

# Riadenie a Umelá Inteligencia

## Cvičenie č. 6

doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.,

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Technická univerzita v Košiciach

LS 2015/2016

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

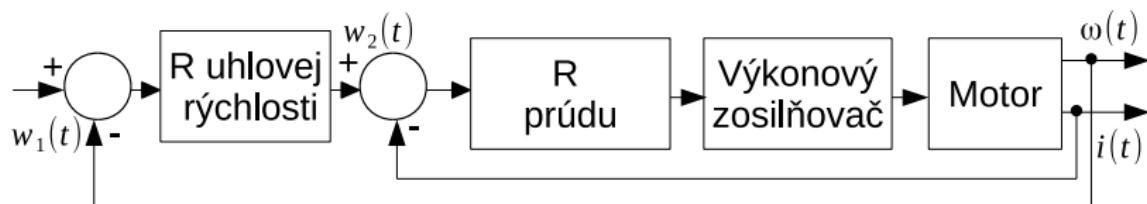
## Úloha:

Cieľom riešenia je návrh spojitých a diskrétnych regulátorov pre regulačný obvod uhlovej rýchlosťi a prúdu. Návrh parametrov pre regulátoru sa bude realizovať pre každú slučku. (Regulácia prúdu - samostatná práca)

Koeficienty prvkov obvodu sú volené tak, aby zodpovedali dynamike pohonov v reálnych podmienkach.

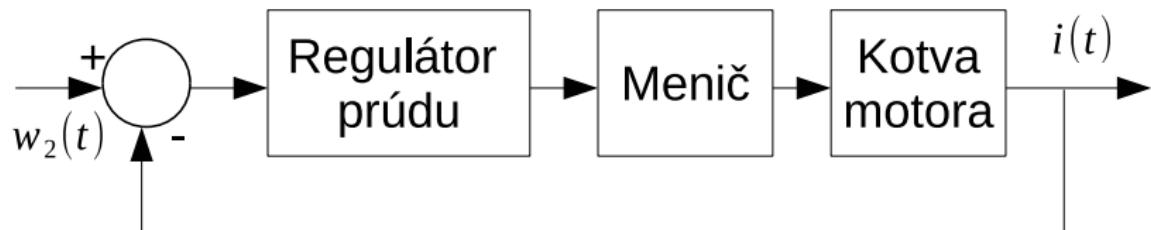
Uvažujeme zjednodušenú štruktúru obvodu pre výpočtové a simulačné účely.

Schéma pre reguláciu servopohonu:

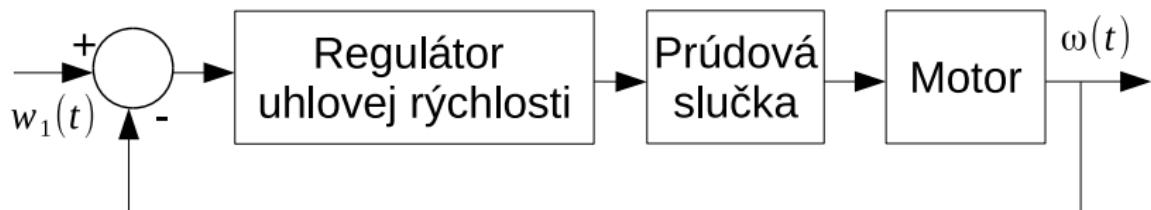


# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Bloková schéma pre reguláciu prúdu:



Bloková schéma pre reguláciu uhlovej rýchlosťi:



# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Prepočet spojitého procesu vyjadreného prenosovou funkciou  $G_P(s)$  v s-oblasti na diskrétny tvar v z-oblasti s tvarovacím členom 0. rádu.

Opis regulovaného procesu:

$$G_P(s) = G_{AP}(s)G_M(s) \quad (1)$$

kde  $G_{AP}(s)$  - prenosová funkcia náhradnej prúdovej slučky,  
 $G_M(s)$  - prenosová funkcia motora

$$G_{AP}(s) = \frac{K_i}{T_i s + 1}, \quad G_M(s) = \frac{1}{T_m s} \quad (2)$$

pričom  $K_i = 10$ ,  $T_i = 0.15$ ,  $T_m = 0.1$ ,  $T_i = T_1$ ,  $T_m = T_2$  a  $K_i = K_1$

Výsledná prenosová funkcia:

$$G_P(s) = \frac{K_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s)} = \frac{100}{s(0.15 s + 1)} = \frac{\Omega(s)}{U(s)} \quad (3)$$

výstupnou regulovanou veličinou je uhlová rýchlosť  $\omega(t)$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Prepočet  $G_P(s) \rightarrow G_P(z)$  s tvarovačom 0. rádu:

1.) určenie prechodovej funkcie  $h_p(t)$

$$\begin{aligned} h_p(t) &= L^{-1} \left\{ \frac{G_P(s)}{s} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{\frac{K_1}{T_2 T_1}}{s^2(s + \frac{1}{T_1})} \right\} = \\ &= L^{-1} \left\{ \frac{\frac{K_1}{T_2}}{s^2} - \frac{\frac{K_1 T_1}{T_2}}{s} + \frac{\frac{K_1 T_1}{T_2}}{s + \frac{1}{T_1}} \right\} = \frac{K_1}{T_2} \left( t - T_1 + T_1 \exp \left( -\frac{t}{T_1} \right) \right) \end{aligned} \quad (4)$$

2.) perióda vzorkovania  $T_{VZ} = 0.08$

$$T_{VZ} = \langle 1/3 \dots 1/4 \rangle * \sum T_i \rightarrow T_{VZ} = 0.08 \quad (5)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

3.) Diskrétna prechodová funkcia  $h(t = kT)$

$$h_p(kT) = \frac{K_1}{T_2} \left( kT - T_1 + T_1 \exp\left(-\frac{kT}{T_1}\right) \right), \quad D = \exp\left(-\frac{T}{T_1}\right) \quad (6)$$

4.) prenosová funkcia s tvarovačom 0. rádu:

$$\begin{aligned} G_P(z) &= \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K_1}{T_2} \left( kT - T_1 + T_1 D^k \right) \right\} = \\ &= \frac{z-1}{z} \frac{K_1}{T_2} \left( \frac{Tz}{(z-1)^2} - T_1 \frac{z}{z-1} + T_1 \frac{z}{z-D} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

$$G_P(z) = \frac{1.73z + 1.507}{z^2 - 1.5z + 0.58} = \frac{1.73z^{-1} + 1.507z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.58z^{-2}} = \frac{\Omega(z)}{U(z)} \quad (8)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Analytický výpočet koeficientov spojitéh PID regulátorov a ich ekvivalentov PSD regulátorov

**Regulátor typu P** - zaručuje nulovú regulačnú odchýlku pre  $w(t) = 1(t)$ , pretože proces samotný obsahuje astatizmus prvého rádu

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{1}{1 + G_o(s)} \right) W(s) = 0, \quad (9)$$

kde  $G_o(s)$  - prenosová funkcia otvoreného obvodu s P-regulátorom

$$G_o(s) = G_P(s)G_R(s) = G_P(s)r_0 \quad (10)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Výpočet koeficientov spojitého regulátora - Naslin

1.)

$$c_i^2 \geq \alpha c_{i+1} c_{i-1}, \quad \alpha = 2.2 \quad (11)$$

2.) CHR:

$$\begin{aligned} 1 + G_P(s)G_R(s) &= 0 \\ 0.15s^2 + s + 100r_0 &= 0 \Rightarrow r_0 = 0.033 \end{aligned} \quad (12)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Výpočet koeficientov spojitého regulátora - Butterworthove mnohočleny

1.) charakteristický polynóm URO s P-regulátorom:

$$\begin{aligned}N(s) &= 0.15s^2 + s + 100r_0 \\N(s) &= s^2 + 6.667s + 666.667r_0\end{aligned}\tag{13}$$

2.) referenčný polynóm :

$$\begin{aligned}N_Z(s) &= 1 + 1.41q + q^2 \wedge q = \frac{s}{\omega_0} \\N_Z(s) &= s^2 + 1.41\omega_0 s + \omega_0^2\end{aligned}\tag{14}$$

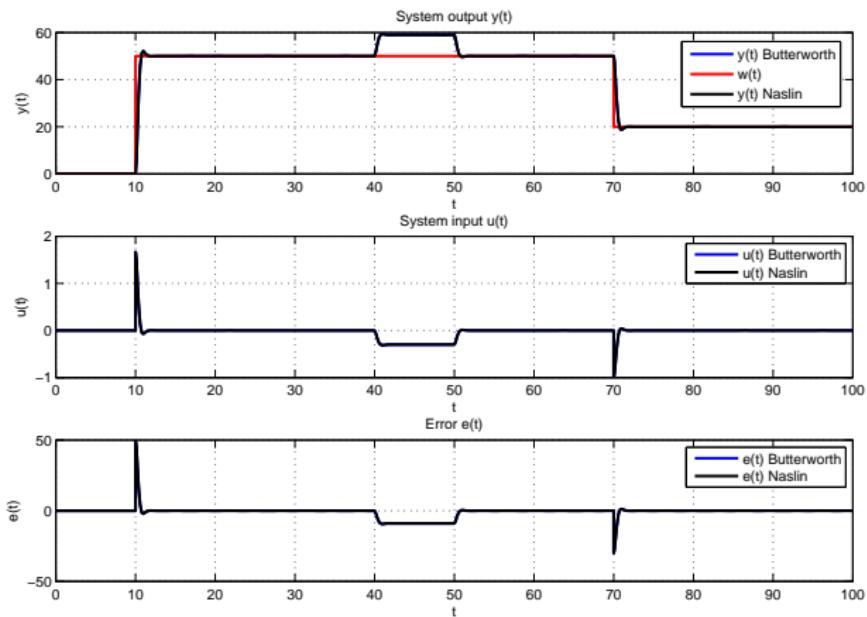
$$N(s) = N_Z(s)\tag{15}$$

$$\begin{aligned}1.41\omega_0 &= 6.667, \quad \omega_0^2 = 666.667r_0 \\ \omega_0 &= 4.7 \quad r_0 = 0.0335\end{aligned}\tag{16}$$

Butterworthove mnohočleny a štandardné tvary podľa Graham-Lathrop-a  
sa líšia až od tretieho rádu ( $n=3$ )

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Časové priebehy  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  pre jednosmerný motor s P regulátorom navrhnutým pomocou Naslinovej metódy a Butterworthových mnohočlenov za pôsobenia poruchy v čase  $t \approx 50s$  a pri zmene  $w(t)$ .



# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

## Regulátor typu PI

Naslinova metóda

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} = 0.027 + \frac{0.032}{s} \quad (17)$$

Butterworthove mnohočleny

$$\begin{aligned} N(s) &= 0.15s^3 + s^2 + 100r_0s + 100r_{-1} \\ N(s) &= s^3 + 6.6s^2 + 666.66r_0s + 666.66r_{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

$$N_Z(s) = 1 + 2q + 2q^2 + q^3 \wedge q = \frac{s}{\omega_0} \quad (19)$$

$$N_Z(s) = s^3 + 2\omega_0 s^2 + 2\omega_0^2 s + \omega_0^3$$

$$N(s) = N_Z(s) \Rightarrow r_0 = 0.0326, r_{-1} = 0.054, \omega_0 = 3.3 \quad (20)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

## Regulátor typu PI

Graham-Lathrop

$$N(s) = s^3 + 6.6s^2 + 666.66r_0s + 666.66r_{-1} \quad (21)$$

$$N_Z(s) = 1 + 2.15q + 1.75q^2 + q^3 \wedge q = \frac{s}{\omega_0} \quad (22)$$

$$N_Z(s) = s^3 + 1.75\omega_0 s^2 + 2.15\omega_0^2 s + \omega_0^3$$

$$N(s) = N_Z(s) \quad (23)$$

$$r_0 = 0.046, r_{-1} = 0.08, \omega_0 = 3.77 \quad (24)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Prepočet spojitého PID regulátora na diskrétny PSD regulátor

1.) Určenie periódy vzorkovania:

$$T_{VZ} = \langle 1/3 \dots 1/4 \rangle * \sum T_i \rightarrow T_{VZ} = 0.08 \quad (25)$$

2.) pri lichobežníkovej náhrade

$$q_0 = K \left( 1 + \frac{T}{2T_i} + \frac{T_D}{T} \right) \quad q_1 = -K \left( 1 + 2\frac{T_D}{T} - \frac{T}{2T_i} \right) \quad q_2 = K \frac{T_D}{T} \quad (26)$$

P regulátor

$$\begin{aligned} T_D &= 0, T_i = \infty, K = r_0 \\ q_0 &= r_0 = 0.03, q_1 = -r_0 = -0.03, q_2 = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

3.) prenosová funkcia diskrétneho regulátora

$$G_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{0.033 - 0.033 z^{-1}}{1 - z^{-1}} = 0.033 = \frac{U(z)}{E(z)} \quad (28)$$

4.) podmienky ekvivalentnosti

$$\begin{aligned} q_0 &> 0, & 0.033 &> 0 \\ q_0 + q_1 &> 0 \end{aligned} \quad (29)$$

5.) riadiaci zásah v rekurentnom tvare

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) \\ u(k) &= u(k-1) + 0.033 e(k) - 0.033 e(k-1) \end{aligned} \quad (30)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

6.) výpočet  $E(z)$ ,  $U(z)$ ,  $Y(z)$ :

Prenosová funkcia URO:

$$G_{Y/W}(z) = \frac{G_P(z)G_R(z)}{1 + G_P(z)G_R(z)} = \frac{0.0539z^{-1} + 0.0452z^{-2}}{1 - 1.5326z^{-1} + 0.6318z^{-2}} \quad (31)$$

Výstupná regulovaná veličina:

$$Y(z) = G_{Y/W}(z)W(z) \quad (32)$$

Riadiaci zásah:

$$U(z) = \frac{G_R(z)}{1 + G_P(z)G_R(z)} W(z) \quad (33)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

7.) ustálená hodnota regulovanej veličiny  $y(t)$ :

$$y(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_{Y/W}(z) W(z) \quad (34)$$

ustálená hodnota riadiacej veličiny  $u(t)$ :

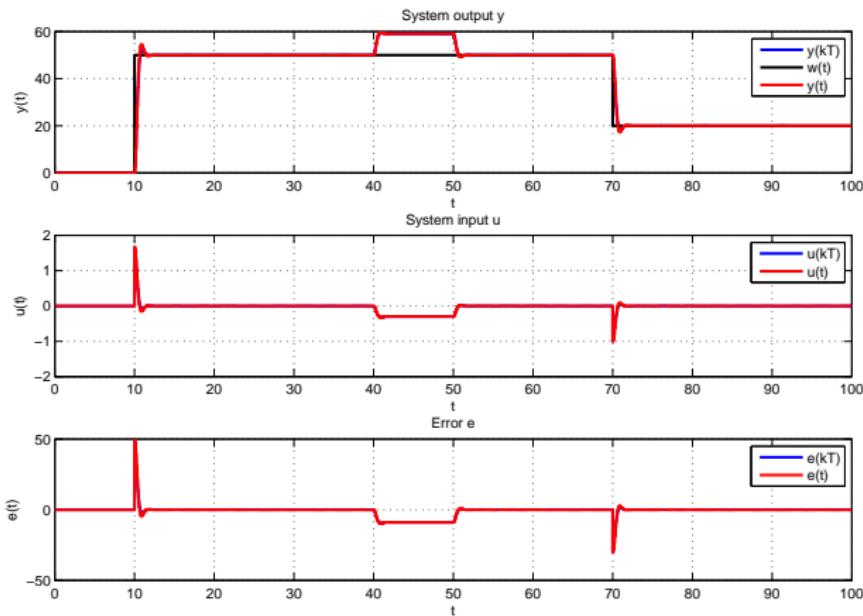
$$u(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_{U/W}(z) W(z) \quad (35)$$

ustálená hodnota regulačnej odchýlky  $e(t)$ :

$$e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_{E/W}(z) W(z) \quad (36)$$

# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Časové priebehy  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  a ich diskrétnych ekvivalentov  $y(kT)$ ,  $u(kT)$  a  $e(kT)$  pre jednosmerný motor s P regulátorom navrhnutým pomocou Naslinovej metódy za pôsobenia poruchy v čase  $t \approx 50\text{s}$  a pri zmene  $w(t)$ .



# Regulácia uhlovej rýchlosťi pre jednosmerný motor

Časové priebehy  $y(t)$ ,  $u(t)$  a  $e(t)$  pre jednosmerný motor s PI regulátorom navrhnutým pomocou Naslinovej metódy a pomocou štandardných tvarov Graham-Lathrop za pôsobenia poruchy v čase  $t \approx 50s$  a pri zmene  $w(t)$ .

