B. Optimálne riedenie NDS - Helikoptéra

ÚLOHY:

1. Implementujte matematický model Helikoptéry do prostredia MATLAB / Simulink.

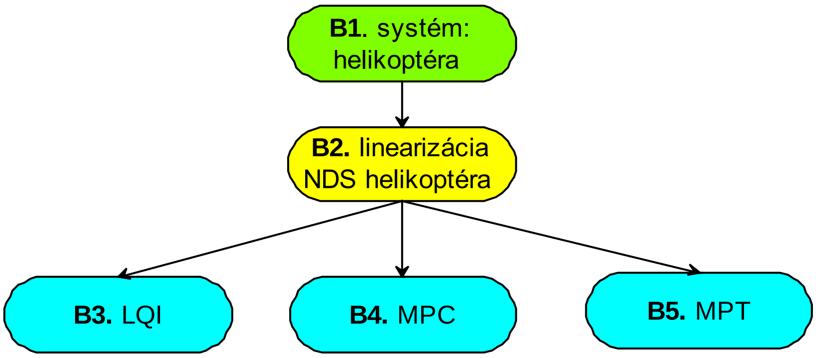
2. Vykonajte linearizáciu NDS Helikoptéra vo vhodne zvolenom pracovnom bode.

3. Na základe získaného lineárneho modelu vykonajte sledovanie trajektórie s využitím funkcie LQI.

4. Na základe získaného lineárneho modelu vykonajte sledovanie trajektórie s využitím funkcií MPC toolboxu, ktorý vykoná predikciu na *n* krokov dopredu.

5. Na základe získaného lineárneho modelu vykonajte sledovanie trajektórie s využitím funkcií MPT toolboxu, ktorý vykoná predikciu na *n* krokov dopredu.

Na Obr. 1 sa nachádza rozdelenie tutoriálu optimálne riadenie NDS – Helikoptéra. Všetky použité metódy riadenia vychádzajú zo zlinearizovaného modelu Helikoptéra. Preto je potrebné najprv vykonať linearizáciu podľa časti B2.

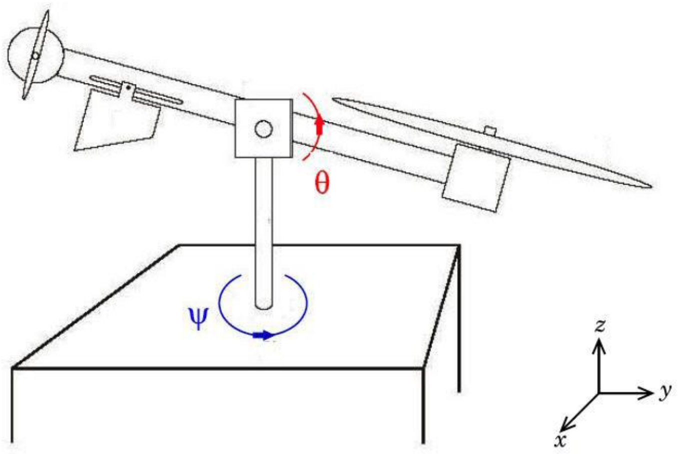


Obr. 1 Rozdelenie úloh tutoriálu Optimálne riadenie NDS - Helikoptéra

ÚLOHA B1.

Implementujte matematický model Helikoptéra do prostredia MATLAB / Simulink

Pre riešenie úlohy uvažujeme nasledovný model helikoptéry:



Obr. 2 Štrukturálny model Helikoptéry

STAVOVÉ PREMENNÉ

θ – elevácia (uhol stúpania)

ψ – azimut (uhol natočenia)

ω_R – uhlová rýchlosť hlavného rotora

ω_θ – uhlová rýchlosť stúpania

ω_S – uhlová rýchlosť zadného rotora

ω_ψ – uhlová rýchlosť natáčania

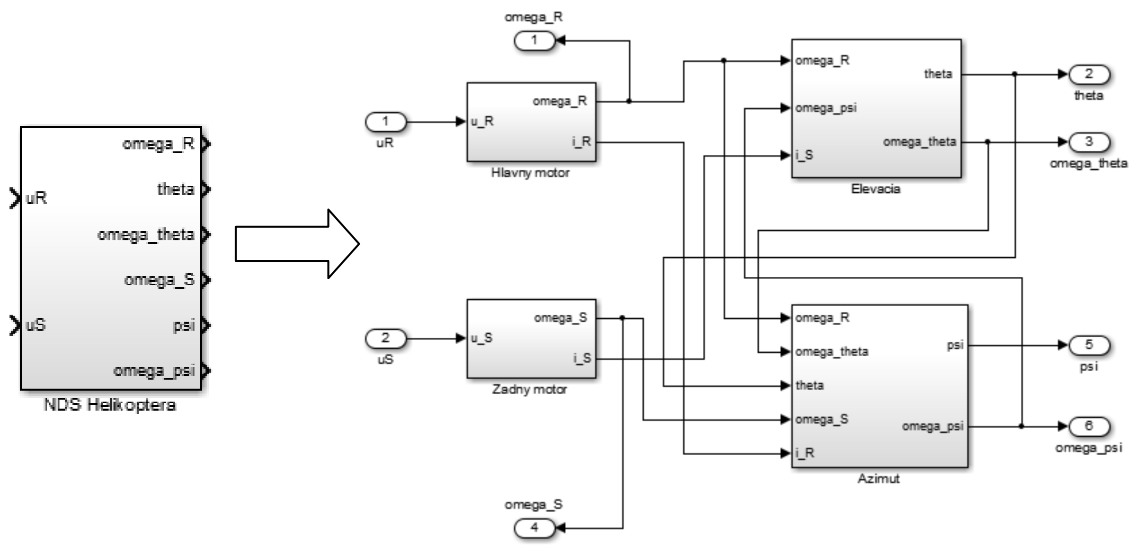
Na Obr. 2 sa nachádza model helikoptéry s dvoma stupňami voľnosti. Tento model pozostáva z oceľovej konštrukcie, na ktorej je umiestnené rameno pomocou otočného kĺbu. Na oboch koncoch ramena sú umiestnené dva rotory. Prvý rotor nachádzajúci sa v pravo na obrázku plní funkciu hlavného rotora, ktorý umožňuje natáčanie helikoptéry v horizontálnej rovine. Druhý, ktorý je zobrazený vľavo na obrázku, plní funkciu zadného rotora a umožňuje natáčanie vo vertikálnej rovine.

Tento model bol popísaný na základe Newtonových rovníc. Vykonaním analytickej identifikácie bolo získaný 6 nelineárnych diferenciálnych rovníc, ktoré popisujú tento model Helikoptéry:

$$\boxed{\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{R}} &= \frac{1}{I_R}\left(c_{MR}\frac{U_R - c_{GR}\omega_R}{R_R} - k_{MR}sign(\omega_R)\omega_R^2 - c_{\mu R}\omega_R\right)\\
\dot{\boldsymbol{\theta}} &= \omega_\theta\\
\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{\theta}} &= \frac{1}{I_H}\left(r_R k_{FR} sign(\omega_R)\omega_R^2 - c_{MS}i_S - c_{\mu H}\omega_\theta - r_{tot}mgsin(-\theta+\alpha) + I_R\omega_R\omega_\psi sin(\theta)\right)\\
\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} &= \frac{1}{I_S}\left(c_{MS}\frac{U_S - c_{GS}\omega_S}{R_S} - k_{MS}sign(\omega_S)\omega_S^2 - c_{\mu S}\omega_S\right)\\
\dot{\boldsymbol{\psi}} &= \omega_\psi\\
\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{\psi}} &= \frac{1}{I_V}\left(\left(r_S cos(\theta)\right)k_{FS}sign(\omega_S)\omega_S^2 - c_{MR}i_R cos(\theta) - c_{\mu V}\omega_\psi - I_R\omega_R\omega_\theta sin(\theta)\right),
\end{aligned}} \tag{1}$$

kde $i_R = \frac{U_R - c_{GR}\omega_R}{R_R}$ a $i_S = \frac{U_S - c_{GS}\omega_S}{R_S}$

Pre vytvorenie simulačného modelu Helikoptéry sme využili matematicky model (1) a implementovali ho do programového prostredia MATLAB/Simulink



Obr. 3 Simulačná schéma zapojenia nelineárneho dynamického modelu Helikoptéra

Viac o NDS Helikoptéra nájdete v bakalárskej práci: Ondreja Kajňák - Programové nástroje premodelovanie a riadenie mechatronických systémov.

ÚLOHA B2.

Vykonajte linearizáciu nelineárneho dynamického systému - Helikoptéra vo vhodne zvolenom pracovnom bode.

Zlinearizujte matematický model NDS Helikoptéry, ktorý je popísaný (1). Pre linearizáciu využite možnosti programového prostredia MATLAB.

Riešením linearizácie v pracovnom bode $\bar{x} = [57;\ 0;\ 0;\ 100;\ 0;\ 0]$ v programovom prostredí MATLAB sme získali nasledujúce jakobiány:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{c_{MR}c_{GR}}{R_R I_R} - \frac{2.k_{MR}\omega_R}{I_R} - \frac{c_{mR}}{I_R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2.k_{FR}r_R\omega_R}{I_H} & \frac{m.g.r_V}{I_H} & -\frac{c_{\mu H}}{I_H} & \frac{c_{MS}c_{GS}}{R_S I_H} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{c_{MS}c_{GS}}{I_S R_S} - \frac{2.k_{MS}\omega_S}{I_S} - \frac{c_{\mu S}}{I_S} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_{MR}c_{GR}}{R_R I_V} & 0 & 0 & \frac{2.k_{FS}r_S\omega_S}{I_V} & 0 & -\frac{c_{\mu V}}{I_V} \end{bmatrix}$$

(2)

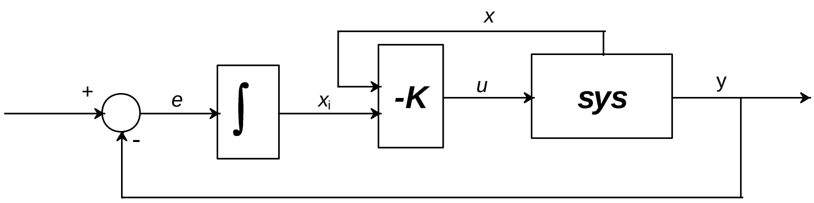
$$B = \begin{bmatrix} \frac{c_{MR}}{R_R I_R} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_{MS}}{R_S I_H} \\ 0 & \frac{c_{MS}}{R_S I_S} \\ 0 & 0 \\ -\frac{c_{MR}}{R_R I_V} & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ÚLOHA B3.

Na základe získaného lineárneho modelu vykonajte sledovanie trajektórie s využitím funkcie LQI

LQI predstavuje stavový regulátor používaný pre odstránenie trvalej regulačnej odchýlky. Jeho použitie je možné aj v prípade skokových zmien požadovanej hodnoty. Štrukturálna schéma zapojenia LQI v uzavretom regulačnom obvode sa nachádza na Obr. 4:



Obr. 4 Štrukturálna schéma zapojenia LQI regulátora

r – referenčná trajektória

e – regulačná odchýlka

x_i - výstup z integrátora

x - stavové premenné

K – matica zosilnenia

u – zákon riadenia

y - výstup

Syntax funkcie LQI je:

$$[\boldsymbol{K}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{E}] = \boldsymbol{lqi}(\boldsymbol{sys}, \boldsymbol{Q}, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{N}),$$

kde vstupné parametre sú:

- $\boldsymbol{sys}$ – systém zadaný v stavovom priestore
- $\boldsymbol{Q}$ – váhová matica
- $\boldsymbol{R}$ – váhová matica
- $\boldsymbol{N}$ – váhová matica

A výstupné parametre:

- $\boldsymbol{K}$ – matica optimálneho zosilnenia
- $\boldsymbol{S}$ – riešenie Riccatiho algebraickej rovnice
- $\boldsymbol{E}$ – vlastné hodnoty uzavretého regulačného obvodu

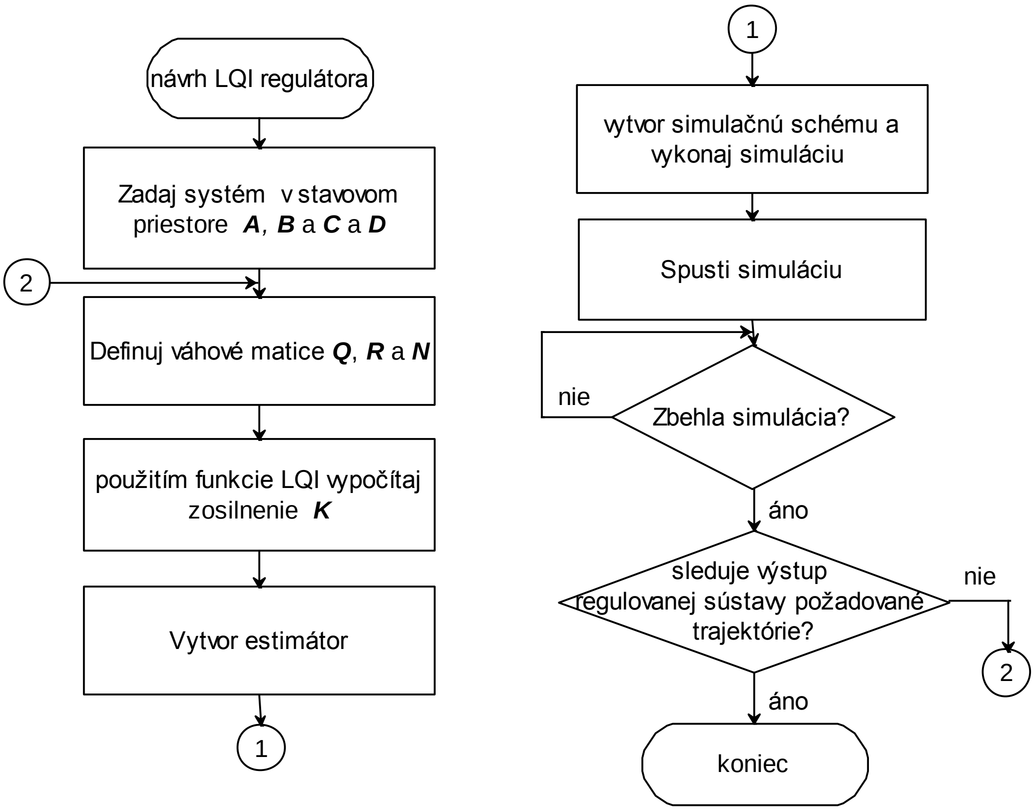
Zákon riadenia je vypočítaný:

$$u = -K.\begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} = -K.z, \tag{3}$$

Pri minimalizácií funkcionálu:

$$J = \int (z'Qz + u'Ru + 2 * z'Nu)dt. \tag{4}$$

Algoritmus riešenia je zobrazený aj v nasledujúcom vývojovom diagrame:



Obr. 5 Algoritmus riešenia lqi funkcie v prostredí MATLAB/ Simulink

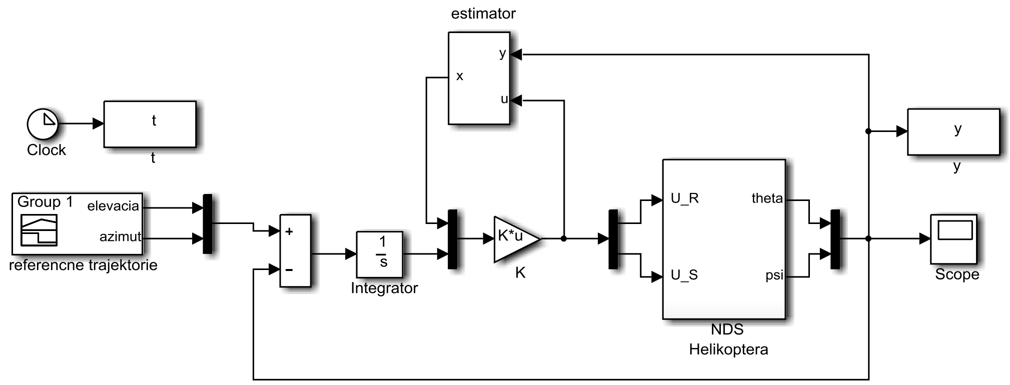
Využitím funkcie lqi a linearizovaného modelu Helikoptéry z úlohy B2 a pri použití váhových rovníc:

$$N = 0$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.00001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00000002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0005 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 200000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10000000 \end{bmatrix}$$

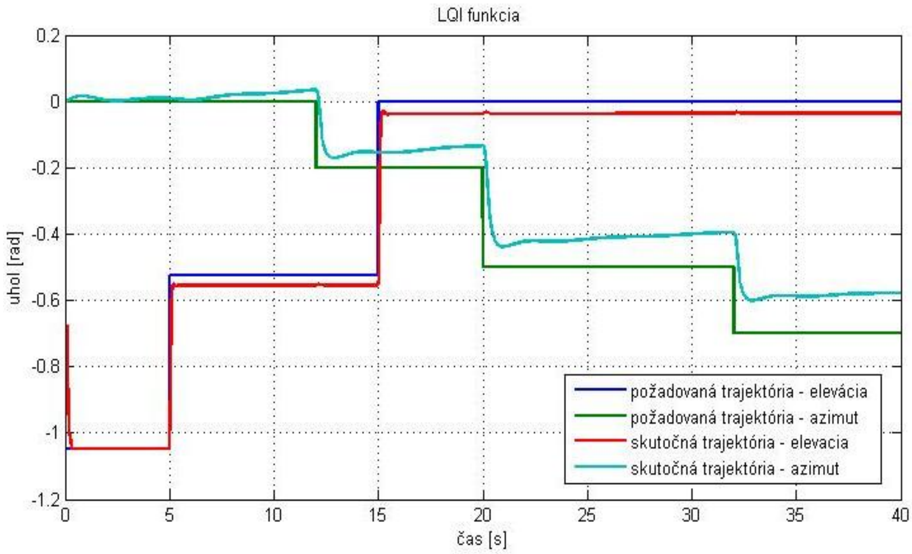
$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0,2 \end{bmatrix}.$$

Po vytvorený skriptu pre výpočet zosilnenia K s použitím funkcie lqi sme v prostredí Simulink navrhli simulačnú schému podľa štrukturálnej schémy (Obr. 4):



Obr. 6 Simulačná schéma zapojenia LQI regulátora a simulančného modelu Helikoptéra

Experimentami sme získali nasledujúci výsledok:



Obr. 7 Sledovanie trajektórie pomocou LQI regulátora

ÚLOHA B4.

Vytvorte algoritmus prediktívneho riadenia s využitím funkcií MPC toolboxu pre predikciu na n krokov dopredu

MPC je jeden z mnohých toolboxov programového prostredia MATLAB, ktorý poskytuje funkcie a bloky v prostredí MATLAB/Simulink pre analýzu, dizajn a simuláciu prediktívneho regulátora MPC.

V tejto časti vytvoríme riadenie využitím funkcie *mpc,* ktorej syntax je:

$$\boldsymbol{MPC = mpc(sys, T_s, P, M)}$$

Funkcia MPC vyžaduje pre riešenie nasledujúce vstupné parametre:

- ***sys*** – systém zadaný v stavovom priestore
- $\boldsymbol{T_s}$- perióda vzorkovania
- ***P*** - predikčný horizont
- ***M*** - riadiaci horizont

a výstup je štruktúra $\boldsymbol{MPC}$, ktorá charakterizuje regulátor.

MPC je prediktívny riadiaci algoritmus, ktorý je založený na minimalizácií funkcionálu:

$$J = \sum_{i=1}^{N} w_{x_i}(r_i - x_i)^2 + \sum_{i=1}^{N} w_{u_i}\Delta {u_i}^2,$$

kde x_i je $i - ty$ regulovaná veličina

r_i je $i - ta$ referenčná trajektória

u_i je $i - ty$ akčná veličina

w_{x_i} je $i - ty$ váhový koeficient pre regulované veličiny x_i

w_{u_i} je $i - ty$ váhový koeficient pre akčné veličiny u_i

Použitím funkcie MPC je možné definovať aj ohraničenia na riadenie a výstup.

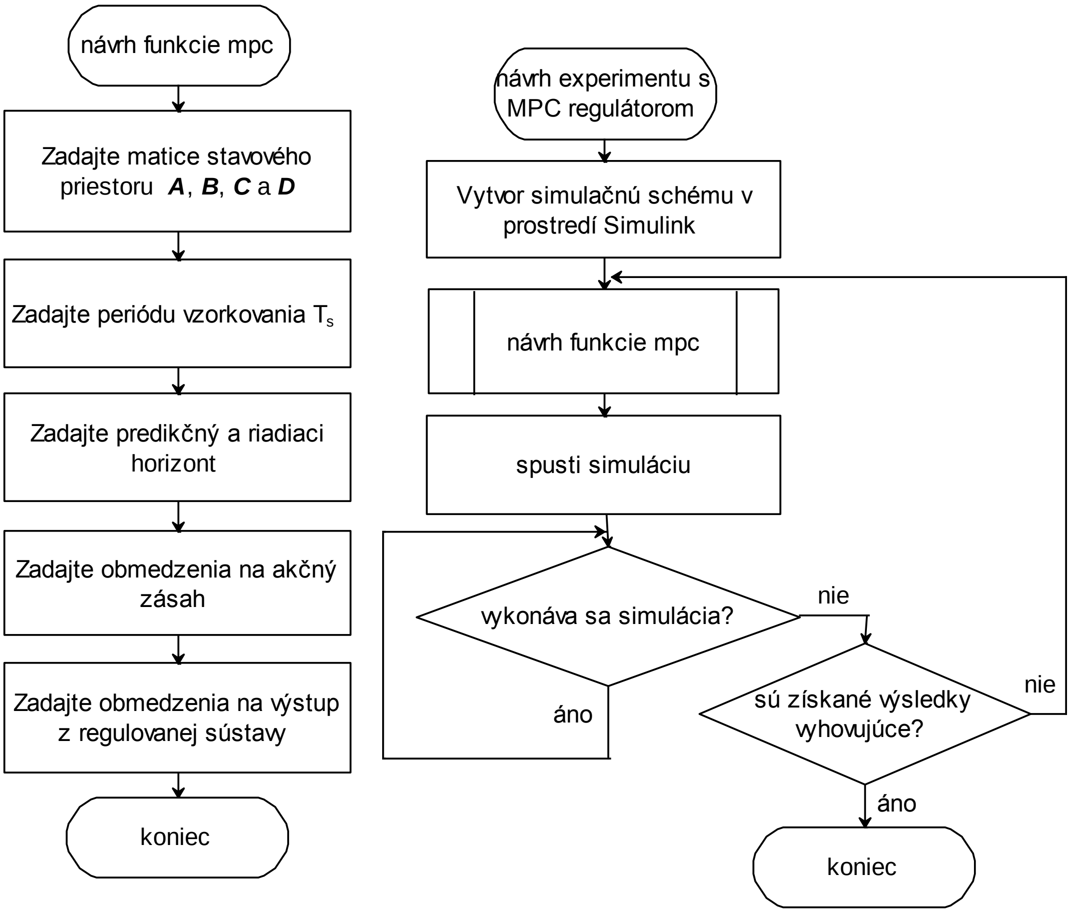
Pre NDS Helikoptéra by sme mohli definovať nasledujúce ohraničenia:

- implementujte aj ohraničenie pre akčný zásah:
  - ⇨ hlavného rotora $\langle -5.7;\ 2.3\rangle$ V a
  - ⇨ pre zadný rotor $\langle -11;\ 5\rangle$ V,
- a ohraničenia výstupu
  - ⇨ kde elevácia je $\langle -60;\ 60\rangle$ stupňov a
  - ⇨ azimut sa môže meniť v rozsahu $\langle -170;\ 170\rangle$ stupňov.

Pozn.

Nezabúdajte však, že riešenie je v radiánoch.

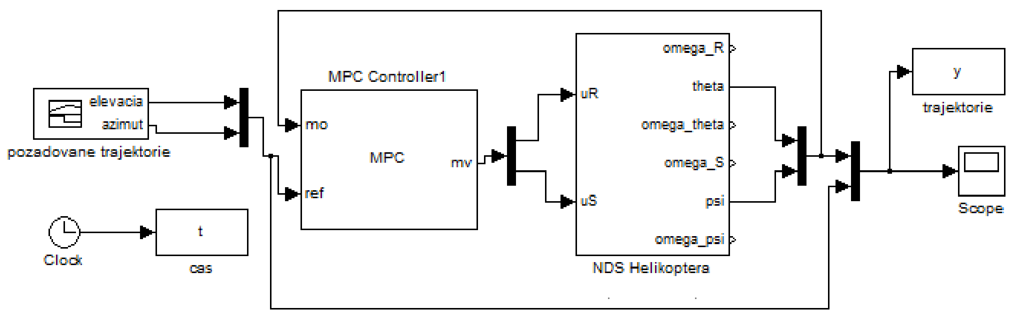
V nasledujúcom vývojovom diagrame je znázornený postup pre riešenie sledovania trajektórie s využitím toolboxu MPC.



Obr. 8 Algoritmus aplikácie funkcie mpc a simulácie riadiacej štruktúry

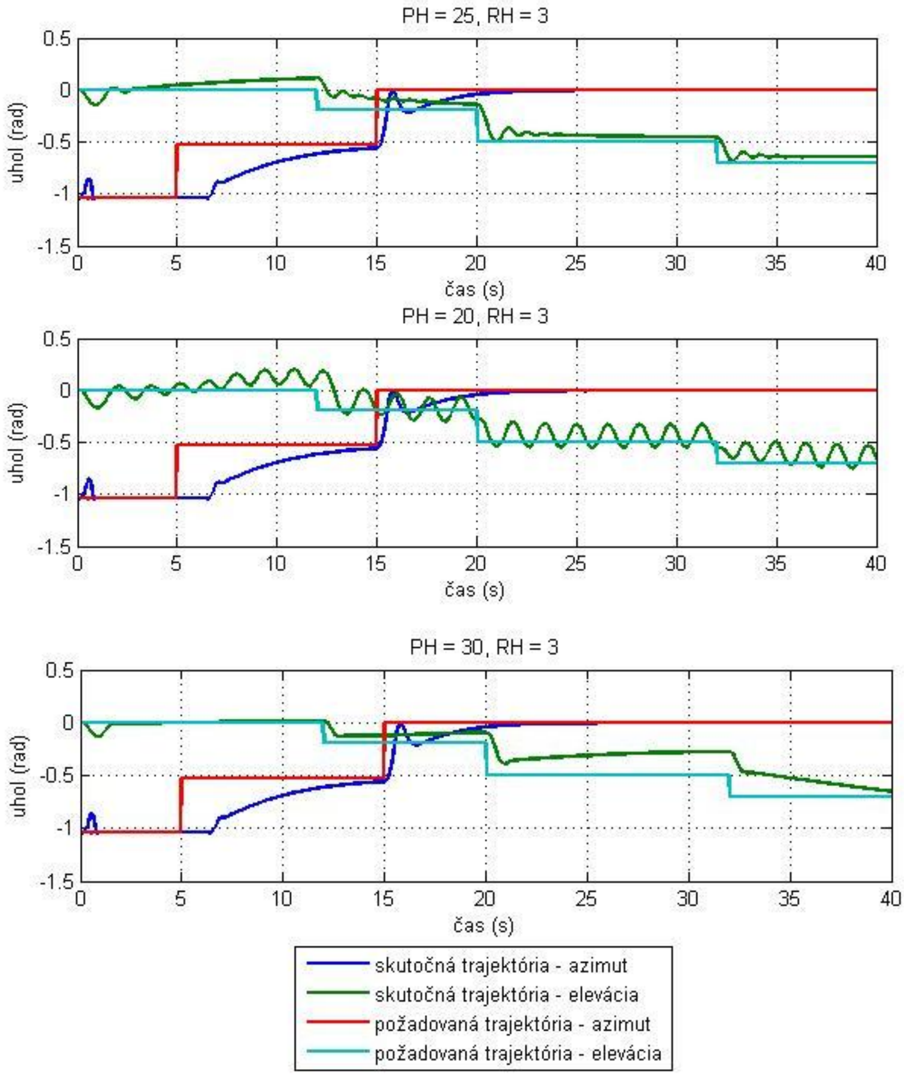
V prostredí MATLAB sme vytvorili pomocou funkcie mpc regulátor, v ktorom sme definovali linearizovaný model Helikoptéry z úlohy B2, periódu vzorkovania $T_s = 0{,}01$a obmedzenia na akčný zásah a výstup.

Vytvorili sme simulačnú schému, ktorá vyzerá nasledovne:



Obr. 9 schéma zapojenia riadiacej štruktúry s MPC regulátorom

A vykonali sme experimenty so sledovaním zhodnej referenčnej trajektórie ako pri LQI riadení. Na 3 grafoch znázorňujeme získané priebehy pri rôznych predikčných horizontoch. Najlepšie výsledky sa nám javili, ak sme zvolili predikčný horizont veľkosti 25 krokov.



Obr. 10 Sledovanie trajektórie využitím MPC regulátora

ÚLOHA B5.

Vytvorte algoritmus prediktívneho riadenia s využitím funkcií MPT toolboxu pre predikciu na n krokov dopredu

MPT je voľne dostupný toolbox, ktorý je možné prevziať z webowej stránky: http://people.ee.ethz.ch/~mpt/3/. Tento toolbox je potrebné rozbaliť v adresári, kde sa nachádza programové prostredie MATLAB. Následne je potrebné pri spustení programového prostredia MATLAB prilinkovať odkaz na tento toolbox a aktivovať ho.

MPT toolbox prilinkujeme a aktivujeme nasledovne:

```
addpath(genpath('C:\cesta_k adresáru_MATLAB\mpt\'))
mpt_init
```

Pre riešenie problému sledovania s využitím toolboxu MPT vytvoríme:

1. štruktúru systému **SysStruct,** v ktorej definujeme systém na základe linearizovaného modelu popísaného v úlohe 2.
2. Štruktúru **ProbStruct**, v ktorej budú definované obmedzenia na akčný zásah:

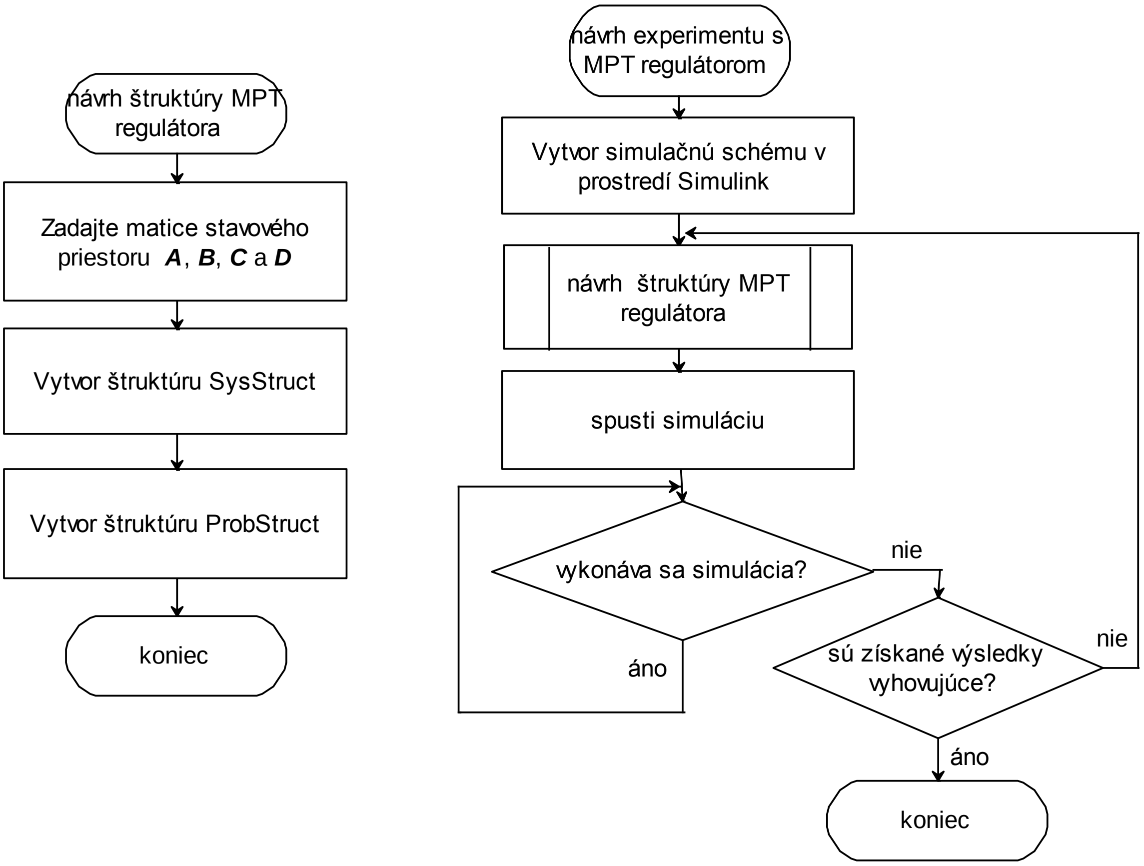
- pre hlavný rotor <-5.7 ; 2.3>,
- pre zadný rotor <-11 ; 5>.

A obmedzenia na stavy:

- uhlová rýchlosť hlavného rotora $\omega_R \in < -190; 76 >$
- elevácia $\theta \in < -60;\ 60 >$
- uhlová rýchlosť stúpania $\omega_\theta \in < -5; 5 >$
- uhlová rýchlosť zadného rotora $\omega_S \in < -366; 166 >$
- azimut $\psi \in < -170; 170 >$
- uhlová rýchlosť natáčania $\omega_\psi \in < -10; 10 >$.

Ďalej je potrebné v štruktúre *ProbStruct* definovať penalizácie výstupu Q_y a penalizácia vstupov R.

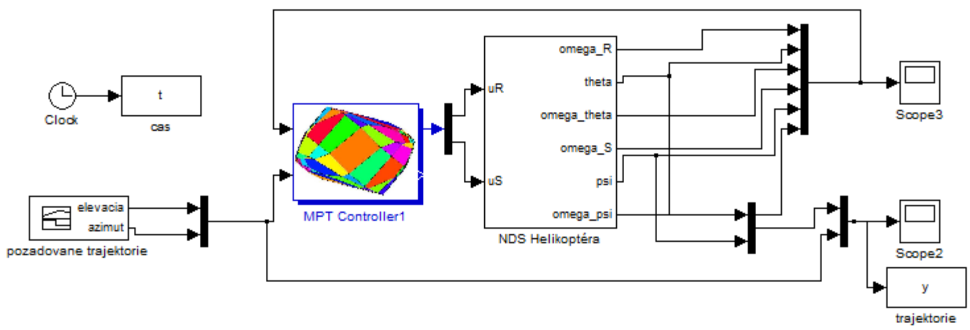
Na nasledujúcom vývojom diagrame je znázornení postup pre algoritmické riešenie problému sledovania s využitím MPT toolboxu.



Obr. 11 Vývojový diagram aplikácie funkcií MPT toolboxu a simulácia v riadiacej štruktúre

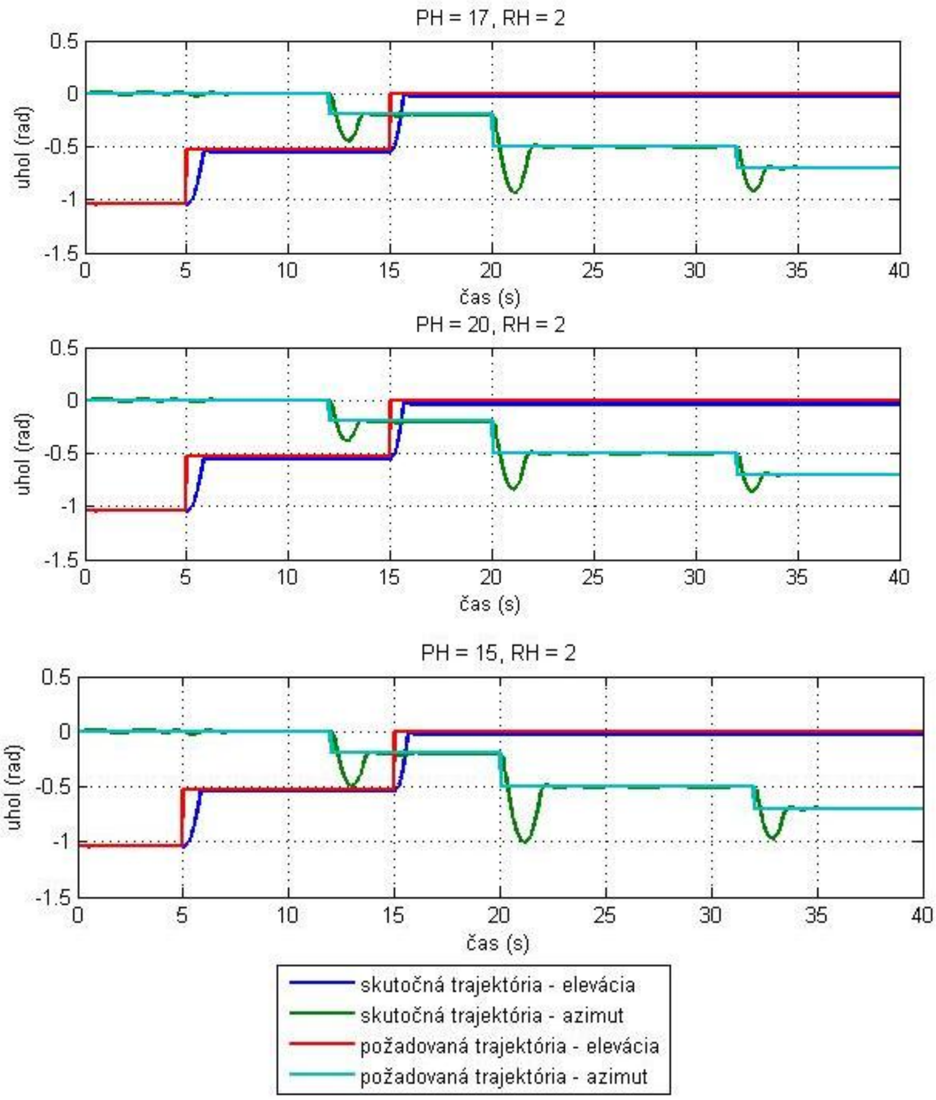
Vytvorili sme štruktúry *ProbStruct* a *SysStruct*, ktorých sme využili zlinearizovaný model helikoptéry, penalizáciu vstupu $Q_y = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$ a penalizáciu výstupu $R = \begin{bmatrix} 0{,}05 & 0 \\ 0 & 0{,}01 \end{bmatrix}$.

Vytvorili sme simulačnú schému zapojenia MPT regulátora a modelu Helikoptéry v prostredí Simulink .



Obr. 12 Riadiaca štruktúra s využitím MPT regulátora

A vykonali sme simulácie pri rôznych hodnotách predikčného horizontu (PH), konkrétne pre predikčný horizont 17,20 a 15 krokov a pri riadiacom horizonte (RH) rovnom dvom:



Obr. 13 Sledovanie trajektórie - MPT regulátor