Otáčky jednosmerného motora

ZADANIE: *Uvažujte fyzikálno - matematický model dynamického systému, ktorý je popísaný lineárnou diferenciálnou rovnicou (LDR) 2. a vyššieho rádu.*

ÚLOHA: *Navrhnite m-file v simulačnom jazyku Matlab, ktorý umožní:*

1. *Zadefinovanie prenosovej funkcie opisujúcej LDS v s-oblasti (v polynomiálnom tvare, v tvare póly/nuly) a v stavovom priestore pomocou matíc A,B,C,D.*
2. *Konverziu modelov zo stavového priestoru do tvaru prenosovej funkcie a naopak.*
3. *Analýzu LTI DS v časovej (prechodová charakteristika, impulzná charakteristika, odozva na ľubovoľný vstupný signál) a frekvenčnej oblasti (Nyquistová, Nicholsová a Bodeho charakteristiky).*
4. *Vyhodnotenie stability uvažovaného LTI dynamického systému na základe získaných odoziev na rôzne typy vstupných signálov.*

Parametre:

$B\ [N.m.s^{-1}]$ – *koeficient viskózneho trenia*

$R\ [\Omega]$ – *odpor*

L [H] – *indukcia*

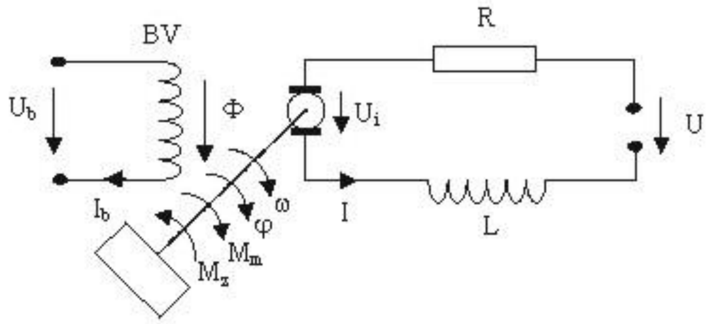
$C_u\ [N.m\ /\ Amp]$ – *momentová konštanta motora*

Pôsobiace momenty:

$J\ [kg.m^2]$ – *moment zotrvačnosti*

$M_m[Nm]$– *krútiaci moment*

$M_{dyn}\ [kg.m^2s^{-2}]$ – *dynamický moment*



Vstup:

$U\ [V]$ – *zdroj napätia*

Výstup:

$\omega[s^{-1}]$ - *uhlová rýchlosť hriadeľa*

$\varphi\ [rad]$ - *uhlová poloha hriadeľa*

Na motore sa vytvára indukované napätie: $U_i = C_u * \omega$

Získame dve rovnice. Prvá je diferenciálna rovnica vyplývajúca z 2.Kirchhoffovho zákona :

$$L\frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + U_i(t) = U(t)$$

druhá rovnica popisuje mechanické deje – pohyb (vyplýva z 2.Newtonovho zákona):

$$M_m(t) - M_z(t) = M_{dyn}(t).$$

Pre krútiaci moment hriadeľa približne platí:

$$M_m(t) = C_u I(t)$$

Záťažový moment (typický tvar) :

$$M_z(\omega) = B * \omega$$

Dynamický moment je daný rovnicou:

$$M_{dyn}(t) = J\frac{d\omega}{dt} = J\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Do 2. rovnice dosadíme rovnice pre $M_m(t)$, $M_z(t)$, $M_{dyn}(t)$ z ktorých následne dostaneme:

$$M_m(t) = M_{dyn}(t) + M_z(t) = J\frac{d\omega}{dt} + B * \omega = C_u I(t)$$

Z tejto rovnice si vyjadríme prúd $I(t)$:

$$I(t) = \frac{J}{C_u}\frac{d\omega}{dt} + \frac{B}{C_u} * \omega$$

Pre dosadenie do 1.diferenciálnej rovnice potrebujeme aj prvú deriváciu prúdu:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{J}{C_u}\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{B}{C_u} * \frac{d\omega}{dt}$$

Teraz dosadíme rovnice do 1. diferenciálnej rovnice, pričom za indukované napätie na motore dosadíme $U_i = C_u * \omega$:

$$L * \left(\frac{J}{C_u}\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{B}{C_u} * \frac{d\omega}{dt}\right) + R * \left(\frac{J}{C_u}\frac{d\omega}{dt} + \frac{B}{C_u} * \omega\right) + C_u * \omega = U(t)$$

$$\frac{L * J}{C_u} * \frac{d^2\omega}{dt^2} + \left(\frac{L * B}{C_u} + \frac{R * J}{C_u}\right) * \frac{d\omega}{dt} + \left(\frac{R * B}{C_u} + C_u\right) * \omega = U(t)$$

resp.

$$L * J * \frac{d^2\omega}{dt^2} + (L * B + R * J) * \frac{d\omega}{dt} + \left(R * B + {C_u}^2\right) * \omega = U(t) * C_u$$

Použitím laplaceovej transformácie získame diferenciálnu rovnicu v oblasti laplaceových obrazov:

$$L * J * s^2 * Y(s) + (L * B + R * J) * s * Y(s) + \left(R * B + {C_u}^2\right) * Y(s) = C_u * U(s)$$

Z ktorej tejto rovnice získam prenosovú funkciu:

$$G(s) = \frac{C_u * U(s)}{s^2(JL) + s(BL + JR) + ({C_u}^2 + BR)}$$

Pre zápis v programovom prostredí MATLAB s použitím Control Math Toolbox:

$$num = C_u U(t)$$

$$denum = JL + (BL + JR) + ({C_u}^2 + BR)$$

Prepis do stavového popisu v maticovom tvare:

Stavový popis tvoria dve rovnice v maticovom tvare, kde prvá stavová rovnica je diferenciálna, predstavujúca rovnicu stavu:

$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

kde $x(t)$ je stavový vektor, $u(t)$ je vektor vstupov, A je matica vnútorných väzieb systému a B je matica väzieb systému na vstup. Druhá stavová rovnica je algebraická rovnica predstavujúca rovnicu výstupu:

$$y(t) = Cx(t) + Du(t),$$

kde $y(t)$ je vektor výstupov, $u(t)$ je vektor vstupov, C je matica väzieb výstupu na stav a D matica väzieb vstupu na výstup.

Stavový vektor: $\underline{x} = \begin{bmatrix} I \\ \omega \end{bmatrix}$

Treba vyjadriť prvú deriváciu oboch stavových veličín :

Dosadením do $M_m - M_z = M_{dyn}$ rovnice : $M_m(t) = C_u I$

$$M_z(\omega) = B * \omega$$

$$M_{dyn}(t) = J\frac{d\omega}{dt}$$

Dostaneme : $J\frac{d\omega}{dt} = C_u I - B * \omega$ z ktorej si jednoducho vyjadrime prvú deriváciu uhlovej rýchlosti:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{C_u}{J} I - \frac{B}{J} * \omega$$

A z rovnice $L\frac{dI}{dt} + RI + U_i = U$ kde za indukované napätie na motore dosadíme : $U_i = C_u * \omega$ jednoducho vyjadríme prvú deriváciu prúdu : $\frac{dI}{dt} = \frac{U}{L} - \frac{R}{L} I - \frac{C_u}{L} * \omega$

$$\begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{C_u}{L} \\ \frac{C_u}{J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} * U$$

$$y = \omega = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \omega \end{bmatrix}$$

<u>Hodnoty parametrov pre výpočet v programovom prostredí MATLAB:</u>

$J = 0{,}01\ kg.m^2$

$B = 0{,}1\ N.m.s$

$R = 1\ \Omega$

$L = 0{,}5H$

$C_u = 0{,}01\ {}^{N.m}/_{Amp}$

$U = 1V$

Riešenie menu v programovom prostredí MATLAB

```
voľba = menu('','definovanie prenosovej funkcie ',' konverzia ','časové
charakteristiky ',' frekvenčné charakteristiky ',' stabilita ',' koniec ');
% tvorba menu a jeho obsahu, prvý parameter je názov, ostatné možnosti
(tlačidlá) menu

switch volba
    case 1,
        vstup
    case 2,
        konverzia
    case 3,
        casova
    case 4,
        frekvencna
    case 5,
        stabilita
    case 6,
end
```

Obr. 1 grafické MENU vytvorené pomocou funkcie menu

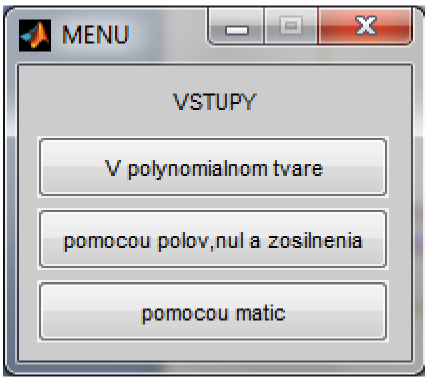
Definovanie vstupov v simulačnom jazyku Matlab:

```
function [sys]=vstup()

global sys;
global a b c d;

voľba = menu('VSTUPY','V polynomiálnom tvare ','pomocou pólov ,núl
a zosilnenia ','pomocou matíc');

switch volba
    case 1,
        num=input('Zadaj citatel ... num = ');
        den=input('zadaj menovatela... den = ');
        sys=tf(num,den) % tvorba systému v polynomiálnom tvare
    case 2,
        z=input('zadaj nuly : ');
        p=input('zadaj poly : ');
        k=input('zadaj zosilnenie : ');
        sys=zpk(z,p,k) % tvorba systému pomocou pólov a núl
    case 3,
        a=input('zadaj maticu A: ');
        b=input('zadaj maticu B: ');
        c=input('zadaj maticu C: ');
        d=input('zadaj maticu D: ');
        sys=ss(a,b,c,d) % tvorba systému pomocou matíc stavového popisu
end
hlavny % skok späť do menu
return
```



Obr. 2 výber možnosti zadania systému

Zadanie systému v polynomiálnom tvare:

Zadaj čitateľa ... num = 0.01

Zadaj menovateľa... den = [0.005 0.06 10.01]

Transfer function:

0.01

0.005 s^2 + 0.06 s + 10.01

Ďalšie príkazy ktoré je potrebné použiť pri riešení tohto zadania v Control Toolbox:

```
Funkcie pre konverziu:
[num,den]=tfdata(sys,'v')
[num,den]=ss2tf(a,b,c,d,1)
[a,b,c,d]=tf2ss(num,den)
[z,p,k]=ss2zp(a,b,c,d)
[z,p,k]=tf2zp(num,den)
```

```
[num,den]=zp2tf(z,p,k)
[a,b,c,d]=zp2ss(z,p,k)
```

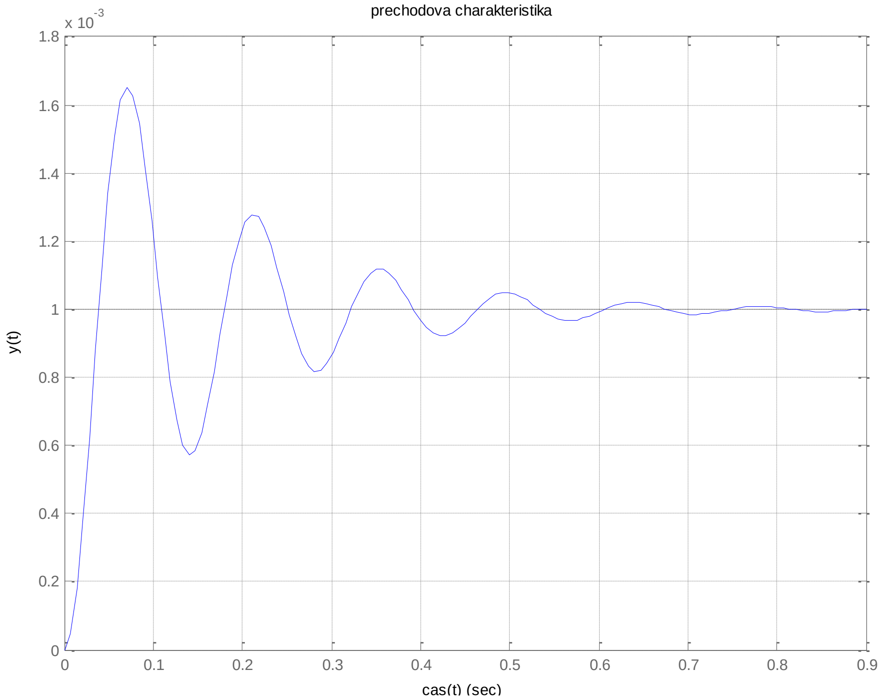
Časové charakteristiky:

```
step(sys);
impulse(sys)
```

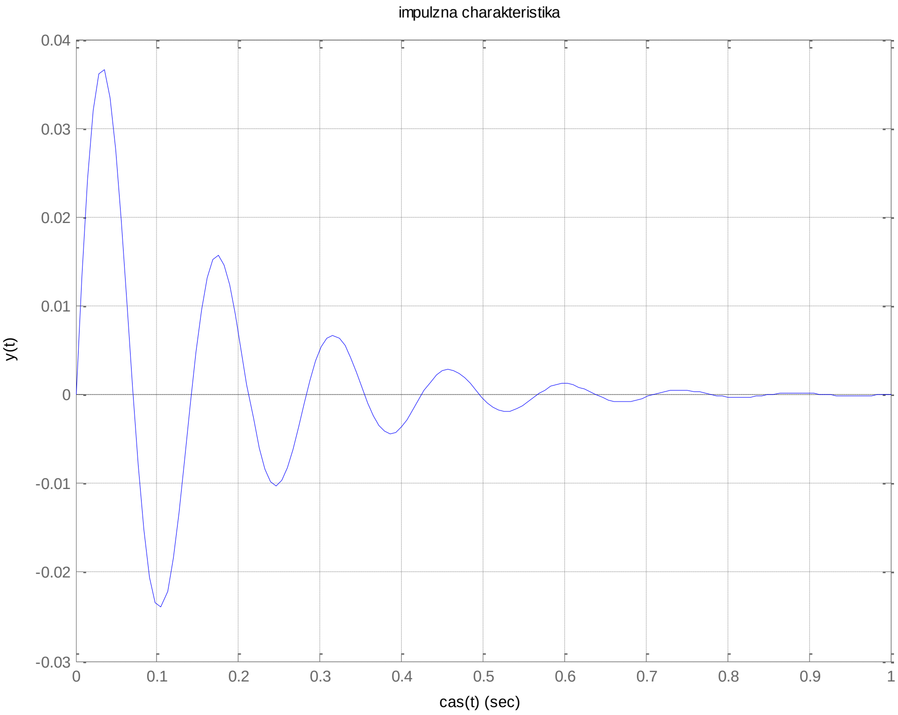
frekvenčné charakteristiky:

```
nyquist(sys);
bode(sys);
nichols(sys);
```

Časové charakteristiky modelu otáčok motora:

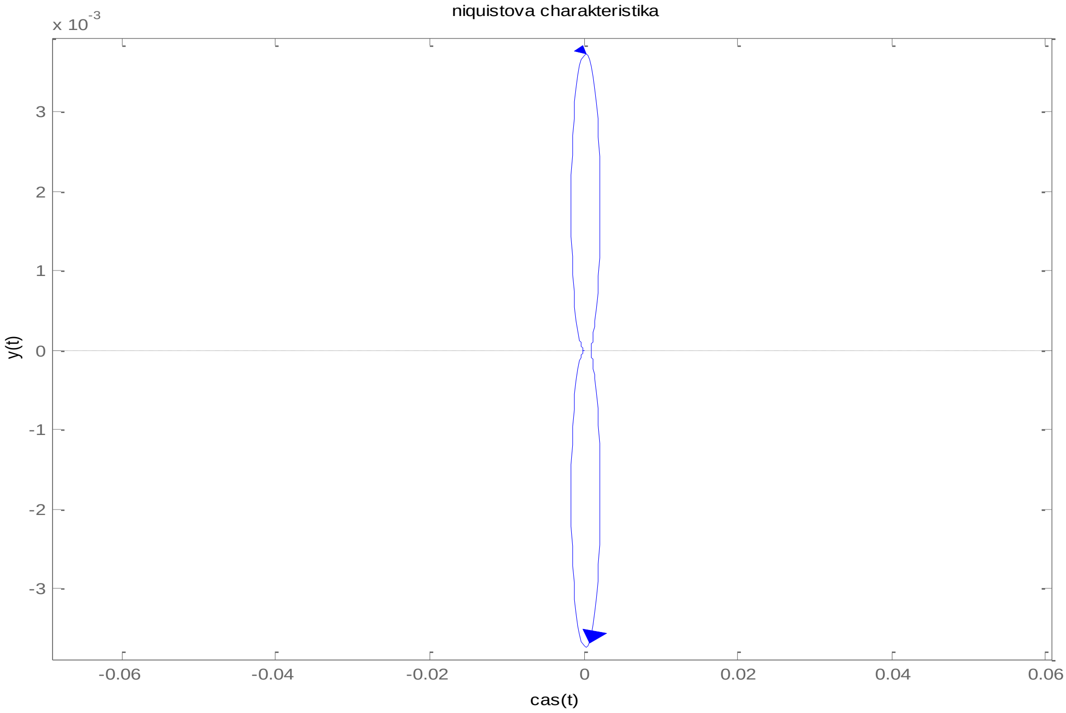


Obr. 3 prechodová charakteristika modelu otáčok motora

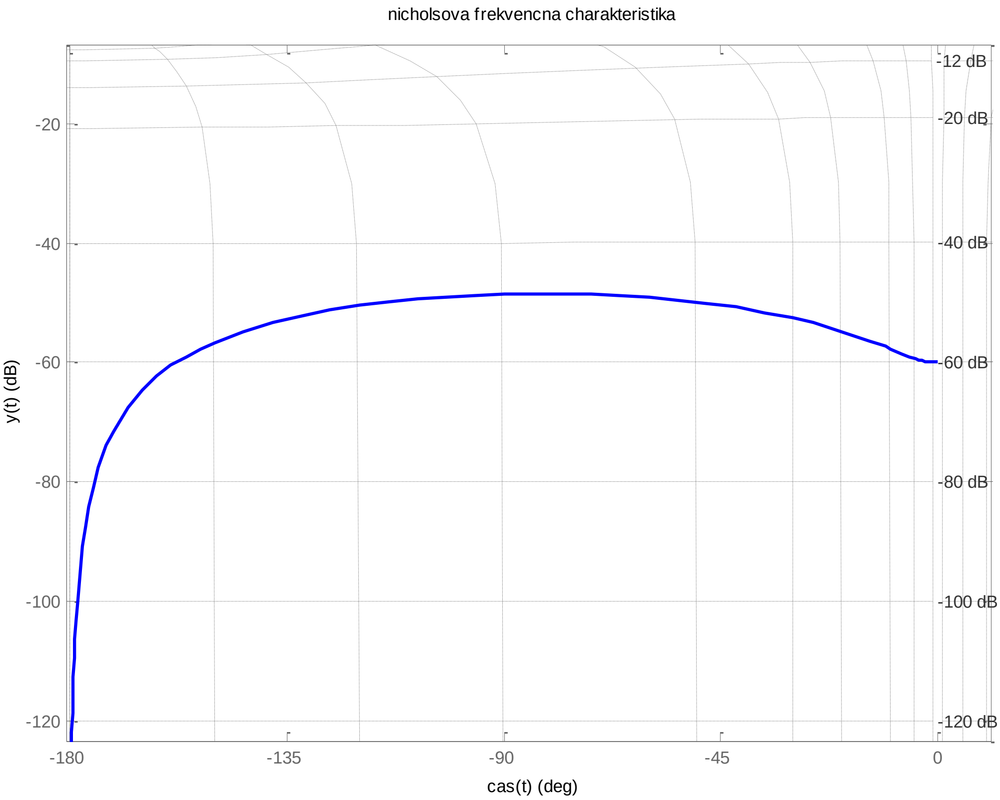


Obr. 4 impulzná charakteristika modelu otáčok motora

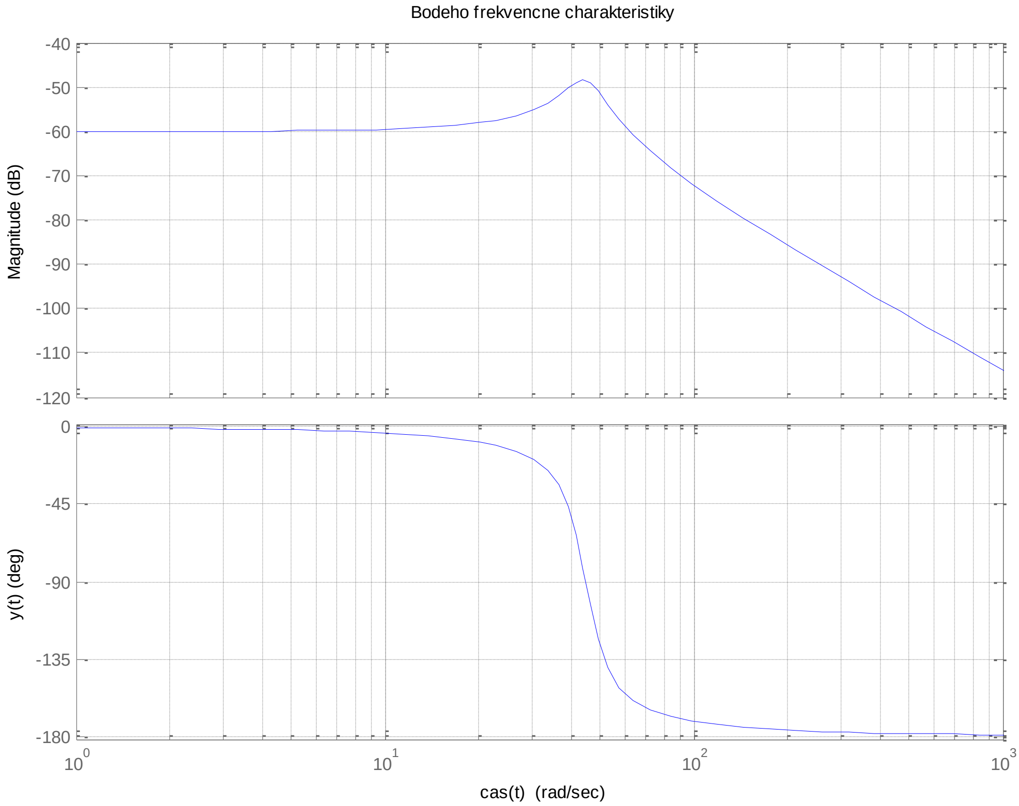
Frekvenčné charakteristiky modelu otáčok motora:



Obr. 5 Nyquistová charakteristika



Obr. 6 Nicholsová charakteristika



Obr. 7 Bodeho frekvenčné charakteristiky

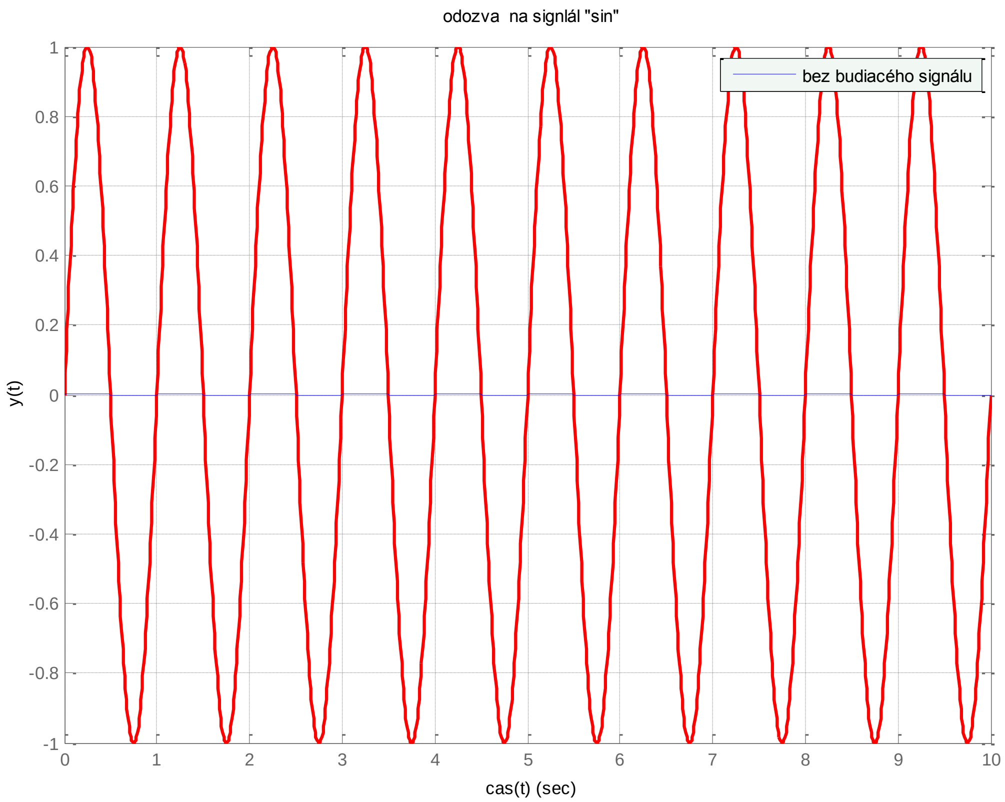
Odozva na ľubovoľný signál:

```
function []=odozva()
global sys ;

type=input('Zadaj typ signalu napr. sin, pulse, square: ');
Ton=input('zadaj periodu vzorkovania : ');
Tf=input('zadaj celkovu dobu simulacie : ');
Ts=input('Zadaj vzorkovaci cas Ts : ');

[u,t]=gensig(type,Ton,Tf,Ts)
lsim(sys,u,t)
grid;
title('odozva na lubovolny vstupny signal');
xlabel('cas(t)'); ylabel('y(t)');

hlavny
return
```



Stabilita:

```
%vyhodnotenie stability
function []=stabilita()
global sys;
[num,den]=tfdata(sys,'v');

r=roots(den)
max=size(r);
test=1;

for a= 1:max(:,1)
    if r(a) > 0
        test=0;
    end
end

if test==0
    disp('nestabilny')
else disp('stabilny alebo na hranici')
end
hlavny
return
```

Zistenie stability systému:

r =

-6.0000 +44.3396i

-6.0000 -44.3396i

stabilný alebo na hranici