

FREKVENČNÉ CHARAKTERISTIKY S LOGARITMICKOU MIERKOU – PRÍKLAD

Zadanie

- Zostrojte Amplitúdovú frekvenčnú charakteristiku a Fázovú frekvenčnú charakteristiku pre prenos 1. rádu:

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{4s + 1}$$

- Frekvenčný prenos je:

$$F(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{2}{1 + 4j\omega} = \frac{2}{1 + 16\omega^2} + j \frac{-8\omega}{1 + 16\omega^2}$$

1. Krok – Frekvenční prenos

- Dosadíme ωj za s do $F(s)$ a získáme frekvenční prenos

$$F(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{2}{1 + 4j\omega}$$

- Ďalej rozložíme frekvenční prenos na reálnu a imaginárnu časť

$$F(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = \frac{2}{1 + 16\omega^2} + j \frac{-8\omega}{1 + 16\omega^2}$$

2. Krok - Amplitúda

- Vypočítame amplitúdu frekvenčného prenosu $|F(j\omega)|$

$$A(\omega) = |F(j\omega)| = \sqrt{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2}$$

$$|F(j\omega)| = \sqrt{\left(\frac{2}{1 + 16\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{-8\omega}{1 + 16\omega^2}\right)^2}$$

$$A(\omega) = |F(j\omega)| = \frac{2}{\sqrt{1 + 16\omega^2}}$$

3. Krok – Logaritmizácia a asymptoty

- Amplitúdu logaritmizujeme 20-násobne

$$20 \cdot \log|F(j\omega)| = \underbrace{20 \cdot \log 2}_{A_1} - \underbrace{20 \cdot \log \sqrt{1 + 16\omega^2}}_{A_2}$$

$$A_1 = 20 \cdot \log 2 = 6.02 \text{ dB}$$

- A_1 je asymptota rovnobežná s osou $\log \omega$ vo vzdialenosti 6.02 dB

3. Krok – druhá asymptota

- Bod zlomu je $\frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0.25$,
- ak $\omega \ll \frac{1}{T}$, potom $A_2 = -20 \cdot \log 1 = 0$,
- ak $\omega \gg \frac{1}{T}$, potom $A_2 = -20 \cdot \log 4\omega$ z čoho vyplýva, že sklon druhej asymptoty je $-20 \cdot \text{dB/dek}$.

- Ak dosadíme ω za bod zlomu $\frac{1}{T}$, potom

$$A_2 = -20 \cdot \log \sqrt{2} \cong -3 \text{ dB}$$

- Pričom skutočný priebeh amplitúdovej charakteristiky leží o 3 dB nižšie.

4. Krok – Fáza

- Logaritmická frekvenčná charakteristika je daná vzťahom

$$\Phi(\omega) = \tan^{-1} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = \tan^{-1} \frac{2}{\frac{1 + 16\omega^2}{-8\omega}} = \tan^{-1} 4\omega$$

- pre $\omega = 0$ je $\Phi(\omega) = 0^\circ$
- pre $\omega \rightarrow \infty$ je $\Phi(\omega) = -90^\circ$
- pre $\omega = \frac{1}{T} = \frac{1}{4}$ je $\Phi(\omega) = -45^\circ$

