

Riadenie a Umelá Inteligencia

Cvičenie č. 10

doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.,

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Technická univerzita v Košiciach

LS 2015/2016

Adaptívny STC-PSD regulátor

Analytický výpočet kritických parametrov URO:

$$K_{KR} = g_1(\hat{a}_i(k), \hat{b}_i(k), T_{VZ}), \quad T_{KR} = g_2(\hat{a}_i(k), \hat{b}_i(k), T_{VZ})$$

Postup riešenia ukážeme na príklade riadenia dynamického systému, ktorý môžeme opísať diferencnou rovnicou 2. rádu

- 1 uvažujme matematický model dynamického systému vyjadrený diferencnou rovnicou 2. rádu:

$$y(k) = b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) \quad (1)$$

$\hat{a}_i(k)$, $\hat{b}_i(k)$ sú parametre systému, ktoré sú buď neznáme alebo sa menia v čase

Adaptívny STC-PSD regulátor

- 2 dosadením za $u(k-i) = K_P[w(k-i) - y(k-i)]$ a prepisom DR do z-oblasti pri nulových počiatkových podmienkach získame prenosovú funkciu URO:

$$G_{Y/W}(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{G_P(z)G_R(z)}{1 + G_P(z)G_R(z)}, \quad G_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_P$$
$$G_{Y/W}(z) = \frac{K_P(b_1 + b_2)}{z^2 + bz + c}, \quad b = a_1 + b_1K_P, \quad c = a_2 + b_2K_P \quad (2)$$

- 3 analýza koreňov charakteristického polynómu URO $D(z)$ v z-oblasti ak predpokladáme hranicu stability

$$D(z) = z^2 + (a_1 + b_1K_P)z + (a_2 + b_2K_P) \quad (3)$$
$$D(z) = z^2 + bz + c$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

- 3a) CHP (3) má dvojicu komplexne združených pólov $z_{1,2} = \alpha \pm j\beta$, pre ktoré platí $\alpha^2 + \beta^2 = 1$. CHP môžeme vyjadriť ako súčin koreňových činiteľov

$$\begin{aligned} D(z) &= (z - z_1)(z - z_2) = (z - \alpha - j\beta)(z - -\alpha + j\beta) \\ D(z) &= z^2 - 2\alpha z + \alpha^2 + \beta^2 = z^2 - 2\alpha z + 1 \end{aligned} \quad (4)$$

porovnaním všeobecného tvaru CHP $D(z)$ reprezentovaného rovnicou (3) s rovnicou (4), ktorá reprezentuje predpokladaný typ koreňov URO pre hranicu stability dostávame:

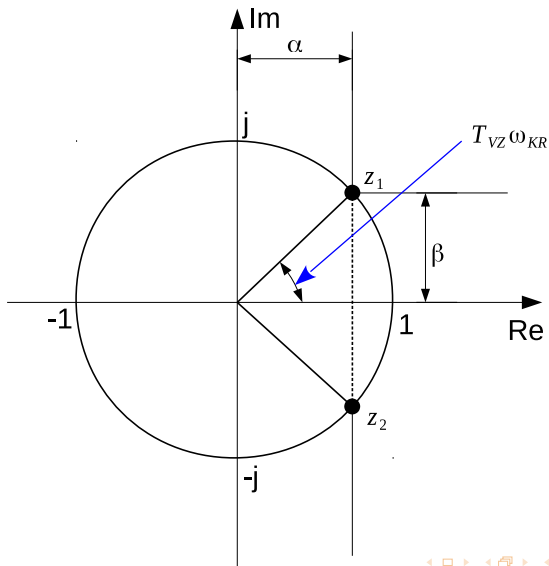
$$c = 1 \Rightarrow a_2 + b_2 K_P = 1, \text{ ak } K_P = K_{KR}(T_{VZ})$$
$$a_2 + b_2 K_{KR}(T_{VZ}) = 1 \Rightarrow K_{KR}(T_{VZ}) = \frac{1 - a_2}{b_2} \quad (5)$$

$$\alpha = -\frac{b}{2} = -\frac{a_1 + b_1 K_{KR}(T_{VZ})}{2} \Rightarrow \omega_{KR} = \frac{1}{T_{VZ}} \arccos \alpha \quad (6)$$

$$T_{KR} = \frac{2\pi}{\omega_{KR}}$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

$$z_1 = \alpha + j\beta, \quad z_2 = \alpha - j\beta$$



Adaptívny STC-PSD regulátor

3b) CHP $D(z)$ má dvojnásobný reálny pól $z_{3,4} = \alpha, \beta = 0$. URO je na hranici stability iba v prípade ak $\alpha = -1, \alpha = 1$ neuvažujeme

$$D(z) = (z + 1)^2 = z^2 + 2z + 1 \quad (7)$$

porovnaním $D(z)$ (3) s $D(z)$ (7):

$$b = 2, c = 1$$

Využitím polynomiálnej rovnice pre $n = 2$:

$$\begin{aligned} z^2 \{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} K_{KR}(T_{VZ})[b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}]\} &= \\ &= (z + 1)z(1 + f_1 z^{-1}) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 + K_{KR}(T_{VZ})b_1 &= 1 + f_1 \\ a_2 + K_{KR}(T_{VZ})b_2 &= f_1 \end{aligned} \right\} K_{KR}(T_{VZ}) = \frac{a_1 - a_2 - 1}{b_2 - b_1}$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

3c) CHP $D(z)$ má rýdzo-imaginárne póly $z_{5,6} = \pm j$, $\alpha = 0$

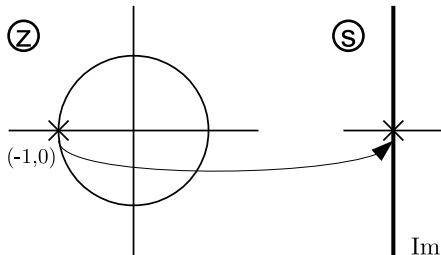
$$D(z) = (z + j)(z - j) = z^2 + 1 \quad (9)$$

Porovnaním $D(z)$ (3) s $D(z)$ (9):

$$b = 0, c = 1 \quad \Rightarrow \quad K_{KR}(T_{VZ}) = \frac{1 - a_2}{b_2} \quad (10)$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

- 4 odvodenie kritických parametrov URO ($K_{KR}(T_{vz}), T_{KR}(\hat{a}, \hat{b}_i, T_{vz})$) s využitím bilineárnej transformácie ($z = \frac{s+1}{s-1}, s = \alpha + j\beta$)



- 4a) aby sme získali podmienky na hranici stability pre dynamický systém s P regulátorom v spätnej väzbe zavedieme bilineárnu transformáciu $z = \frac{s+1}{s-1}$ do charakteristickej rovnice URO (2):

$$G_{Y/W}(z) = s^2(1 + b + c) + s(\underbrace{2 - 2c}_{c=1}) + 1 - b + c = 0 \quad (11)$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

- 4b) rovnicu (11) môžeme riešiť z hľadiska stability z teórie lineárnych systémov

Spojité lineárny regulačný obvod je na hranici stability ak korene CHR (11) ležia na Im osi komplexnej roviny s , t.j. $\alpha = 0$.

- 4c) CHR sa modifikuje do tvaru: ($s = j\beta$)

$$-\beta^2(1 + b + c) + j\beta(2 - 2c) + 1 - b + c = 0 \quad (12)$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

Po rozdelení (12) na reálnu a imaginárnu zložku:

$$\begin{aligned} -\beta^2(1 + b + c) + 1 - b + c &= 0 \\ \beta(1 - 1c) &= 0 \end{aligned} \tag{13}$$

- $1 - c = 0 \Rightarrow c = 1 \rightarrow K_{KR}(T_{vz}) = \frac{1 - a_2}{b_2}$
- $\beta = 0 \Rightarrow 1 - b + c = 0 \Rightarrow K_{KR}(T_{vz}) = \frac{a_1 - a_2 - 1}{b_2 - b_1}$

Adaptívny STC-PSD regulátor

URO je na hranici stability, ak $c = 1$, t.j.:

$$-\beta^2(1 + b + c) + 1 - b + c = 0$$

$$-\beta^2(2 + b) + 2 - b = 0$$

↓

$$\beta^2 = \frac{b - 2}{b + 2} \rightarrow T_{KR}$$

$$T_{KR} = 2\pi \sqrt{\frac{b_1 K_{KR} + a_1 + 2}{b_1 K_{KR} + a_1 - 2}} \quad (14)$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

5 Algortimus STC (PSD) regulátora

- 5a) v identifikačnej časti algoritmu môžeme použiť model ARX, kde uvažujeme pre odhad parametrov vektor $P(k)$:

$$P^T(k) = \hat{\theta}^T(k) = [\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{b}_1, \hat{b}_2]$$

a pre vektor nameraných dát uvažujeme vektor $z(k)$:

$$z(k) = \Phi(k) = [-y(k-1), -y(k-2), u(k-1), u(k-2)]$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

5b) pre výpočet akčného zásahu PSD regulátora s využitím Z-N metódy využijeme Takahashiho vzťah:

$$u(k) = u(k-1) + K_P[(y(k-1) - y(k)) + \frac{T}{T_i}(w(k) - y(k)) + \frac{T_D}{T}(2y(k-1) - y(k-2) - y(k))] \quad (15)$$

$$r_0, T_i, T_D = f(K_{KR}, T_{KR})$$

$$r_0, C_i, C_D = f(K_{KR}, T_{KR})$$

$$K_p = 0.6K_{KR} - \frac{C_i}{2}; \quad C_i = 1.2K_{KR} \frac{T_{vz}}{T_{KR}}; \quad C_D = \frac{3K_{KR} T_{KR}}{40 T_{vz}}$$

$$K_p = K; \quad K_i = KC_i; \quad K_D = KC_D$$

$$u(k) = u(k-1) + K_P[y(k-1) - y(k)] + K_i[w(k) - y(k)] + K_D[2y(k-1) - y(k-2) - y(k)] \quad (16)$$

Adaptívny STC-PSD regulátor

5c) zaved'me označenie:

$$d_1 = y(k-1), \quad d_2 = y(k-2), \quad d_3 = u(k-1), \quad d_4 = u(k-2) \quad (17)$$

Na základe označenia (17) môžeme zákon riadenia $u(k)$ podľa Takahashiho (16) prepísať na tvar:

$$u(k) = K[d_1 - y(k)] + K_i[w(k) - y(k)] + K_D[2d_1 - d_2 - y(k)] + d_3 \quad (18)$$

(v algoritme STC_PSD problém nastane ak $\hat{b}_2 = 0$ a tiež ak $\hat{b}_1 = \hat{b}_2$)

Adaptívny STC-PSD regulátor

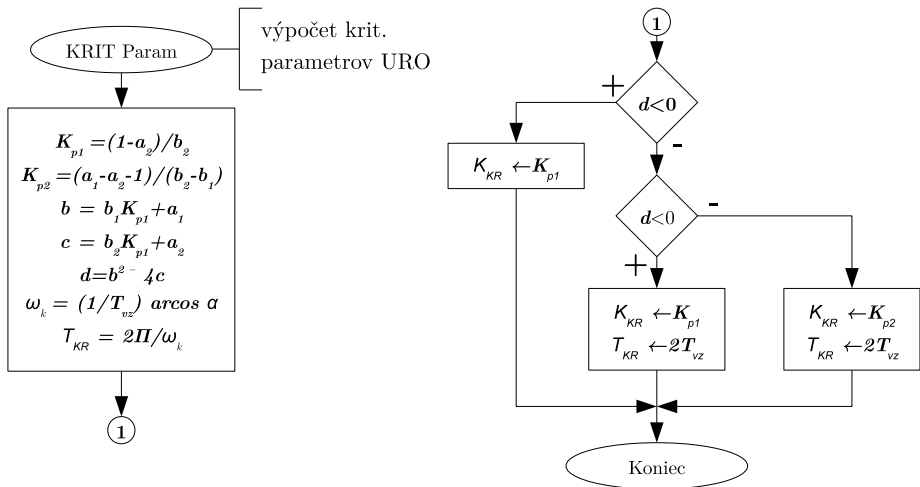
Algoritmus STC pre krok k pri uvažovanej perióde vzorkovania (pre k -ty krok):

- 1 odhad parametrov modelu procesu ARX $\hat{P}(k) = \{\hat{a}_i \hat{b}_i\}$ (metóda RMNŠ) - vid' prednáška 8
- 2 výpočet kritického zosilnenia $K_{KR}(T_{vz})$ a kritickej periódy kmitov $T_{KR}(T_{vz})$ (vid' VD), ak $b_2 = 0 \Rightarrow b_2(k) \leftarrow b_2(k-1)$
ak $\alpha < -1 \Rightarrow \alpha = -1; \alpha > 1 \Rightarrow \alpha = 1$
nakoľko musí platiť $\alpha = -\frac{b}{2} \leq 1$
- 3 výpočet parametrov PSD regulátora K, K_i, K_D podľa (15)
- 4 výpočet zákona riadenia $u(k)$ podľa (18)
- 5 obmedzenie $u(k)$ vzhľadom na rozsah akčného člena
- 6 cyklická zámena dát v regresnom vektore $z(k)$:

$$d_4 \leftarrow d_3, \quad d_2 \leftarrow d_1, \quad d_3 \leftarrow u(k), \quad d_1 \leftarrow -y(k)$$

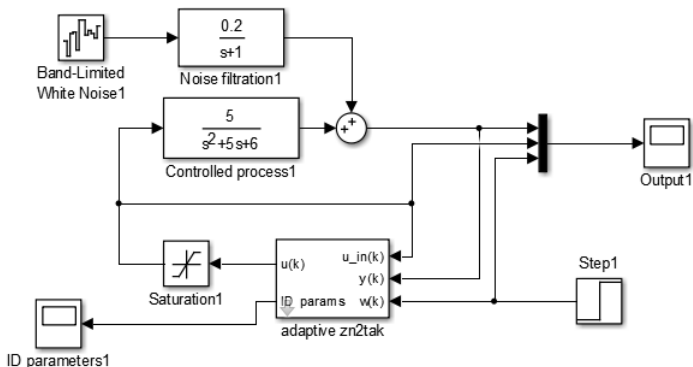
Adaptívny STC-PSD regulátor

VD pre výpočet parametrov PSD regulátora pre proces druhého rádu:



Adaptívny STC-PSD regulátor

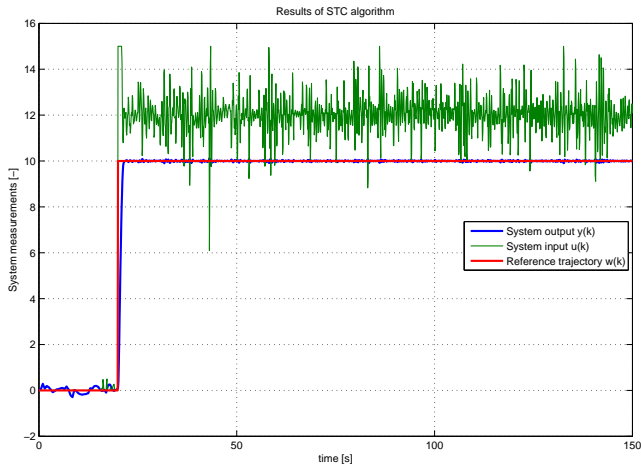
Schéma STC algoritmu implementovaného v prog. prostredí MATLAB/Simulink:



Adaptívny STC-PSD regulátor

Priebeh riadiacej a regulovanej veličiny pre systém:

$$F_P(s) = \frac{5}{s^2 + 5s + 6} \quad (19)$$



Adaptívny STC-PSD regulátor

Priebeh identifikácie parametrov pomocou STC algoritmu:

