Prednáška 4: NÁVRH DISKRÉTNEHO REGULÁTORA UMOŽŇUJÚCEHO UKONČENIE REGULAČNÉHO POCHODU ZA NAJMENŠÍ POČET KROKOV

Riadenie a Umelá Inteligencia

doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.,

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Technická univerzita v Košiciach

LS 2015/2016

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

1. Metódy určenia koeficientov diskrétneho všeobecného regulátora vychádzajúce z diskrétnej prenosovej funkcie procesu sú kvalitatívne na vyššej úrovni ako metódy určenia koeficientov PSD regulátora prepočtom zo spojitého PID regulátora
   Nedostatky PSD regulátora:
   - štrukturálna obmedzenosť na počet nastaviteľných parametrov:

$$F_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{Q(z)}{P(z)} \tag{1}$$

- počet koeficientov regulátora, ktoré sa syntézou určujú je 3

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

2. Všeobecný diskrétny regulátor má rozdielnu štruktúru, polynómy $P(z)$ a $Q(z)$ sú vyšších stupňov ako 3
   - diskrétna prenosová funkcia:

$$F_R(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_n z^{-n}}{1 - p_1 z^{-1} - p_2 z^{-2} - \ldots - p_m z^{-m}} = \frac{U(z)}{E(z)} \qquad (2)$$

   - riadiaci zásah pre regulátor (2):

$$\begin{aligned} u(k) = p_1 u(k-1) + p_2 u(k-2) + \ldots + p_m u(k-m) + \\ + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + \ldots + q_n e(k-n) \end{aligned} \qquad (3)$$

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

3. Syntézou diskrétneho regulátora určíme koeficienty:

$$[q_0, q_1, q_2, \ldots, q_n, p_1, p_2, \ldots, p_m]$$

- Metódy syntézy sú kvalitatívne lepšie, pretože umožňujú dosiahnuť NULOVÚ REGULAČNÚ ODCHÝLKU za konečný počet krokov: $e(k) = 0$ za m krokov, kde m je rád menovateľa diskrétnej prenosovej funkcie (2)
- Návrh diskrétneho regulátora umožňujúceho ukončiť regulačný pochod za najmenší počet krokov $\cong$ DEADBEAT CONTROL

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

a) Slabá verzia $\rightarrow$ ak pri nulových počiatočných podmienkach riadeného procesu môžeme riadiacim zásahom $u(k)$ pre $k = 0, 1, 2, ..., k_{MIN}$ dosiahnuť nulovú regulačnú odchýlku (od kroku $k \geq k_{MIN}$):

$$e(k) = w(k) - y(k)|_{k \geq k_{MIN}} = 0 \tag{4}$$

- konečnosť polynómu $E(z)$ a $e(k) = 0|_{k > k_{MIN}}$
- $U(z)$ nemusí byť polynóm s konečným počtom členov
- $F_{Y/W}(z) \rightarrow$ racionálne lomená funkcia

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

b) Silná verzia $\rightarrow$ ak pri $PP \equiv 0$ regulovaného procesu môžeme $u(k)$ pre $k = 0, 1, \ldots k_{MIN}$ dosiahnuť nulovú regulačnú odchýlku (aj pre $\varepsilon \neq 0$)

$$e(k,\varepsilon) = w(k,\varepsilon) - y(k,\varepsilon)|_{k \geq k_{MIN}} = 0 \tag{5}$$

$k_{MIN} \rightarrow$ minimálny počet krokov odkedy je regulačná odchýlka rovná nule $(= 0)$ aj medzi okamihmi vzorkovania

- polynóm $E(z)$, $U(z) \rightarrow$ konečné, $F_{Y/W} \rightarrow$ racionálne lomená funkcia

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

Klasický prístup [prvý krát formuloval JURY]

- referenčná premenná: $w(k) = 1, \; k = 0, 1, 2, ...$
- ak označíme minimálny počet krokov, za ktorý je regulačný pochod ukončený k_{MIN}:

$$\begin{aligned} y(k) &= w(k) = 1 \text{ pre } \; k \geq k_{MIN} \\ u(k) &= u(k_{MIN}) \text{ pre } \; k \geq k_{MIN} \end{aligned} \tag{6}$$

1. z-obraz referenčnej premennej $w(k) = 1$:

$$W(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \tag{7}$$

2. výstupná regulovaná veličina:

$$\begin{aligned} &Y(z) = y(1)z^{-1} + y(2)z^{-2} + \ldots + 1[z^{-k_{MIN}} + z^{-k_{MIN}+1} + \ldots] \\ &y(0) = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

3. riadiaci zásah $U(z)$:

$$U(z) = u(0) + u(1)z^{-1} + \ldots + u(k_{MIN})[z^{-k_{MIN}} + z^{-k_{MIN}+1} + \ldots] \quad (9)$$

4. Predelením (8) z-obrazom $w(k)$ (7) získame:

$$\frac{Y(z)}{W(z)} = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_{k_{MIN}} z^{-k_{MIN}} = P(z) \qquad (10)$$

5. Ak uvažujeme $W(z) = \dfrac{1}{1 - z^{-1}} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \ldots$, tak z (10) platí:

$$p_1 = y(1); p_2 = y(2) - y(1); p_{k_{MIN}} = 1 - y(k_{MIN} - 1); k_{MIN} = M \quad (11)$$

6.

$$\sum_{i=1}^{M} p_i = p_1 + p_2 + \ldots + p_M = 1 \qquad (12)$$

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

7. Predelením (9) referenčnou premennou $W(z)$ získame:

$$\frac{U(z)}{W(z)} = q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2} + \ldots + q_M z^{-M} = Q(z), \qquad (13)$$

   kde $q_0 = u_0; q_1 = u(1) - u(0); q_M = u(M) - u(M-1)$

8. Platí:

$$\sum_{i=1}^{M} q_i = q_1 + q_2 + \ldots + q_M = u(m) = \frac{1}{K}, \qquad (14)$$

   kde K je zosilnenie procesu riadenia

9. Prenosová funkcia URO:

$$F_{Y/W} = \frac{F_P(z)F_R(z)}{1 + F_P(z)F_R(z)} = \frac{Y(z)}{W(z)} \qquad (15)$$

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

10. Porovnaním prenosovej funkcie URO (15) a vzťahu (10):

$$F_{Y/W}(z) = P(z) = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \ldots + p_M z^{-M} \tag{16}$$

11. Prenosová funkcia diskrétneho regulátora:

$$F_R(z) = \frac{1}{F_P(z)} \frac{F_{Y/W}(z)}{1 - F_{Y/W}(z)} \tag{17}$$

12. Prenosová funkcia riadeného procesu:

$$F_P(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + \ldots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_M z^{-M}} \tag{18}$$

13. Dosadením za $Y(z)$ a $U(z)$ zo vzťahov (8) a (9):

$$F_P(z) = \frac{\frac{Y(z)}{W(z)}}{\frac{U(z)}{W(z)}} = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{p_1 z^{-1} + \ldots + p_M z^{-M}}{q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_M z^{-M}} \tag{19}$$

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

14. Diskrétna prenosová funkcia regulátora:

$$
\begin{aligned}
F_R(z) &= \frac{1}{\frac{P(z)}{Q(z)}} \frac{P(z)}{1-P(z)} = \frac{Q(z)}{1-P(z)} = \\
&= \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_M z^{-M}}{1 - p_1 z^{-1} + \ldots + p_M z^{-M}} = \\
&= \frac{q_0 A(z)}{1 - q_0(z) B(z)}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

15. Prenosová funkcia procesu riadenia:

$$
F_P(z) = \frac{\frac{p_1 z^{-1} + \ldots + p_M z^{-M}}{q_0}}{1 + \frac{q_1}{q_0} z^{-1} + \ldots + \frac{q_M}{q_0} z^{-M}} \tag{21}
$$

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

16. Porovnaním čitateľov a menovateľov prenosovej funkcie riadeného procesu (18) a (21) dostaneme $q_i, p_i = f(a_i, b_i)$ a výpočet koeficientov regulátora realizujeme nasledovne:

$$\begin{aligned} q_1 &= a_1 q_0 & p_1 &= b_1 q_0 \\ q_2 &= a_2 q_0 & p_2 &= b_2 q_0 \\ &\vdots & &\vdots \\ q_M &= a_M q_0 & p_M &= b_M q_0 \end{aligned} \tag{22}$$

$\sum_{i=1}^{M} p_i = 1$ zo vzťahu (22)

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{M} b_i q_0 = 1 \Rightarrow q_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{M} b_i} = \frac{1}{b_1 + b_2 + \ldots + b_M} = u(0)$$

Vzorce pre výpočet parametrov diskrétneho regulátora sú uvedené v (22).

Určenie koeficientov diskrétneho regulátora z diskrétnej prenosovej funkcie procesu

Záver:

- ak $T_{VZ} \ll \Rightarrow \sum b_i \ll \Rightarrow u(0)$ narastá! $\Rightarrow$ treba vyberať takú T_{VZ}, aby vypočítana hodnota $u(0)$ bola aj technicky realizovateľná
- dosadením q_i a p_i zo vzťahu (22) do prenosovej funkcie regulátora:

$$F_R(z) = \frac{q_0(1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M})}{1 - q_0(b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M})} = \frac{q_0 A(z)}{1 - q_0(z)B(z)} \qquad (23)$$

- Diskrétna prenosová funkcia URO:

$$F_{Y/W}(z) = p_1 z^{-1} + \dots + p_M z^{-M} = \frac{q_0 B(z)}{z^M} = \frac{Y(z)}{W(z)} \qquad (24)$$

Charakteristická rovnica: $1 + F_P(z)F_R(z) = z^M \Rightarrow M$ pólov v počiatku z-roviny; regulovaná veličina za M krokov (M - rád procesu) dosiahne žiadanú hodnotu referenčnej premennej

Deadbeat regulátor s ohraničením akčného zásahu $u(k)$

- Keďže prvá vypočítaná hodnota riadiaceho zásahu má najväčšiu hodnotu, dá sa táto veľkosť výpočtovo ovplyvniť a zmenšiť
- Ukončenie regulačného pochodu bude za $M+1$ krokov a v prípade dopravného oneskorenia za $M+d+1$ krokov
- Postup pre prax:
  - $u(0)$ sa predpíše zo znalosti ohraničenia na riadiaci zásah: $u(0) = q_0$
  - modifikované hodnoty koeficientov regulátora vzhľadom na obmedzenie prvej hodnoty $u(0)$:

$$\begin{aligned}
q_1 &= a_1 q_0 - q_0 + \frac{1}{\sum b_i} = (a_1 - 1)q_0 + \frac{1}{\sum b_i} \\
q_2 &= q_0(a_2 - a_1) + a_1 \frac{1}{\sum b_i} \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \\
q_M &= q_0(a_M - a_{M-1}) + \frac{a_{M-1}}{\sum b_i} \\
q_{M+1} &= a_M \left(-q_0 + \frac{1}{\sum b_i} \right)
\end{aligned} \tag{25}$$

Deadbeat regulátor s ohraničením akčného zásahu $u(k)$

- koeficienty menovateľa diskrétneho regulátora
- modifikované hodnoty koeficientov regulátora vzhľadom na obmedzenie prvej hodnoty $u(0)$:

$$
\begin{aligned}
p_1 &= b_1 q_0 \\
p_2 &= q_0(b_2 - b_1) + b_1 \frac{1}{\sum b_i} \\
\vdots \quad & \quad \quad \vdots \\
p_M &= q_0(b_M - b_{M-1}) + \frac{b_{M-1}}{\sum b_i} \\
p_{M+1} &= -b_M \left(q_0 - \frac{1}{\sum b_i} \right)
\end{aligned}
\tag{26}
$$

- Prenosová funkcia diskrétneho regulátora:

$$F_R(z) = \frac{Q(z)}{1 - P(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \ldots + q_{M+1} z^{-M+1}}{1 - p_1 z^{-1} + \ldots + p_{M+1} z^{-M+1}}$$

Deadbeat regulátor - Príklad

Je definovaný proces $F(s) = \frac{K}{(1+3s)^3}$ $(n = 3)$. Navrhnite regulátor na konečný počet krokov bez ohraničenia a s ohraničením akčného zásahu. Úlohu riešte analyticky a návrh overte algoritmicky a následnou simuláciou riadiacej štruktúry v programovom prostredí Matlab/Simulink. Úlohy:

1. vypočítajte parametre diskrétneho prenosu procesu $F(z)$,
2. vypočítajte parametre D-B regulátora p_i, q_i,
3. zostavte prenos D-B regulátora $Fr(z) = \frac{P(z)}{1-Q(z)}$ a diferenčnú rovnicu pre zákon riadenia $u(k)$,
4. naprogramujte funkciu na výpočet parametrov D-B regulátora bez uvažovania ohraničenia na $u(k)$ a s uvažovaním ohraničenia na akčný zásah $u(k)$,
5. simulačne overte v riadiacej štruktúre navrhnutý D-B regulátor pre zmenu riadiacej veličiny $w(k)$ a pôsobenie poruchy $z(k)$.
6. vykreslite graficky priebeh regulovanej veličiny $y(k)$, akčný zásah $u(k)$ a regulačnú odchýlku $e(k)$. Porovnajte počet krokov regulačného pochodu bez uvažovania ohraničenia na akčný zásah a s uvažovaním ohraničenia $u(k)$ – výsledok zakreslite.