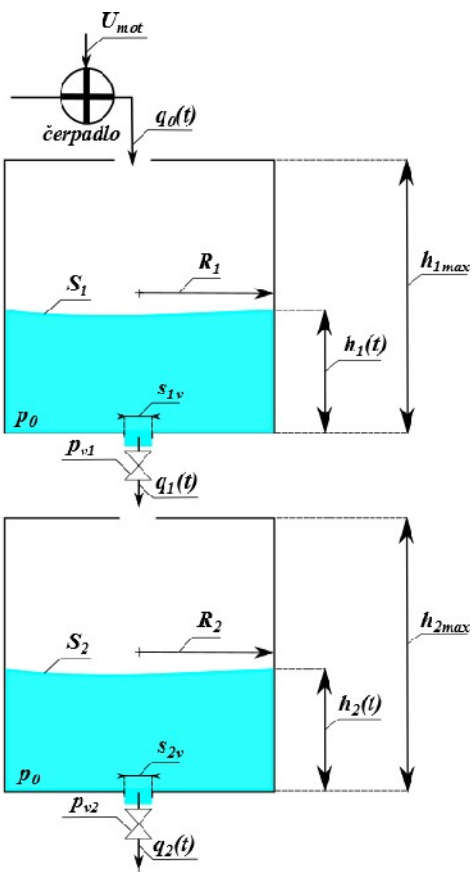
M5 Model "Valcové nádrže bez interakcie"

Úlohy:

1. **Zostavte matematický popis modelu M5**
2. **Vytvorte simulačný model v prostredí:**
   a. **Matlab**
      i. **riešenie funkciou ode45**
      ii. **riešenie naprogramovanou funkciou, ktorá využíva algoritmus metódy Runge Kutta**
   b. **Simulink**
      - **zostavenie programovej schémy metódou znižovania rádu derivácie**
3. **Simulujte dynamiku systému ako odozvu na rôzne vstupné signály**
4. **Navrhnite a simulujte riadenie hydraulického systému M5 v prostredí Simulink**
   a. **Linearizácia a prenosová funkcia hydraulického systému**
   b. **Výpočet parametrov PID regulátora metódou syntézy Butterworth (metóda štandardných tvarov)**

Pre riešenie úloh uvažujeme nasledovné:



Obr. 1 M5 Model Valcové nádrže bez interakcie

Parametre:

R_1 - polomer 1. nádoby
d_1 - priemer výtokového otvoru 1. nádoby
s_1 - plocha výtokového otvoru 1. nádoby
S_1 - plocha hladiny v 1.j nádrži
p_1 - percento otvorenia ventilu 1. nádrže
R_2 - polomer 2. nádoby
d_2 - priemer výtokového otvoru valcovej nádoby
s_2 - plocha výtokového otvoru valcovej nádoby
S_2 - plocha hladiny v 2. nádrži
p_2 - percento otvorenia ventilu 2. nádrže
ρ - hustota kvapaliny
g - gravitačné zrýchlenie

pozn.: obe nádoby sú valcového tvaru

Fyzikálne veličiny:

$q_0\ (t)$ - prítok do guľovej nádrže
$q_1\ (t)$ - voľný odtok z 1. nádrže
$q_2\ (t)$ - voľný odtok z 2. nádrže
$v_1\ (t)$ - rýchlosť poklesu hladiny v 1. nádrži
$v_{11}\ (t)$ - odtoková rýchlosť z 1. nádrže
$v_2\ (t)$ - rýchlosť poklesu hladiny v 2. nádrži
$v_{22}\ (t)$ - odtoková rýchlosť z 2. nádrže
$h_1\ (t)$ - výška hladiny v 1. nádrži
$h_2\ (t)$ - výška hladiny v 2. nádrži

pozn.:Fyzikálne veličiny ďalej v texte sú uvedené nasledovne: $q_0\ (t) = q_0$, $q_1\ (t) = q_1$, $q_1\ (t) = q_1$, $v_1\ (t) = v_1$, $v_{11}\ (t) = v_{11}$, $v_2\ (t) = v_2$, $v_{22}\ (t) = v_{22}$

Úloha č.1: Zostavte matematický popis modelu M5

Matematický popis uvažovaného hydraulického systému získame využitím rovnice kontinuity $Q_m = \rho . S . v = konšt.$ ($v(t) = v$ - *rýchlosť prúdenia kvapaliny)*, pre nestlačiteľnú kvapalinu:

$$Q_m = S_1 . v_1 = s_1 . v_{11} = S_2 . v_2 = s_2 . v_{22} = konšt., \qquad (1.1)$$

ktorá hovorí, že hmotnostný tok Q_m vyjadrujúci objem kvapaliny s hustotou ρ, ktorý pretečie potrubím s prierezom S rýchlosťou v za jednotku času, je v každom mieste potrubia konštantný. Pomocou Torriceliho vzorca

$$v = \sqrt{2 . g . h}, \qquad (1.2)$$

možno pre zmenu objemu kvapaliny v 1. nádrži písať:

$$S_1 . \frac{d\, h_1(t)}{dt} = q_0(t) - q_1(t) \qquad (1.3)$$

(ďalej v text platí: $\dot{h}_1(t) = \frac{dh_1(t)}{dt}, q_0(t) = q_0, q_1(t) = q_1$)

$$S_1 . \dot{h}_1 = q_0 - s_1 . v_{11} \qquad (1.4)$$

a výsledná diferenciálna rovnica je: $S_1 . \dot{h}_1(t) = q_0 - s_1 . \sqrt{2 . g . h_1(t)}$. (1.5)

Analogicky pre zmenu objemu kvapaliny v druhej nádrži platí:

$$S_2 . \dot{h}_2(t) = p_1 . s_1 . \sqrt{2 . g . h_1(t)} - p_2 . s_2 . \sqrt{2 . g . h_2(t)}, \qquad (1.6)$$

kde p_1, p_2 je percento otvorenia ventilu 2. nádoby.

Úloha č.2: Vytvorte simulačný model v prostredí Matlab, Simulink

Uvažujte závislosť prietoku q_0 od napätia U, ktorá je daná tabuľkou č.1. Aproximujte dáta z tabuľky lineárnou funkciou:

$$q_0 = a . U + b \ . \qquad (2.1)$$

Netreba zabudnúť, že je nutné ošetriť, aby pri nulovom napätí bol prietok ($\boldsymbol{q_0}$) rovný 0.

Tab. 1 Závislosť medzi vstupným napätím prietokom čerpadla

U [V]	q_0 [cm^3/s]
2	8.6922
3	12.1942
4	14.5142
5	16.8240
6	19.3231

Simulačný model vytvoríme úpravou matematického modelu (diferenciálna rovnica) na substitučný kanonický tvar:

$$\boldsymbol{h_1(t)} = \boldsymbol{x_1(t)} \tag{2.2}$$

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{h}}_1(\boldsymbol{t}) = \dot{\boldsymbol{x}}_1(\boldsymbol{t}) = \frac{q_0 - p_1.s_1.\sqrt{2.g.x_1(t)}}{S_1}} \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{h_2(t)} = \boldsymbol{x_2(t)} \tag{2.4}$$

$$\boxed{\boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{t}) = \dot{\boldsymbol{x}}_2(\boldsymbol{t}) = \frac{p_1.s_1.\sqrt{2.g.x_1(t)} - p_2.s_2.\sqrt{2.g.x_2(t)}}{S_2}} \tag{2.5}$$

a. Matlab

Na základe rovníc (2.1), (2.3) a (2.5) vytvoríme v Matlabe simulačný model ako:

i) riešenie funkciou ode45:

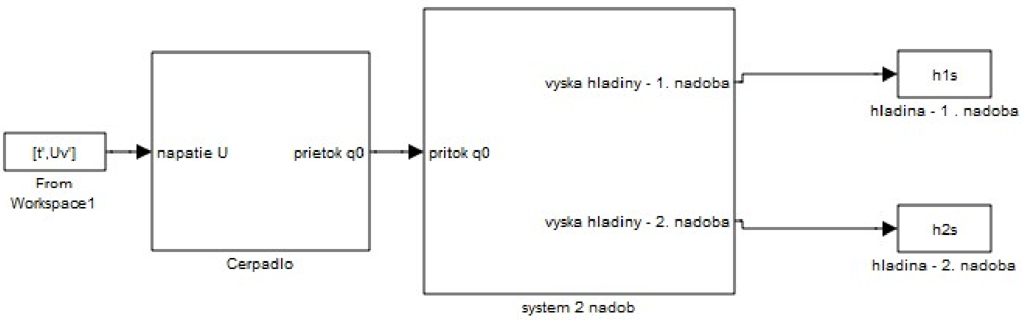
[t,y]=ode45(funkcia,[doba simulácie],[počiatočné podmienky]);

ii) riešenie naprogramovanou funkciou, ktorá využíva algoritmus metódy Runge Kutta

Na základe numerickej metódy riešenia diferenciálnych rovníc Runge Kutta navrhnite algoritmus a implementujte ho v prostredí Matlab, kde vstupom je počiatočná hodnota času, počiatočné podmienky a krok uvedenej metódy. Riešenie je možné realizovať ako 2 funkcie (funkcia pre 1. valcovú nádobu a funkcia pre 2. valcovú nádobu), kde návratová hodnota z oboch je priebeh výšky hladiny (ako vektor) alebo ako 1 funkcia, ktorej návratová hodnota je matica (2 x n, resp. n x 2, n ϵ N) obsahujúca v prvom riadku (resp. stĺpci) priebeh hladiny 1. valcovej nádrže a v druhom priebeh 2. valcovej nádrže.

b. Simulink - zostavenie programovej schémy metódou znižovania rádu derivácie

V jazyku Simulink vychádzame z rovnakých rovníc (2.1), (2.3), (2.5), ale rovnicu realizujeme pomocou funkčných blokov.



Obr. 2 Programová schéma v Simulinku modelu M5

Úloha č.3: Simulujte dynamiku systému ako odozvu na rôzne vstupné signály

Parametre simulovaného modelu:

$R_1 = 2$ cm, $d_1 = 0.325$ cm , $p_1 = 0.85$, $s_1 = \pi.(\frac{d}{2})^2 = 0.083\ cm^2$

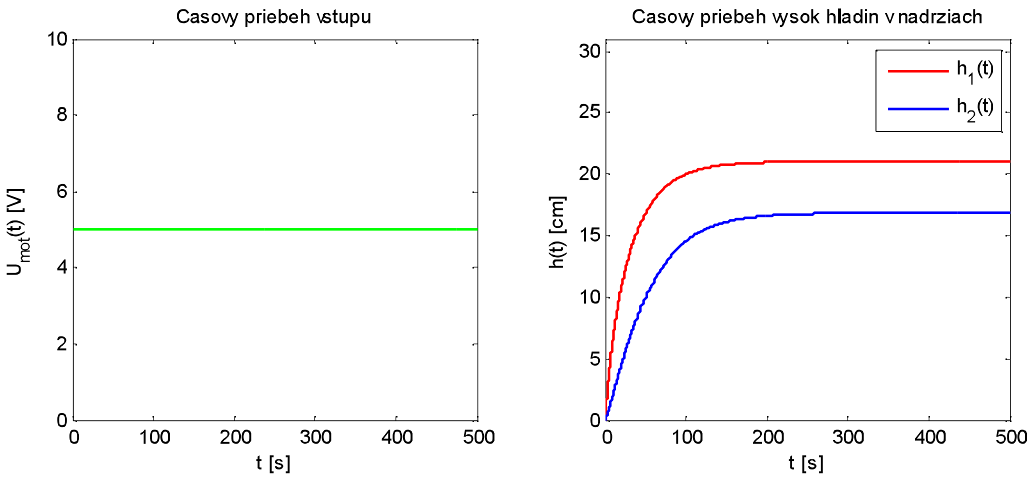
$R_2 = 2$ cm, $d_2 = 0.325$ cm , $p_2 = 0.95$, $s_2 = \pi.(\frac{d}{2})^2 = 0.083\ cm^2$

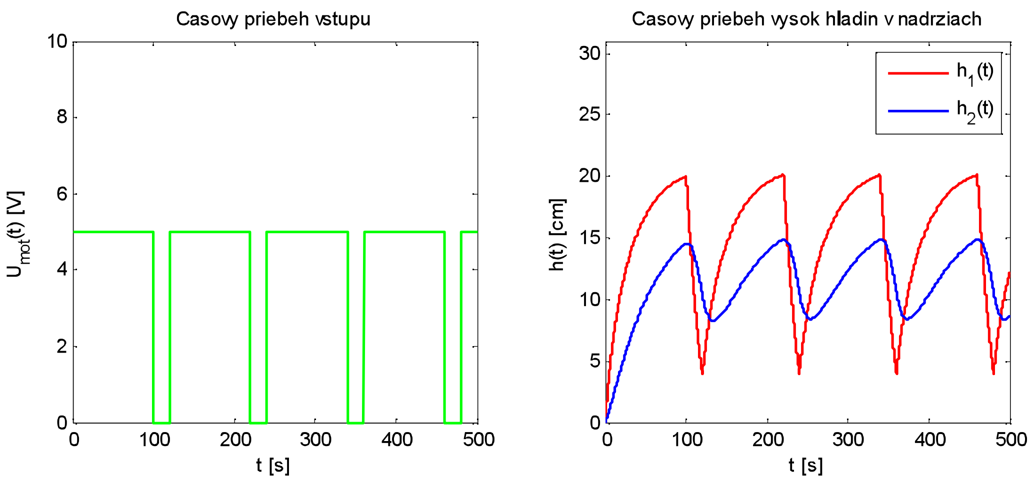
$T_{sim} = 500\ s$

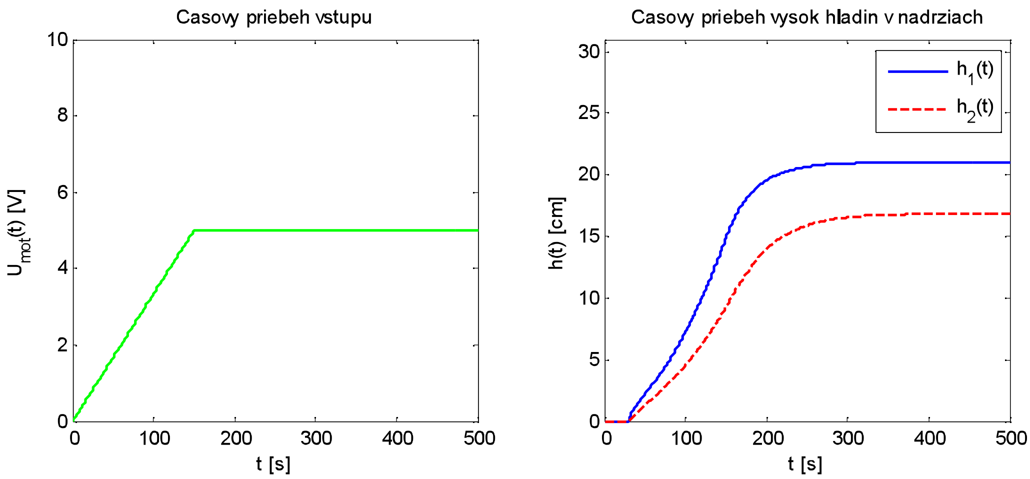
$dT = 0.1\ s$

$U_{mot} = 3V$

- **Simulačný model s počiatočnými podmienkami:**
  $h_1(0) = 0$ cm, $h_2(0) = 0$ cm







- **Simulačný model s počiatočnými podmienkami:**
  $h_1(0) = 15$ cm, $h_2(0) = 0$ cm **(2. nádoba)**