Základy automatického riadenia

Prednáška 1

doc. Ing. Anna Jadlovská, PhD.,
doc. Ing. Ján Jadlovský, CSc.

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Technická univerzita v Košiciach

ZS 2015/2016

Automatizácia

- proces, pri ktorom je ľudská riadiaca činnosť vo výrobe/mimo výrobný proces nahrádzaná činnosťou rôznych prístrojov a zariadení (automaty, počítače, prvky umelej inteligencie)
- účel: snaha oslobodiť človeka od fyzickej činnosti, resp. jednotvárnej/unavujúcej duševnej činnosti
- neoddeliteľný základ automatizácie je riadenie
- teoretickú disciplínu, ktorá sa zaoberá riadením nazývame **Kybernetika**

Kybernetika

- názov pochádza zo starogréckeho termínu „kybernétés“ = kormidelník (používal ho Platón na označenie vedy o riadení lodí)
- zakladateľ: **Norbert Wiener** (1894-1964)
- N. Wiener: *Kybernetika alebo riadenie a oznamovanie v živých organizmoch a strojoch* (Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machines) (1948)
- definoval kybernetiku ako „vedu o riadení a oznamovaní v živých organizmoch a strojoch“, resp. „vedný odbor zaoberajúci sa všeobecnými princípmi prenosu informácií (komunikácie) a riadenia v žijúcich organizmoch , v spoločenských objektoch a v neživých (technických) objektoch“

Kybernetika

- veda zaoberajúca sa všeobecnými zákonitosťami riadenia v biologických, technických a spoločenských systémoch.
- kybernetiku delíme na **teoretickú** a **aplikovanú.**

Kybernetika

- veda zaoberajúca sa všeobecnými zákonitosťami riadenia v biologických, technických a spoločenských systémoch.
- kybernetiku delíme na **teoretickú** a **aplikovanú.**

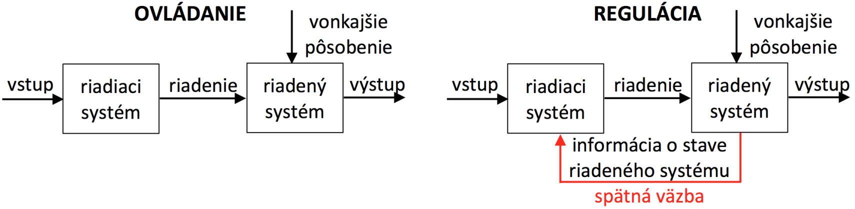
Teoretická kybernetika

- Teória systémov
- **Teória riadenia**
- Teória informácie
- Teória algoritmov
- Teória hier
- Teória automatov
- Teória učenia

Aplikovaná kybernetika

- Technická kybernetika
- Ekonomická kybernetika
- Organizačná kybernetika
- Biologická kybernetika
- Pedagogická kybernetika

- Základom automatizácie je riadenie.
- Riadenie je cielené pôsobenie na riadený objekt tak, aby bol dosiahnutý určitý predpísaný cieľ (rozlišujeme *ručné* a *automatické* riadenie)
- Podľa existencie spätnej väzby riadenie delíme na
    - *ovládanie* - riadenie bez spätnej väzby
    - *regulácia* - riadenie so spätnou väzbou
    - *vyššie formy riadenia*
        - optimálne riadenie
        - adaptívne riadenie
        - inteligentné riadenie



OVLÁDANIE
vonkajšie pôsobenie
vstup
riadiaci systém
riadenie
riadený systém
výstup
REGULÁCIA
vonkajšie pôsobenie
vstup
riadiaci systém
riadenie
riadený systém
výstup
informácia o stave riadeného systému
spätná väzba

Podľa princípu pôsobenia riadiaceho systému na riadený systém rozdeľujeme **automatické riadenie** na:

- **logické** (logické riadiace obvody)
- **diskrétne** (počítače vo funkcii regulátorov)
- **spojité**
- **fuzzy**

Laplaceova transformácia - matematický aparát pre ZAR

- definovať vzťah Laplaceovej transformácie
- odvodiť Laplaceove obrazy základných funkcií
- definičný vzťah spätnej Laplaceovej transformácie
- algoritmus spätnej Laplaceovej transformácie
- riešiť diferenciálne rovnice pomocou Laplaceovej transformácie

Majme funkciu $f(t)$. Laplaceova transformácia je definovaná vzťahom

$$\mathcal{L}\{f(t)\} \approxeq \int_0^\infty f(t)\,\mathrm{e}^{-st}\,\mathrm{d}t$$

Skrátene zapisujeme

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$$

Spätnú Laplaceovu transformáciu označujeme

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$$

Laplaceova transformácia je lineárna operácia, teda pre ňu platí princíp superpozície

$$\mathcal{L}\{k_1 f_1(t) + k_2 f_2(t)\} = k_1 \mathcal{L}\{f_1(t)\} + k_2 \mathcal{L}\{f_2(t)\}$$

Skokovú funkciu definujeme

$$f(t) = A1(t)$$

kde A je konštanta a $1(t)$ je jednotková funkcia daná nasledovne:

$$1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Laplaceov obraz skokovej funkcie definujeme

$$\mathcal{L}\{A1(t)\} = \frac{A}{s}$$

Laplaceov obraz jednotkovej skokovej funkcie je

$$\mathcal{L}\{1(t)\} = \frac{1}{s}$$

Uvažujme **exponenciálnu funkciu** v tvare

$$f(t) = \mathrm{e}^{-at}\,1(t)$$

kde $f(t) = e^{-at}$ pre $t \geq 0$ a $f(t) = 0$ ak $t < 0$. Laplaceov obraz exponenciálnej funkcie je

$$\mathcal{L}\{\mathrm{e}^{-at}\,1(t)\} = \frac{1}{s+a}$$

Podobne

$$\mathcal{L}\{\mathrm{e}^{at}\,1(t)\} = \frac{1}{s-a}$$

Rampová funkcia je definovaná ako

$$f(t) = At1(t)$$

Laplaceov obraz rampovej funkcie je

$$\mathcal{L}\{At1(t)\} = \frac{A}{s^2}$$

Trigonometrické funkcie sú často využívané pri analýze dynamických vlastností procesov a systémov riadenia ako *vstupné veličiny* v tvare $\sin(\omega t)$, resp. $\cos(\omega t)$, kde ω je frekvencia v rad/s.
Príslušné Laplaceove obrazy definujeme

$$f(t) = \sin(\omega t)1(t) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L}\{\sin(\omega t)1(t)\} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$f(t) = \cos(\omega t)1(t) \quad \Rightarrow \quad \mathcal{L}\{\cos(\omega t)1(t)\} = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

Laplaceove obrazy elementárnych funkcií

Impulzná funkcia

Uvažujme **jednotkovú impulzovú funkciu** $\delta(t)$, resp. *Diracovu funkciu*, pre ktorú platí

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1$$

Laplaceov obraz jednotkovej impulzovej funkcie je

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

Vlastnosti Laplaceovej transformácie

Obrazy derivácií a integrálu

Laplaceove obrazy derivácií sú kľúčové pri riešení diferenciánych rovníc.
Laplaceov obraz **prvej derivácie funkcie** $f(t)$ je

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right\} = sF(s) - f(0)$$

Laplaceov obraz **druhej derivácie funkcie** $f(t)$ je

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\mathrm{d}^2 f(t)}{\mathrm{d}t^2}\right\} = s^2F(s) - sf(0) - f''(0)$$

Laplaceov obraz **integrálu** je

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}$$

Vie sa ukázať, že začiatočná hodnota funkcie je určená vzťahom

$$f(0) = \lim_{t \to 0} = \lim_{s \to \infty} (sF(s))$$

Asymptotickú hodnotu funkcie $f(t)$ v čase $t \to \infty$ definujeme ako

$$f(\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} (sF(s))$$

Spätná Laplaceova transformácia

- Dôležitou časťou algoritmu riešenia lineárnych diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientami pomocou Laplaceovej transformácie je nájdenie orignálu $f(t)$, ktorý odpovedá obrazu $F(s)$.
- Na nájdenie vzoru $f(t)$ pre daný obraz využijeme slovník Laplaceovej transformácie pre *základné funkcie*.

Každú zložitú funkciu $F(s)$ musíme rozložiť na súčet základných funkcií

$$F(s) = F_1(s) + F_2(s) + \ldots + F_n(s)$$

Potom vzor $f(t)$ píšeme rovno zo slovníka ako

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \ldots + f_n(t)$$

kde $f_i(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F_i(s)\}, i = 1, \ldots, n$.

Spätná Laplaceova transformácia

Obraz $F(s)$ je najčastejšie daný v tvare racionálnej funkcie

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \tag{1}$$

kde
$B(s) = b_0 + b_1 s + \ldots + b_m s^m$ je polynóm v čitateli
$A(s) = a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n$ je polynóm v menovateli.
Ak $m < n$ alebo $m = 0$, potom $F(s)$ nazývame **rýdzo racionálna funkcia.**
V opačnom prípade je $F(s)$ **nerýdzo racionálna funkcia** a môžme ju vyjadriť ako súčet nejakého polynómu $T(s)$ a rýdzo racionálnej funkcie

$$\frac{B(s)}{A(s)} = T(s) + \frac{\tilde{B}(s)}{\tilde{A}(s)} \tag{2}$$

Typy koreňov

Pri rozklade na parciálne zlomky potrebujeme poznať korene polynómu $A(s)$ v menovateli racionálnej funkcie $F(s)$. Polynóm $A(s)$ môže mať:

- navzájom rôzne korene
- násobné korene

Typy koreňov

Rozklad na parciálne zlomky a spätná Laplaceova transformácia ak korene polynómu $A(s)$ sú navzájom rôzne

$$F(s) = \frac{B(s)}{a_n(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)} \tag{3}$$

Rozkladom na parciálne zlomky dostávame

$$F(s) = \frac{K_1}{s-s_1} + \frac{K_2}{s-s_2} + \dots + \frac{K_n}{s-s_n} \tag{4}$$

Vzor $f(t)$ bude

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_1}{s-s_1}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_2}{s-s_2}\right\} + \dots + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_n}{s-s_n}\right\}$$

resp.

$$f(t) = K_1\,\mathrm{e}^{s_1 t} + K_2\,\mathrm{e}^{s_2 t} + \dots + K_n\,\mathrm{e}^{s_n t}$$

Rozklad na parciálne zlomky a spätná Laplaceova transformácia ak korene polynómu $A(s)$ sú násobné
Ak má polynóm $A(s)$ n-násobný koreň s_1, potom má rýdza racionálna funkcia po rozklade na parciálne zlomky tvar

$$F(s) = \frac{K_1}{s - s_1} + \frac{K_2}{(s - s_1)^2} + \ldots + \frac{K_n}{(s - s_1)^n} \tag{5}$$

Vzor $f(t)$ bude
$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_1}{s-s_1}\right\} + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_2}{(s-s_1)^n}\right\} + \ldots + \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_n}{(s-s_1)^n}\right\}$ resp.

$$f(t) = K_1\,\mathrm{e}^{s_1 t} + \frac{K_2}{1!}\,t\,\mathrm{e}^{s_1 t} + \ldots + \frac{K_n}{(n-1)!}\,t^{n-1}\,\mathrm{e}^{s_1 t}$$

Algoritmus riešenia diferenciálnych rovníc

1. Vykonáme Laplaceovu transformáciu diferenciálnej rovnice. K príslušným vzorom vystupujúcim v diferenciálnej rovnici definujeme využitím slovníka obrazy. Rovnica po transformácii je **algebraická** a jej neznáma odpovedá obrazu riešenia diferenciálnej rovnice.
2. Vyriešime získanú algebraickú rovnicu, riešenie je zvyčajne v tvare racionálnej funkcie.
3. Vykonáme spätnú Laplaceovu transformáciu obrazu riešenia po jeho rozklade na parciálne zlomky, čím získame riešenie diferenciálnej rovnice v časovej oblasti.

Algoritmus riešenia diferenciálnych rovníc