

# Riadenie a Umelá Inteligencia

## Cvičenie č. 3

doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.,

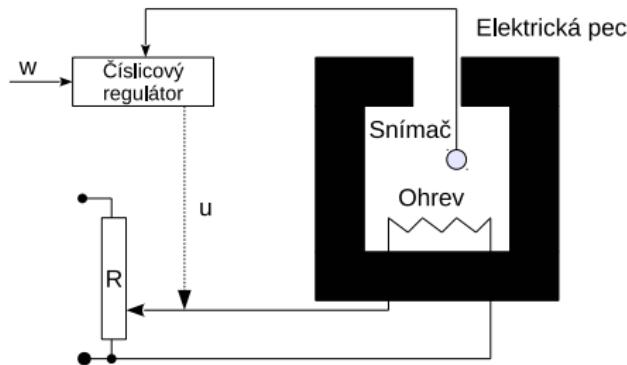
Katedra kybernetiky a umelej inteligencie  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Technická univerzita v Košiciach

LS 2015/2016

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, zadanie

Opis regulovaného procesu:

- Regulácia teploty v elektrickej peci (EP) je realizovaná zmenou príkonu
- Zmena príkonu je vypočítavaná na základe snímanej skutočnej teploty podľa príslušného riadiaceho algoritmu
- Pre model EP je potrebné navrhnúť spojité a diskrétny regulátory, realizovať všetky analytické a numerické riešenia súvisiace so stabilitou a kvalitou diskrétneho regulačného obvodu



# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 1

## Zadanie:

Prepočet spojitého procesu vyjadreného prenosovou funkciou  $G_P(s)$  v s-oblasti na diskrétny tvar v z-oblasti s tvarovacím členom 0.rádu.

Model procesu:

$$G_P(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{0.1}{s^2 + s + 0.2} \quad (1)$$

## Riešenie:

Najprv určíme póly a nuly systému:

$$G_P(s) = \frac{0.1}{s^2 + s + 0.2} = \frac{0.1}{(s + 0.7236)(s + 0.276)} \quad (2)$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 1

Následne určíme prenosovú funkciu s tvarovačom nultého rádu pomocou vzťahu:

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}_{t=kT} \right\} \quad (3)$$

alebo pomocou všeobecného algoritmu, ktorý je uvedený v cvičení 2.

Prechodová funkcia procesu  $v(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$  sa určí na základe späťnej Laplaceovej transformácie a rozkladu na parciálne zlomky:

$$v(t) = 0.5 + 0.30903e^{-0.7236t} - 0.80903e^{-0.2764t} \quad (4)$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 1

Po dosadení do prechodovej charakteristiky  $v(t)$  za  $t = kT$  a následnej Z-transformácii pre periódu  $T = 3s$  dostaneme diskrétnu prechodovú funkciu  $G_P(z)$ :

$$G_P(z) = \frac{0.1822z + 0.06745}{z^2 - 0.5505z + 0.04979} \quad (5)$$

a pre periódu  $T = 2s$

$$G_P(z) = \frac{0.1072z + 0.05516}{z^2 - 0.8106z + 0.1353} \quad (6)$$

**Záver:**

$G_P(z)$  budeme používať:

- ① pri overení stability a kvality návrhu číslicového PID zákona riadenia
- ② pri návrhu diskrétneho polynomiálneho zákona riadenia a zákona riadenia na konečný počet krokov

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2

## Zadanie:

Vypočítajte parametre spojitého PID regulátora a jeho ekvivalentu: PSD regulátora

- ① analyticky s využitím metódy optimálneho modulu (MOM) a Naslinovej metódy (daný postup implementovať v programovom prostredí MATLAB/Simulink)
- ② vypočítajte ustálenú hodnotu reguloanej veličiny  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ , riadiaceho zásahu  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$  a regulačnej odchýlky  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$  pomocou vety o konečnej hodnote
- ③ výpočet ustálených hodnôt  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  naprogramujte s využitím funkcií v prostredí MATLAB

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2

Riešenie:

Výpočet koeficientov spojitého PID regulátora:

$$u(t) = K \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (7)$$

Prenosová funkcia regulátora:

$$G_R(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) = \frac{U(s)}{E(s)} \quad (8)$$

Prenosová funkcia tepelného procesu:

$$G_P(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{K}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (9)$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2a

**Určenie koeficientov PID regulátora metódou optimálneho modulu**  
Prenosové funkcie procesu  $G_P(s)$  a regulátora  $G_R(s)$  je potrebné upraviť na tvar:

$$G_P(s) = K_P \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{K_P}{\frac{N(s)}{M(s)}} = \frac{K_P}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n} \quad (10)$$
$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s, \quad r_0 = K, r_{-1} = \frac{r_0}{T_i}, r_1 = r_0 T_D$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2a

Určenie koeficientov PID regulátora metódou optimálneho modulu

Maticový tvar MOM pre proces  $G_P(s)$  v normovanom tvare:

PID regulátor

$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 & 0 \\ a_3 & -a_2 & a_1 \\ a_5 & -a_4 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K_P} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

PI regulátor

$$\begin{bmatrix} a_1 & -1 \\ a_3 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K_P} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Riešením tejto maticovej rovnosti dostávame pre koeficienty  $r_0$  a  $r_{-1}$ :

$$r_0 = \frac{1}{2K_P} \frac{a_1^3 - 2a_1a_2 + a_3}{a_1a_2 - a_3}, \quad r_{-1} = \frac{1}{2K_P} \frac{a_1^2 - a_2}{a_1a_2 - a_3} \quad (13)$$

Všetky koeficienty  $a_i$  sú koeficienty normovaného prenosu  $G_P(s)$ .

Syntéza MOM nezaručuje stabilitu, je nutné ju vyšetriť.

## Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2a

Prenos tepelného procesu upravíme do vhodného tvaru pre MOM:

$$G_P(s) = \frac{0.1}{s^2 + s + 0.2} = \frac{0.5}{5s^2 + 5s + 1} \quad (14)$$

a následne vypočítame parametre PI regulátora:

$$r_0 = K = 3, \quad r_{-1} = 0.8 \Rightarrow T_i = \frac{K}{r_{-1}} = 3.75 \quad (15)$$

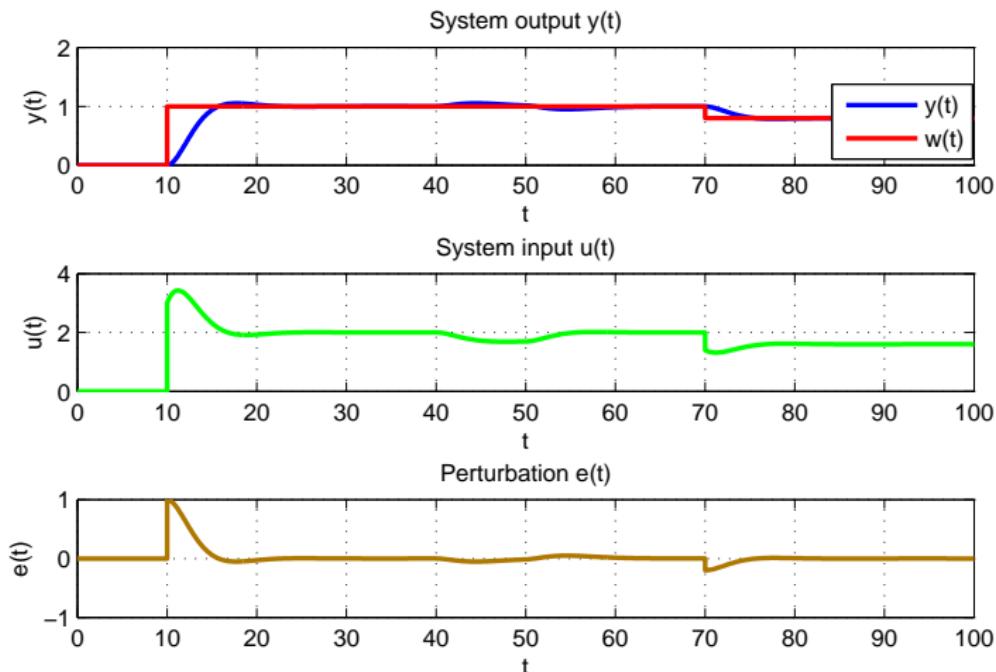
Prenos regulátora teda môžeme zapísat:

$$G_R(s) = 3 + \frac{0.8}{s} = 3 \left( 1 + \frac{1}{3.75s} \right) \quad (16)$$

Tvar PID regulátora v interaktívnom tvare budeme transformovať na PSD regulátor.

## Regulácia ohrevu elektrickej pece, 2a

Časové priebehy  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  pre tepelný proces s PI regulátorom navrhnutým pomocou MOM za pôsobenia poruchy v čase  $t \approx 50s$  a pri zmene  $w(t)$ . Regulátor PID vyskladajte v zložkovom tvare.



# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2a

## Určenie koeficientov PID regulátora podľa Naslina

Naslinová metóda pre výpočet parametrov  $r_0, r_{-1}, r_1$  PID regulátora vychádza z CHR URO:

$$1 + G_P(s)G_R(s) = 0 \quad (17)$$
$$c_n s^n + \dots + c_{i+1} s^{i+1} + c_i s^i + c_{i-1} s^{i-1} + \dots + c_1 s + c_0 = 0,$$

kde  $c_0, \dots, c_n$  sú koeficienty lineárneho RO.

Medzi trojicami za sebou idúcich koeficientov CHR platí Naslinov vzťah:

$$c_i^2 = \alpha c_{i+1} c_{i-1} \quad (18)$$

konštantu  $\alpha$  treba voliť na základe prípustného preregulovania  $\delta_{max}$

$\delta_{max} [\%]$	16	12	8	5	3	1
$\alpha$	1.75	1.8	1.9	2	2.2	2.4

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2a

## Určenie koeficientov PID regulátora podľa Naslina

Na základe Naslinovej metódy vypočítajte parametre PI regulátora, ak je daný prenos regulovaného systému  $G_P(s)$ :

$$G_P(s) = \frac{0.1}{s^2 + s + 0.2}, \quad G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}$$

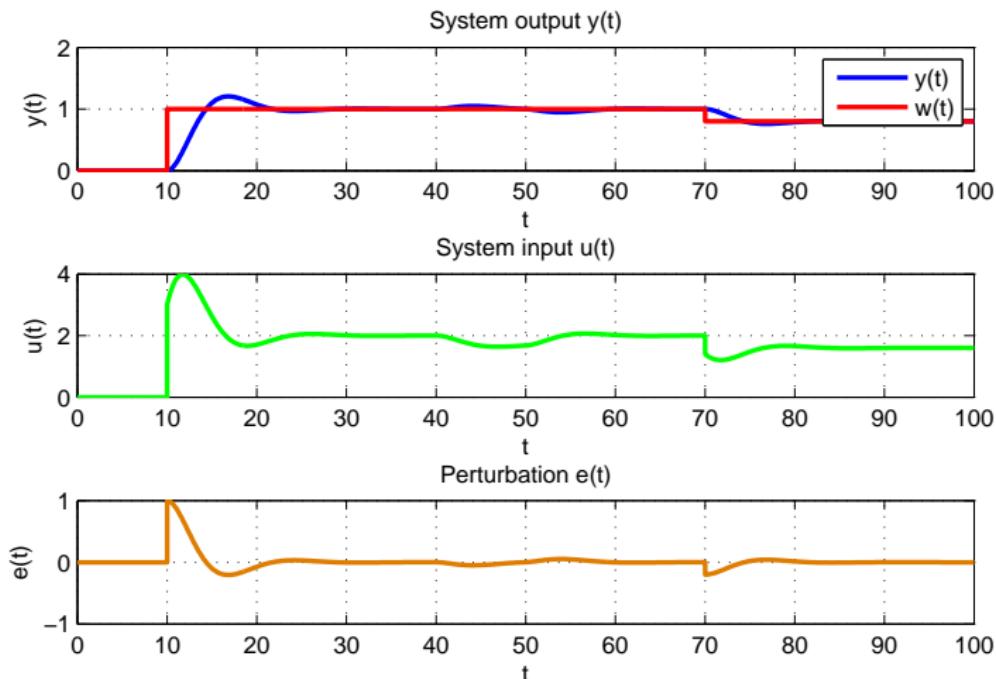
a prípustné preregulovanie je  $\delta_{max} = 5\%$

Pre zadané prípustné preregulovanie  $\delta_{max} = 5\%$  na základe tabuľky určíme hodnotu konštanty  $\alpha = 2$  a určíme parametre PI regulátora:

$$G_R(s) = 3 + \frac{2.4}{s} = 3 \left( 1 + \frac{1}{1.25s} \right)$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, 2a

Časové priebehy  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  pre tepelný proces s PI regulátorom navrhnutým pomocou Naslinovej metódy za pôsobenia poruchy v čase  $t \approx 50\text{s}$  a pri zmene  $w(t)$ .



# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2b

Overenie stability a kvality v ustálenom stave  $y(\infty)$ ,  $u(\infty)$  a  $e(\infty)$  -  
výpočet ustálených hodnôt

Prenosová funkcia URO

$$G_{Y/W}(s) = \frac{G_P(s)G_R(s)}{1 + G_P(s)G_R(s)} = \frac{Y(s)}{W(s)}, \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad (19)$$

ustálená hodnota reguloanej veličiny  $y(t)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{Y/W}(s)W(s) \quad (20)$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2b

Overenie stability a kvality v ustálenom stave  $y(\infty)$ ,  $u(\infty)$  a  $e(\infty)$  -  
výpočet ustálených hodnôt

Prenosová funkcia regulačnej odchýlky  $e(t)$

$$G_{E/W}(s) = \frac{1}{1 + G_P(s)G_R(s)} = \frac{E(s)}{W(s)}, \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad (21)$$

ustálená hodnota regulačnej odchýlky  $e(t)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{E/W}(s)W(s) \quad (22)$$

Prenosová funkcia riadiaceho zásahu  $u(t)$

$$G_{U/W}(s) = \frac{G_R(s)}{1 + G_P(s)G_R(s)} = \frac{U(s)}{W(s)}, \quad W(s) = \frac{1}{s} \quad (23)$$

ustálená hodnota riadiaceho zásahu  $u(t)$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sU(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{U/W}(s)W(s) \quad (24)$$

# Regulácia ohrevu elektrickej pece, úloha 2c

Navrhnite simulačnú schému pre verifikáciu algoritmov PID, ktoré boli navrhnuté metódou MOM, Naslinovou metódou, metódou Ziegler-Nichols (2 modifikácie) a pomocou štandardných tvarov(Graham-Lathrop, Butterworth)

- ① uvažujte funkcie v jazyku MATLAB pre MOM a pre metódu Naslin
- ② vykreslite priebeh precesu v otvorenej slučke
- ③ vykreslite priebehy URO:  $y(t)$ ,  $u(y)$  a  $e(t)$  ako odozvu na meniaci sa riadiaci signál  $w(t)$  ( $w(t) = 1$ ,  $w(t) = 1.2$  a  $w(t) = 0.8$ )
- ④ uvažujte pôsobenie poruchy  $z(t)$  na vstupe URO, ak sa  $w(t)$  nemení
- ⑤ Overte simuláciu algoritmus PID riadenia piecky s využitím metódy MOM a Naslin v riadiacej štruktúre v Simulinku. Simulácia je inicializovaná z programovacieho prostredia MATLAB (funkcia MOM, funkcia Naslin).

## Regulácia ohrevu elektrickej pece, 2c

Porovnanie časových priebehov  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  pre tepelný proces s PI regulátorom navrhnutým pomocou MOM a Naslinovej metódy za pôsobenia poruchy v čase  $t \approx 50s$  a pri zmene  $w(t)$ .

