_1 slúži k výpočtu optimálneho riadenia) → často sa dá OR $u(t)\epsilon U$ z Hamil. vypočítať analyticky;

O_2 – určuje počiatočné podmienky konjug. systému

- ⇨ V koncovom čase je skutočný koncový stav $x(t_1)$ totožný s požadovaným koncovým stavom ${}^1x$
- ⇨ Ak nie je skutočný koncový stav $x(t_1)$ totožný s požadovaným koncovým stavom ${}^1x$ zmeníme optimazátorom O_2 počiatočnú podmienku p(t_0) → znovu počítame