

Syntéza spojitých regulátorov

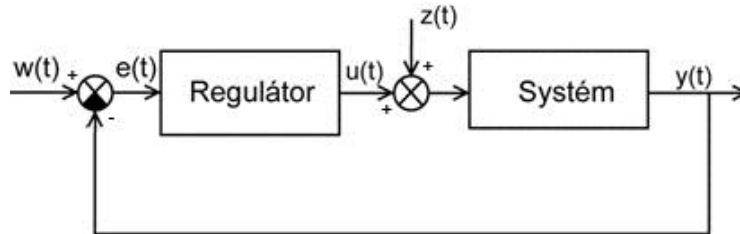
(Model: M6)

Úlohy:

1. Analyticky navrhnete výpočet parametrov spojitých PID regulátorov nasledujúcimi metódami:
 - 1.a Metóda syntézy Ziegler - Nichols
 - 1.b Metóda štandardných tvarov Butterworth
 - 1.c Metóda štandardných tvarov Graham – Lathrop
 - 1.d Naslinova metóda
 - 1.e Metóda optimálneho modulu
 - 1.f Analyticky overte stabilitu URO
 2. Analyticky vypočítajte parametre PSD regulátora a ustálené hodnoty akčného zásahu $u(\infty)$, regulačnej odchýlky $e(\infty)$ a regulovanej veličiny $y(\infty)$
 3. Navrhnete algoritmus pre výpočet parametrov PID a PSD regulátorov
 4. Overte navrhnuté algoritmy v spätно-vázobnej riadiacej štruktúre
-

Úloha č.1 Analyticky navrhnete výpočet parametrov spojitých PID regulátorov nasledujúcimi metódami:

Pri návrhu spojitých regulátorov vychádzame z nasledujúcej riadiacej štruktúry:



Obr. 1 Riadiaca štruktúra

$w(t)$ – požadovaná veličina;

$e(t)$ – regulačná odchýlka;

$u(t)$ - akčný zásah;

$y(t)$ – výstupná (regulovaná) veličina;

$z(t)$ - poruchová veličina;

Pre návrh spojitých regulátorov vychádzame z prenosovej funkcie hydraulického systému:

$$F_s(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s^1 + a_0}, \quad (1)$$

kde výstupnou riadiacou veličinou je výška hladiny v druhej nádobe:

$$y(t) = h_3(t). \quad (2)$$

Výsledkom sú parametre PID regulátora v zložkovom tvare:

$$F_r(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s} = \frac{r_0 s + r_{-1}}{s} = P + \frac{I}{s} + Ds. \quad (3)$$

Niektoré metódy syntézy však určujú parametre PID regulátora v interaktívnom tvare:

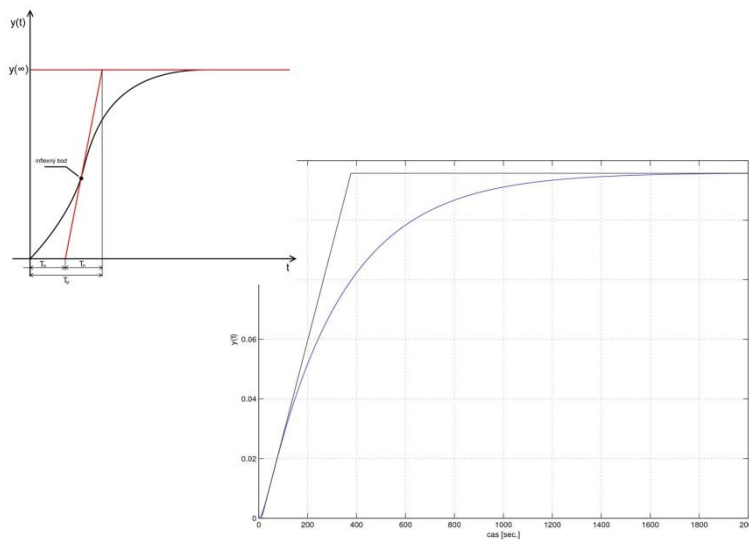
$$F_r(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \text{ teda } P = K_p, I = \frac{K_p}{T_i}, D = K_p T_d. \quad (4)$$

1.a Návrh parametrov PID regulátora metódou Ziegler - Nichols

- Vykreslite prechodovú charakteristiku modelu M5, ktorý je popísaný nasledujúcou prenosovou funkciou:

$$F_s(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

- Z prenosovej funkcie určte parametre T_u, T_n, k .



Obr. 2 Prechodová charakteristika

- Na základe Tab.1 vypočítajte parametre zvoleného typu regulátora.

Tab. 1 Vzorce na výpočet parametrov PID regulátora - Ziegler – Nichols

Typ regulátora	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T_n}{T_u \cdot k}$		
PI	$0,9 \frac{T_n}{T_u \cdot k}$	$3,5T_u$	
PD	$1,2 \frac{T_n}{T_u \cdot k}$		$0,25T_u$
PID	$1,25 \frac{T_n}{T_u \cdot k}$	$2T_u$	$0,05T_u$

1.b Návrh parametrov PID regulátora metódou štandardných tvarov Butterworth

Porovnajte charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu s daným polynómom z Tab. 2 a vypočítajte parametre zvoleného regulátora

Tab. 2 Štandardné tvary charakteristického polynómu URO - Butterworth

n-rád	Charakteristický polynóm
1	$q + 1$
2	$q^2 + 1,4q + 1$
3	$q^3 + 2q^2 + 2q + 1$
4	$q^4 + 2,61q^3 + 3,41q^2 + 2,61q + 1$

$$q = \frac{s}{\omega_0}$$

ω_0 - vlastná frekvencia

1.c Návrh parametrov PID regulátora metódou štandardných tvarov Graham – Lathrop

Porovnajte charakteristický polynóm uzavretého regulačného obvodu s daným polynómom z Tab. 3 a vypočítajte parametre zvoleného regulátora

Tab. 3 Štandardné tvary charakteristického polynómu URO – Graham - Lathrop

n - rád	Charakteristický polynóm
1	$q + 1$
2	$q^2 + 1,4q + 1$
3	$q^3 + 1,75q^2 + 2,15q + 1$
4	$q^4 + 2,1q^3 + 3,4q^2 + 2,7q + 1$

$$q = \frac{s}{\omega_0}$$

ω_0 - vlastná frekvencia

1.d Návrh parametrov PID regulátora Naslinovou metódou

- Vypočítajte parametre regulátora Naslinovou metódou.

Naslinova metóda vychádza z charakteristického polynómu uzavretého regulačného obvodu v tvare $c_n s^n + c_{n-1} s^{n-1} + \dots + c_1 s + c_0$, pričom využíva vzťah medzi jej koeficientami $c_i^2 \geq \alpha c_{i+1} c_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots, n-1$.

- Koeficient α sa volí z tabuľky Tab.4. na základe požadovanej veľkosti maximálneho preregulovania δ_{\max} .

Tab. 4 Koeficienty pre Naslinovú metódu

α	1,7	1,75	1,8	1,9	2	2,2	2,4
δ_{\max} [%]	20	16	12	8	5	3	1

1.e Návrh parametrov PID regulátora metódou Optimálneho modulu

Metóda vychádza z predstavy ideálnej prenosovej funkcie uzavretého regulačného obvodu, ktorá by mala byť jednotková. Podmienkou je, aby prenosová funkcia bola v tvare

$$F(s) = \frac{K}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}.$$

Na základe typu regulátora určte parametre r_0 , r_1 a r_{-1} podľa Tab.5..

Tab. 5 Vzorce na výpočet parametrov PID regulátora – optimálny modul

PI	$\begin{pmatrix} a_1 & -1 \\ a_3 & -a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{-1} \\ r_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{pmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \end{pmatrix}$
PD	$\begin{pmatrix} -a_2 & a_1 \\ -a_4 & a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_0 \\ r_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{pmatrix} -a_1^2 + 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4 \end{pmatrix}$
PID	$\begin{pmatrix} a_1 & -1 & 0 \\ a_3 & -a_2 & a_1 \\ a_5 & -a_4 & a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{-1} \\ r_0 \\ r_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{pmatrix} 1 \\ -a_1^2 + 2a_2 \\ a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_4 \end{pmatrix}$

1.f Analyticky overte stabilitu URO

Stabilitu uzavretého regulačného obvodu určte vhodne zvolenou metódou (v spojitej alebo v diskkrétnej verzii)

- **Nepriame metódy:**
 - Hurwitzovo kritérium, frekvenčné kritérium (Michajlovovo, Nyquist)

- **Asymptotické vyšetrenie stability**

- **Priama metóda:**
 - Určenie stability na základe koreňov charakteristického polynómu (pomocou funkcie *roots* v Matlabe)

Úloha č.2 Analyticky vypočítajte parametre PSD regulátora a ustálené hodnoty akčného zásahu $u(\infty)$, regulačnej odchýlky $e(\infty)$ a regulovanej veličiny $y(\infty)$

Na základe nasledujúcej tabuľky vypočítajte koeficienty PSD regulátora.

Tab. 6 Výpočet koeficientov PSD regulátora

Parameter	Lichobežníková metóda
q_0	$K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} + \frac{T_d}{T_0}\right)$
q_1	$-K_p \left(1 - \frac{T_0}{2T_i} + \frac{2T_d}{T_0}\right)$
q_2	$K_p \frac{T_d}{T_0}$

$$F_r(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right),$$

$$K_p = r_0; \quad T_i = \frac{r_0}{r_{-1}}; \quad T_d = \frac{r_1}{r_0}$$

Pre jednotlivé typy regulátorov musia platiť podmienky ekvivalentnosti:

Tab. 7 Podmienky ekvivalentnosti

Typ regulátora	Podmienky ekvivalentnosti
P	$q_0 > 0$
PS	$q_0 > 0, q_0 + q_1 > 0$
PD	$q_0 > 0, q_0 > q_2$
PSD	$q_0 > 0, -q_0 > q_1, -(q_0 + q_1) < q_2 < q_0$

Analyticky vypočítajte ustálené hodnoty $u(\infty)$, $e(\infty)$, $y(\infty)$:

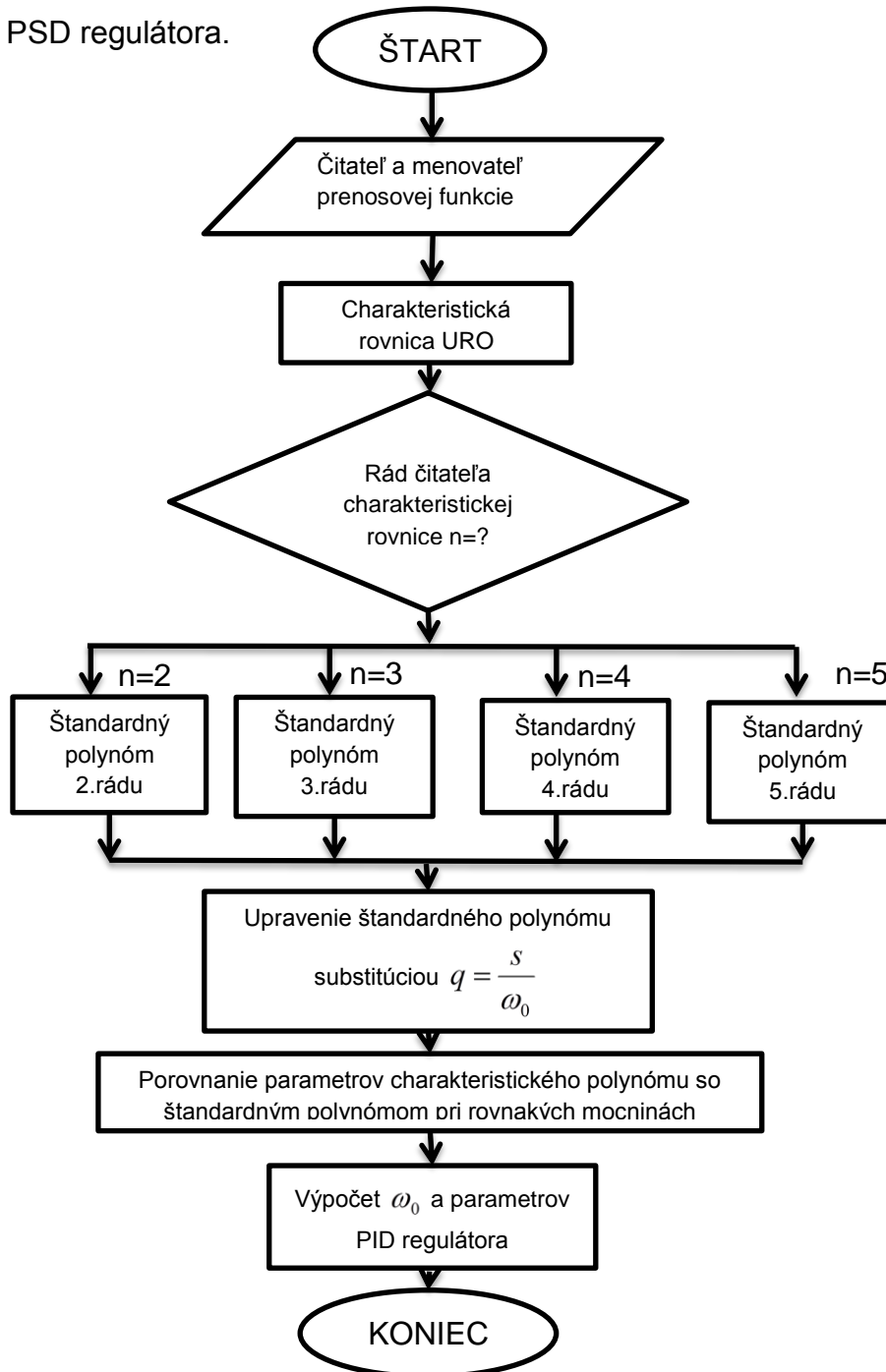
$$G_{Y/W}(z) = \frac{G_P(z)G_R(z)}{1 + G_P(z)G_R(z)} = \frac{Y(z)}{W(z)} \longrightarrow y(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_{Y/W}(z) W(z)$$

$$G_{E/W}(z) = \frac{1}{1 + G_P(z)G_R(z)} = \frac{E(z)}{W(z)} \longrightarrow e(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_{E/W}(z) W(z)$$

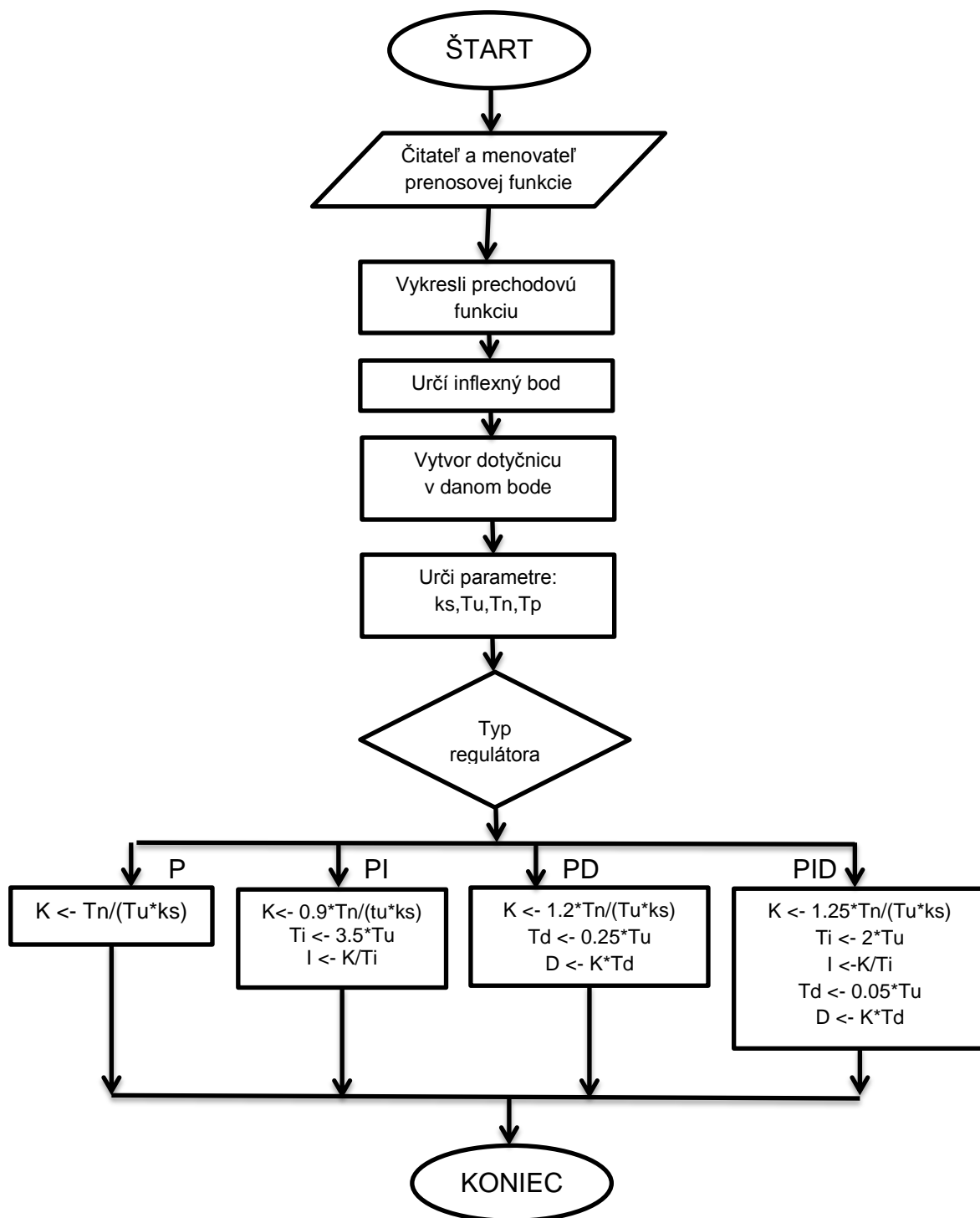
$$G_{U/W}(z) = \frac{G_R(z)}{1 + G_P(z)G_R(z)} = \frac{U(z)}{W(z)} \longrightarrow u(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_{U/W}(z) W(z)$$

Úloha č.3 Navrhните algoritmus pre výpočet parametrov PID a PSD regulátorov

Ako príklad algoritmizácie sú uvedené vývojové diagramy na Obr.2 a Obr.3 pre metódu Ziegler Nichols (1. modifikácia) a metódu štandardných tvarov Graham – Lantrop. Vytvorte algoritmy pre ostatné metódy syntézy a algoritmus pre výpočet parametrov PSD regulátora.

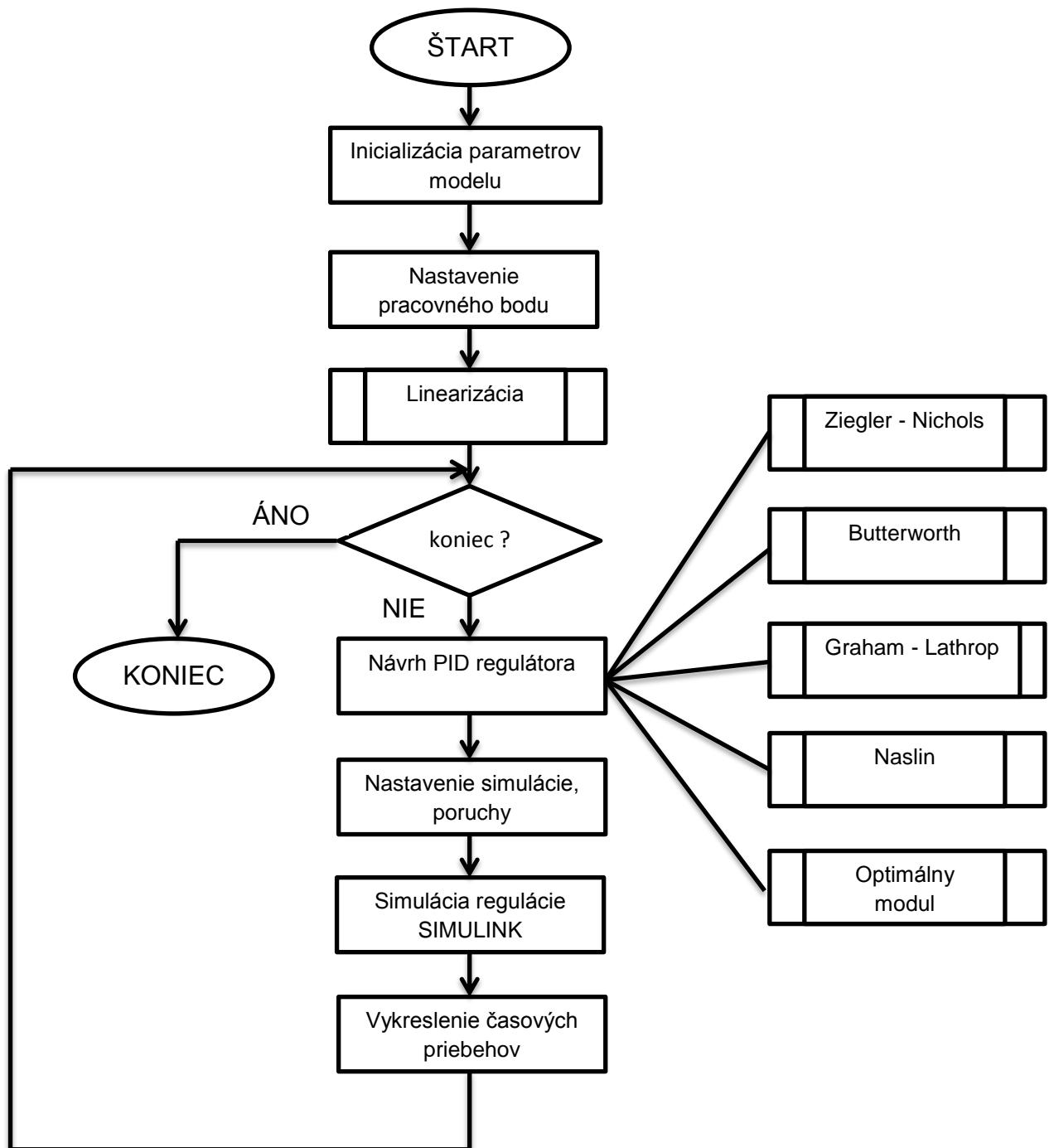


Obr. 2 Vývojový diagram metódy štandardných tvarov Graham – Lantrop



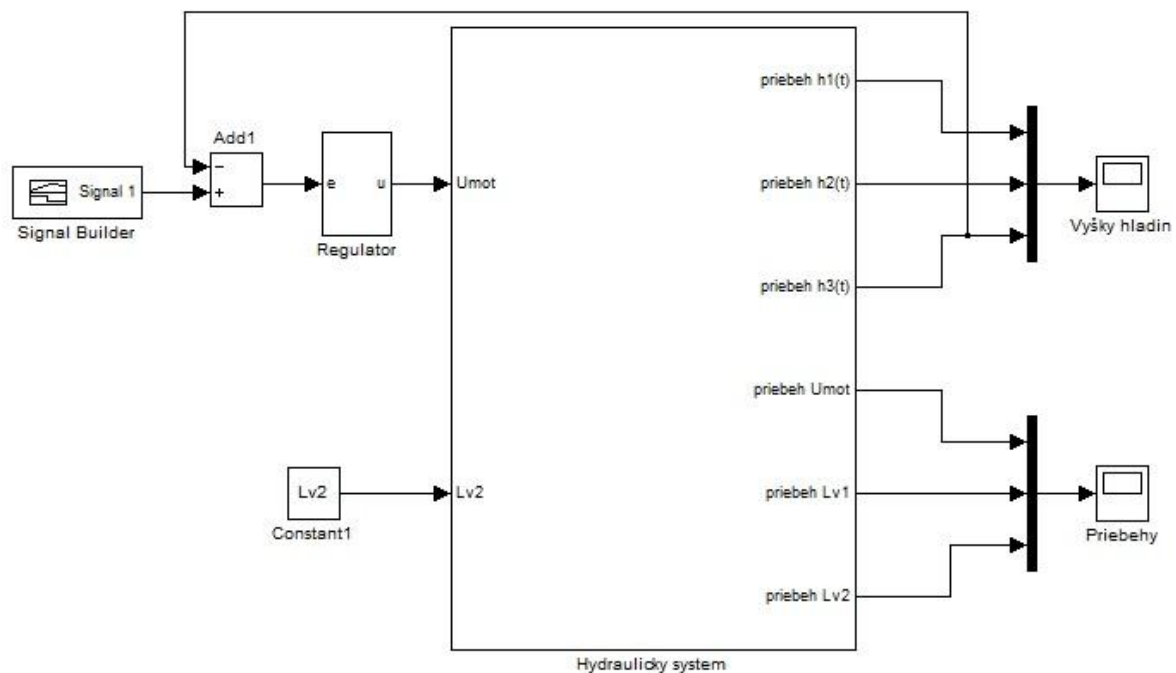
Obr. 3 Vývojový diagram metódy Ziegler Nichols - 1. modifikácia

Úloha č.4 Overte navrhnuté algoritmy v spätno-väzobnej štruktúre



Obr. 4 Algoritmus analýzy dynamiky systémov pri regulácii

Simulačná schéma riadenia v prostredí *Simulink* je znázornená na Obr.5.



Obr. 5 Simulačná schéma riadenia (Simulink)

Subsystem *Hydraulický systém* predstavuje namodelované nelineárne diferenciálne rovnice, ktorými je popísaný model M5.

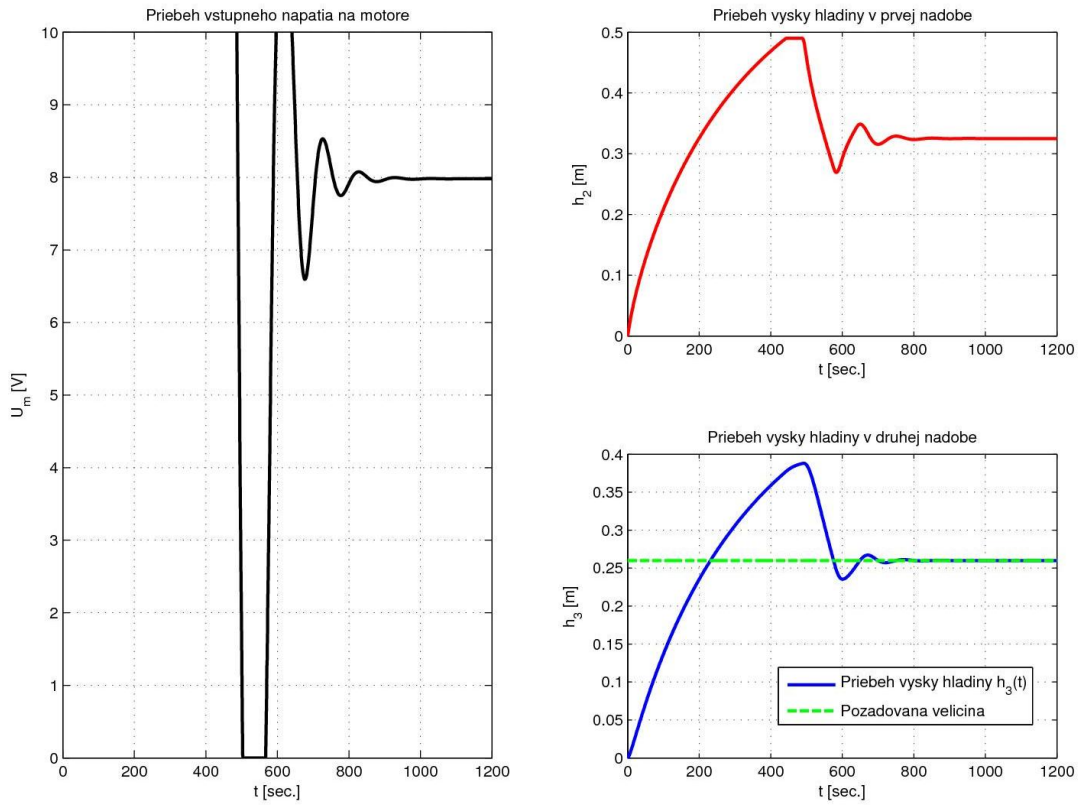
Subsystem *Regulátor* zahŕňa navrhnutý PI a PS regulátor vytvorený pomocou blokov prostredia Simulink.

Blok *Signal Builder* predstavuje referenčnú trajektóriu systému.

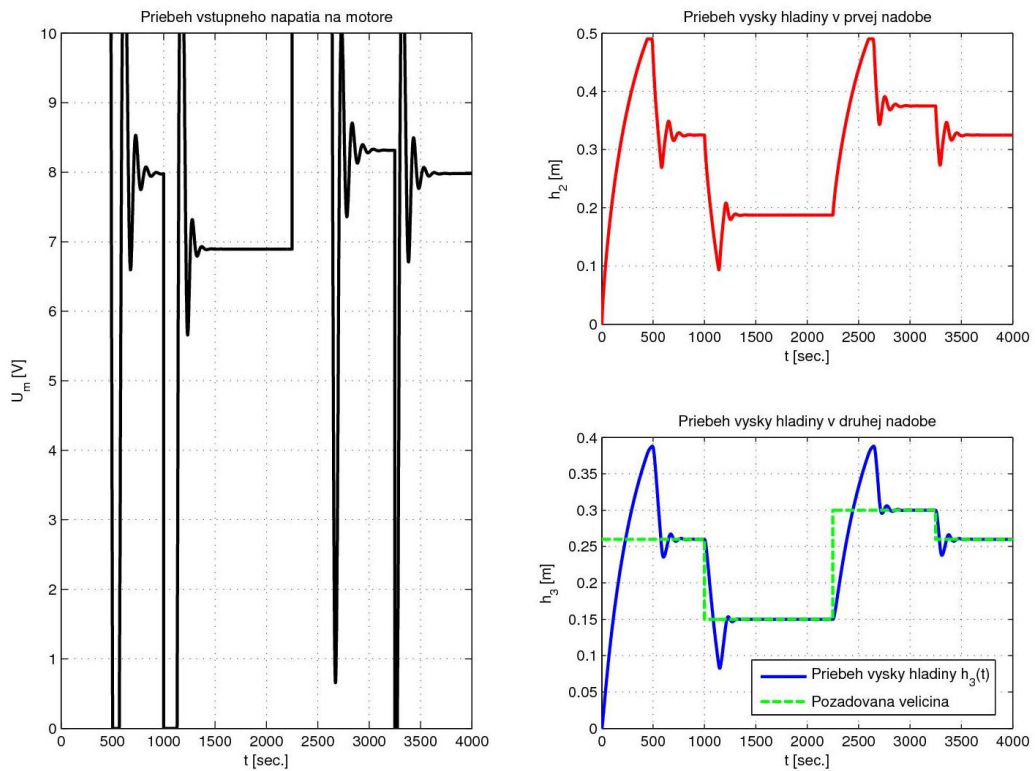
Ako poruchová veličina je uvažovaná zmena veľkosti otvorenia ventilu $L_{v_2} \in \langle 0;1 \rangle$.

$$z(t) = L_{v_2}(t).$$

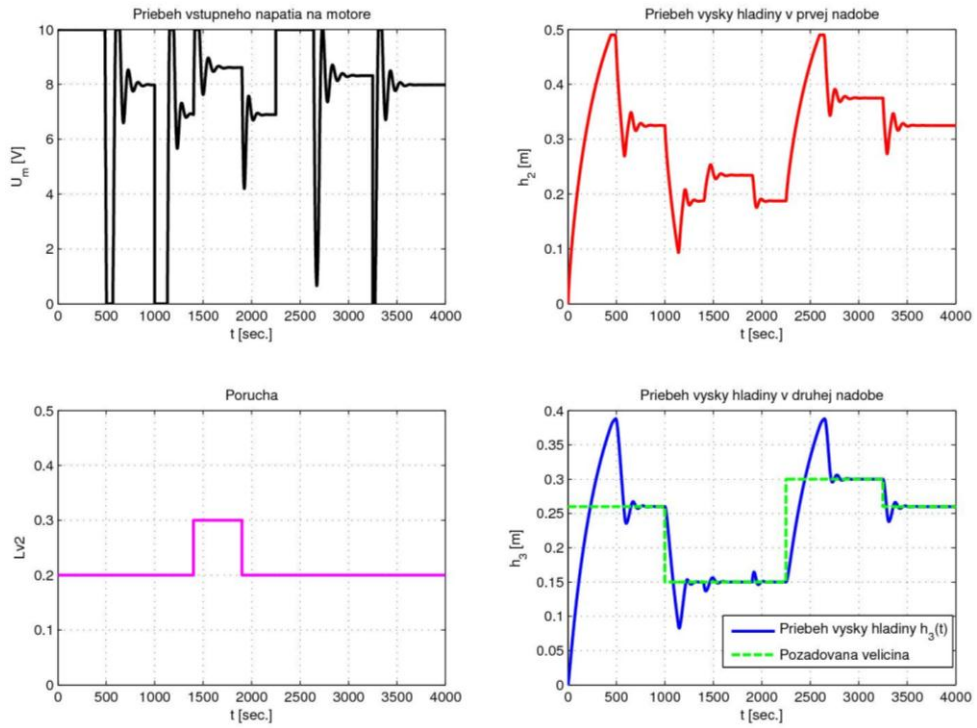
4a. Aplikácia PI algoritmov-metóda Ziegler-Nichols



Obr. 6 Ustálenie na požadovanú hodnotu

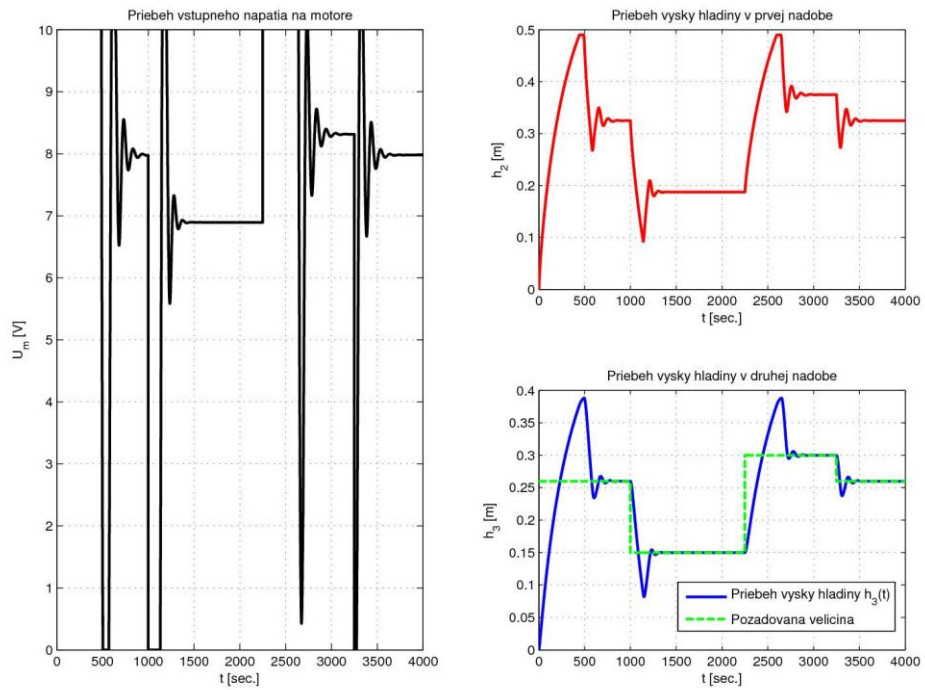


Obr. 7 Sledovanie referenčnej trajektórie



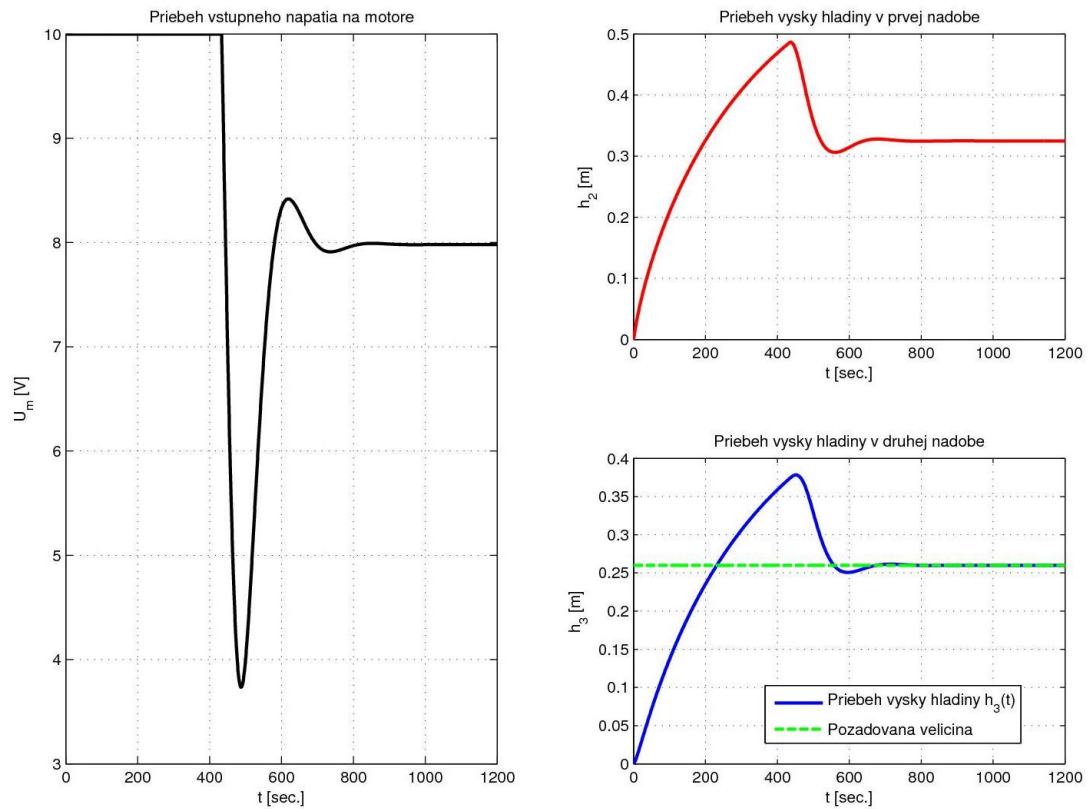
Obr. 8 Sledovanie referenčnej trajektórie s poruchou

Diskrétny PS regulátor:

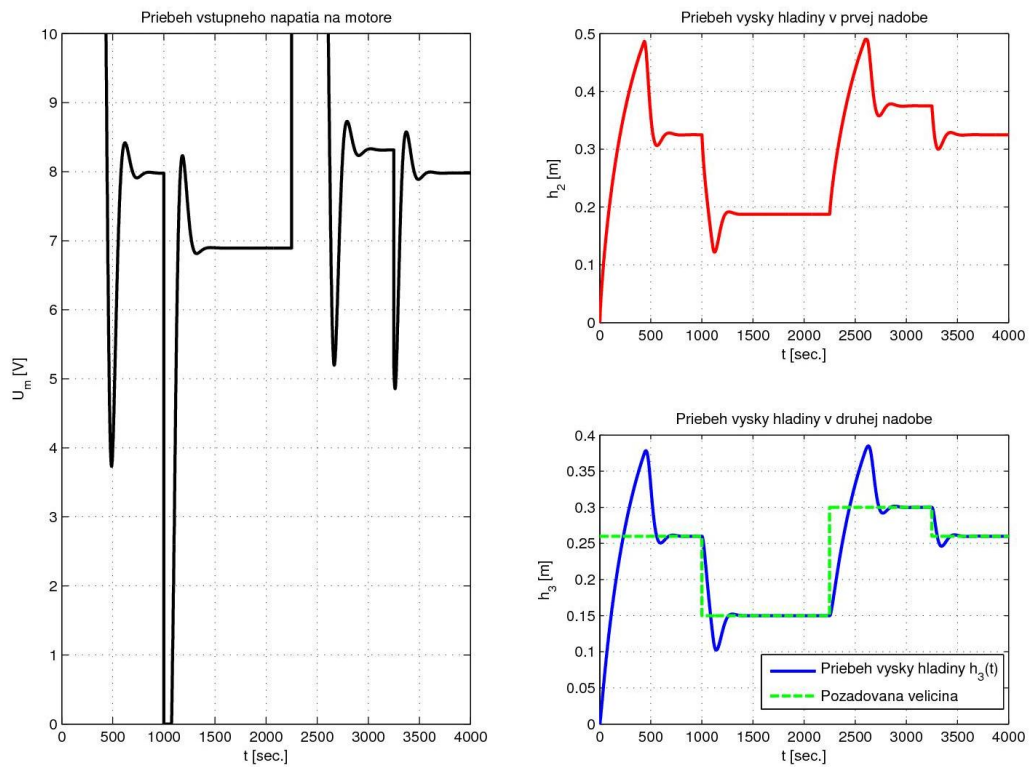


Obr. 9 Sledovanie referenčnej trajektórie – PS regulátor

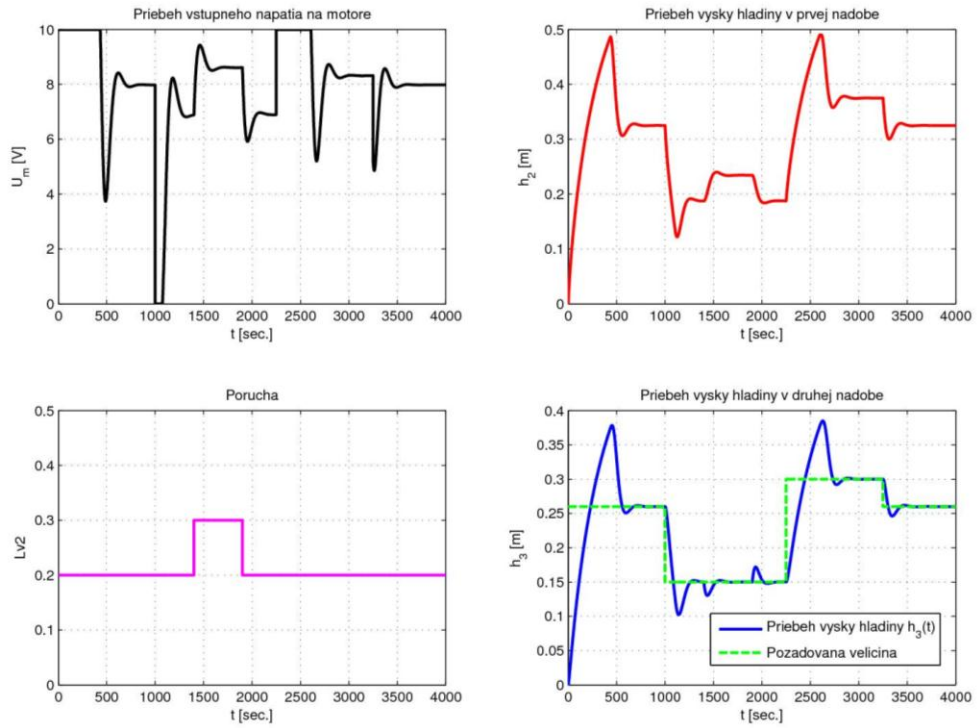
4b. Aplikácia PI algoritmov – metóda štandardných tvarov



Obr. 10 Ustálenie na požadovanú hodnotu

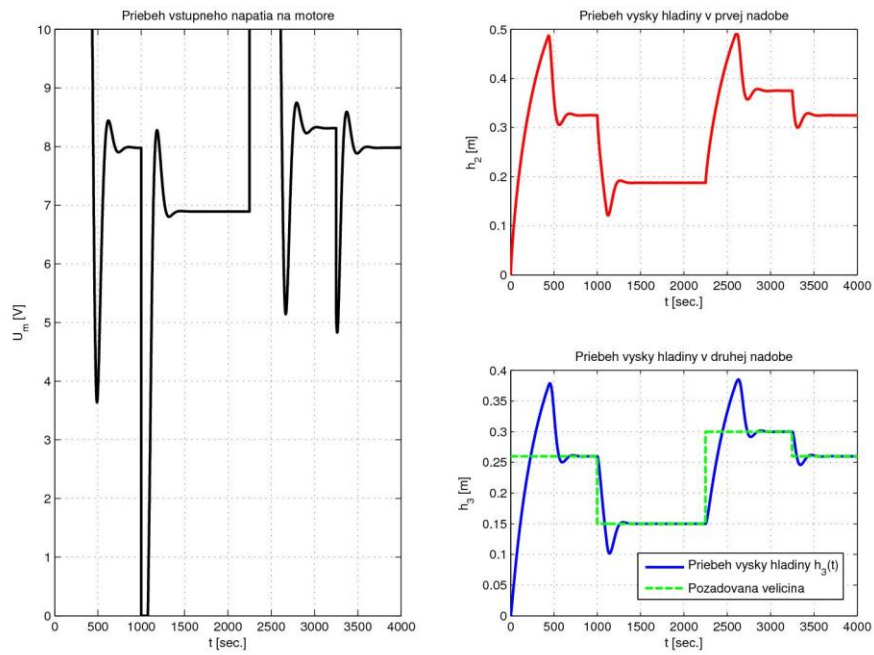


Obr. 11 Sledovanie referenčnej trajektórie



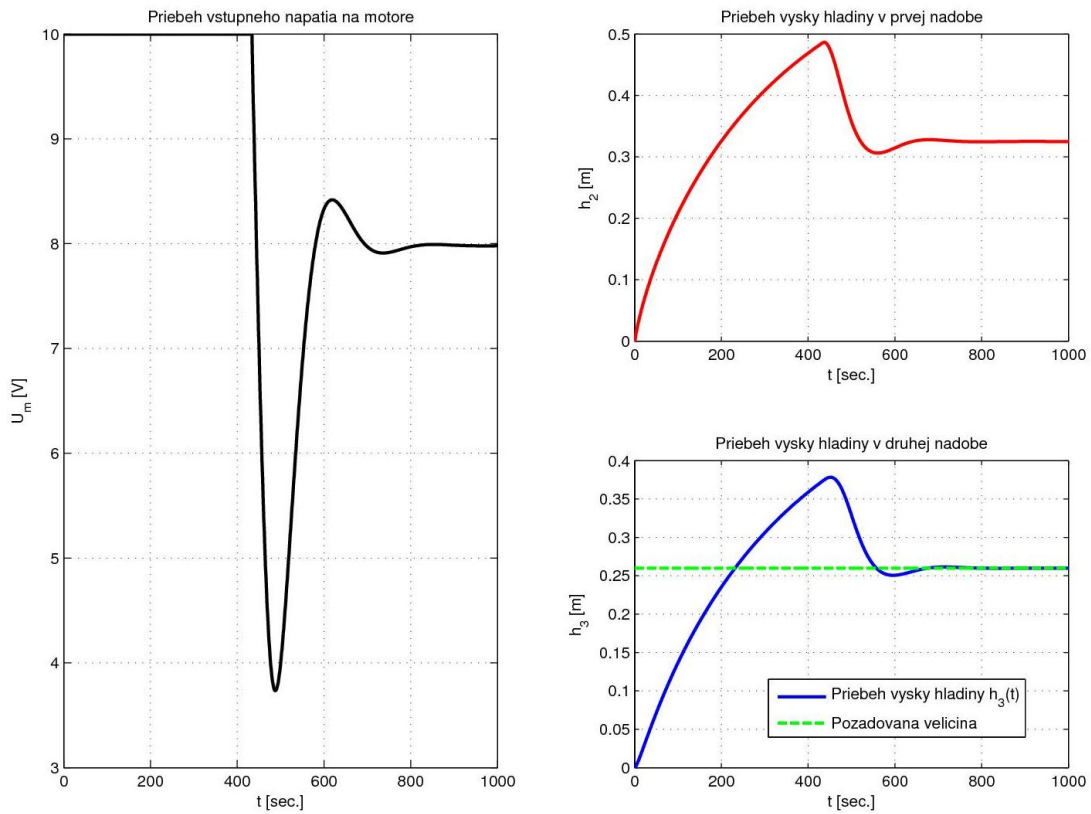
Obr. 12 Sledovanie referenčnej trajektórie s poruchou

Diskrétny PS regulátor:

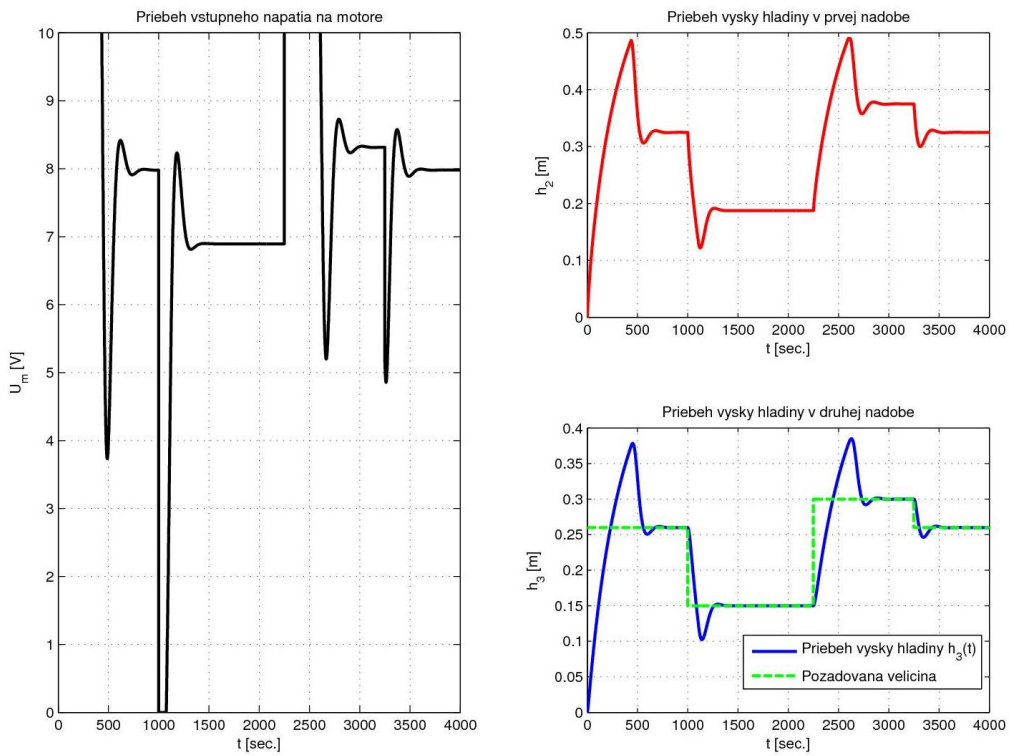


Obr. 13 Sledovanie referenčnej trajektórie – PS regulátor

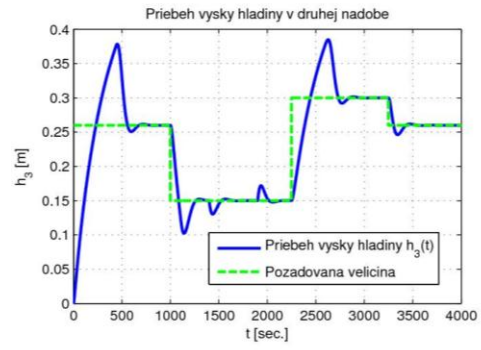
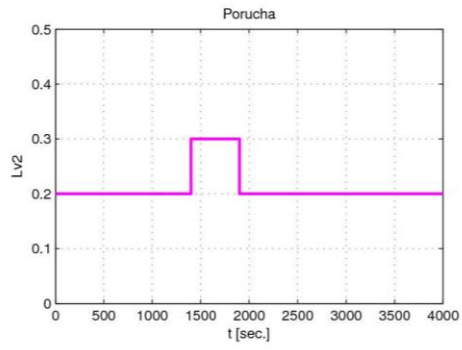
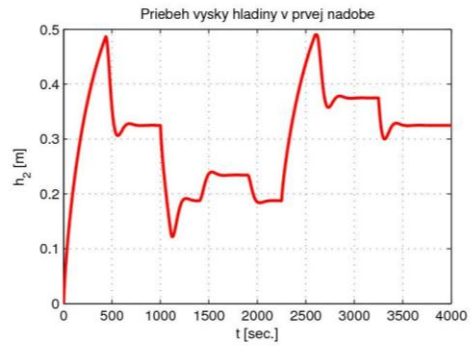
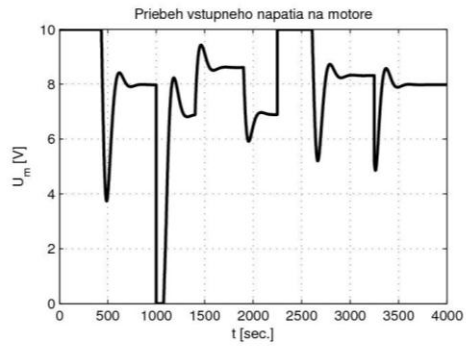
4c. Aplikácia PI algoritmov – Naslinova metóda



Obr. 14 Ustálenie na požadovanú hodnotu

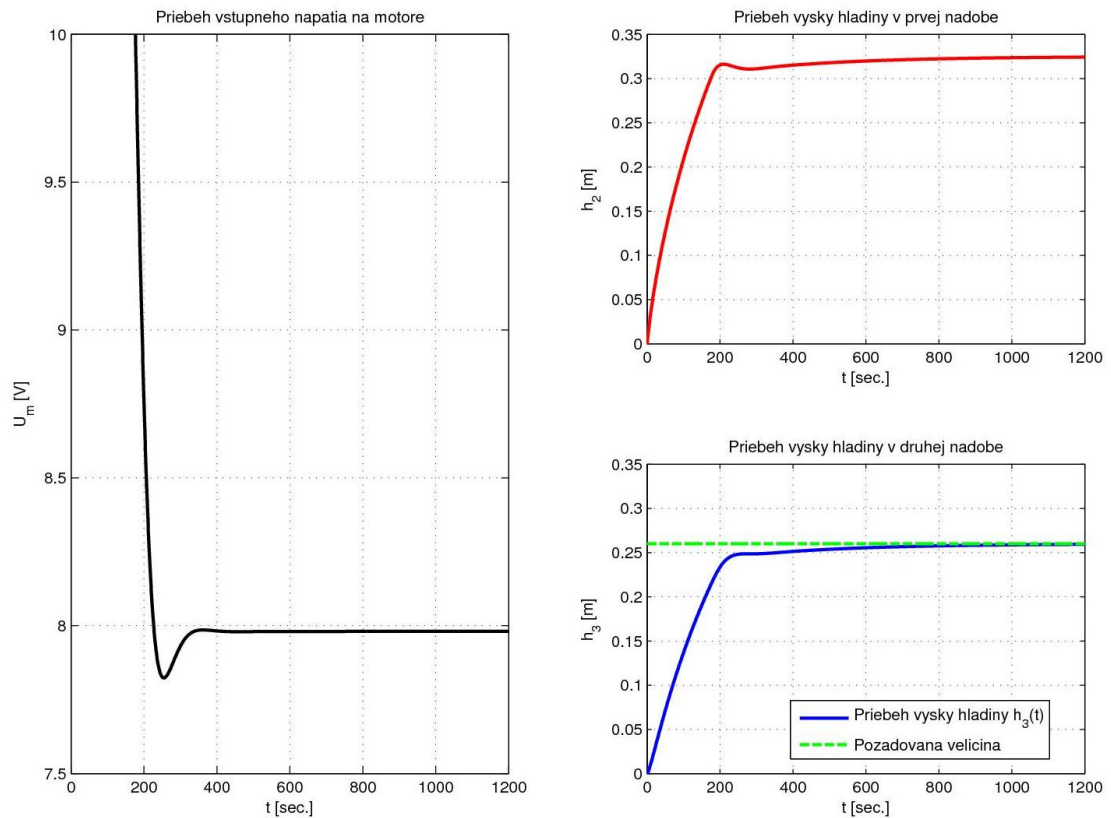


Obr. 15 Sledovanie referenčnej trajektórie

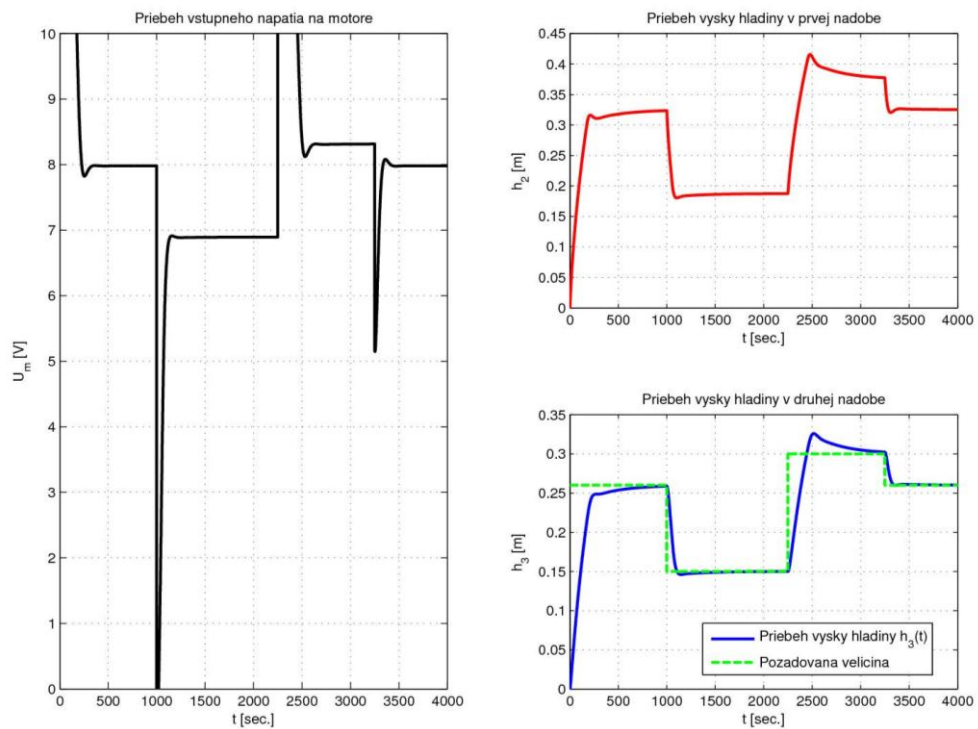


Obr. 16 Sledovanie referencnej trajektorie s poruchou

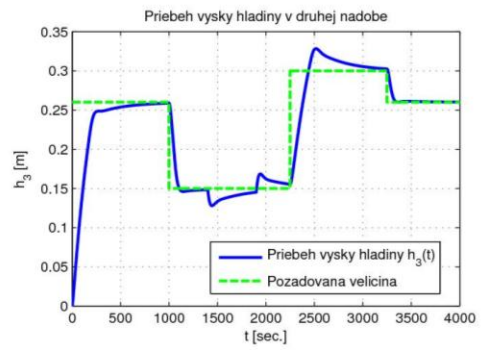
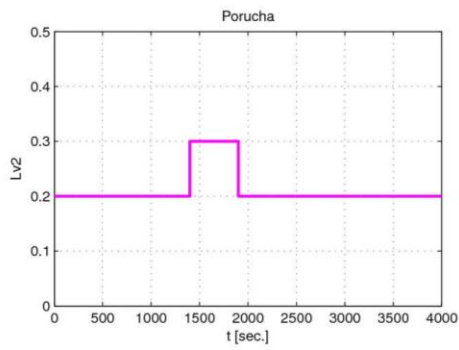
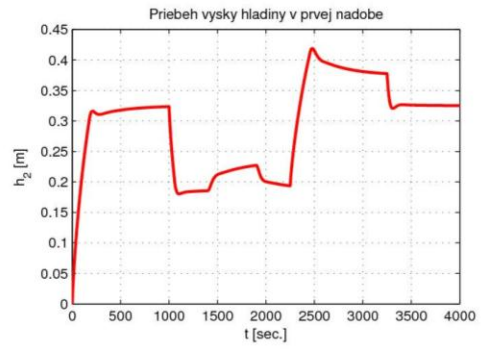
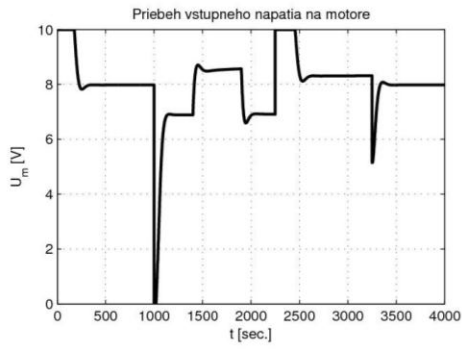
4d. Aplikácia PI algoritmov – metóda Optimálneho modulu



Obr. 17 Ustálenie na požadovanej hodnote

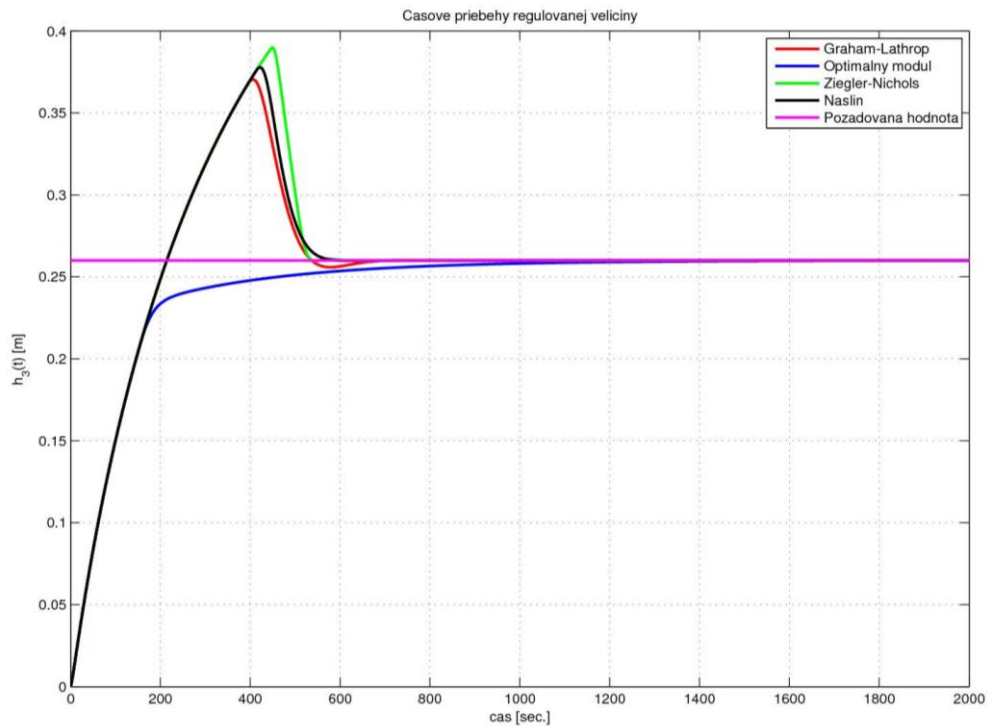


Obr. 18 Sledovanie referenčnej trajektórie

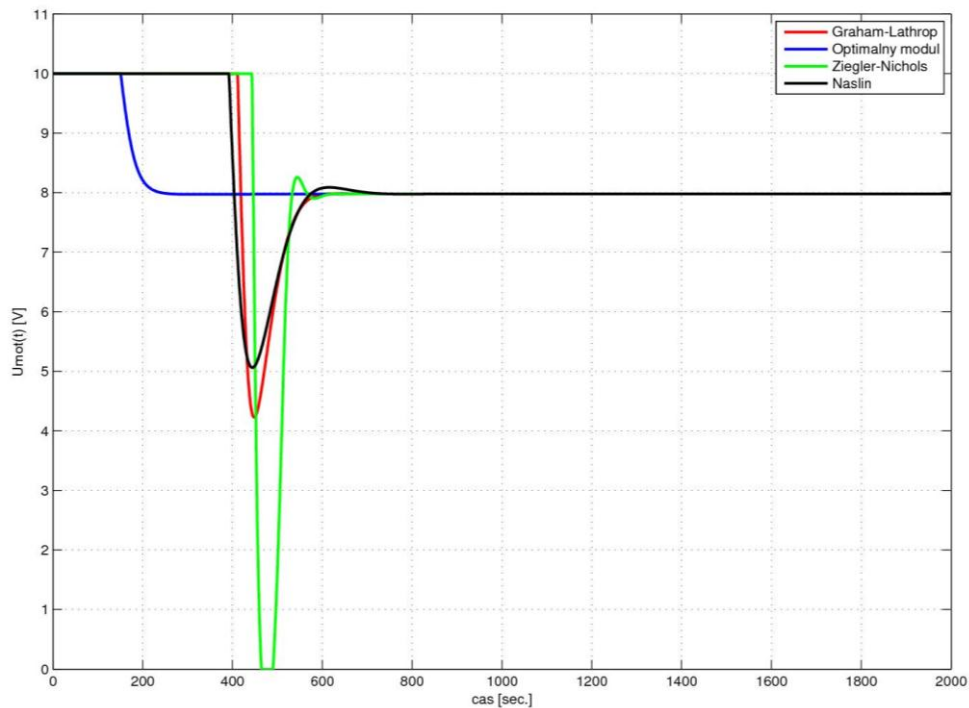


Obr. 19 Sledovanie referenčnej trajektórie s poruchou

4e. Porovnajete časové priebehy výšky hladiny v 2. Nádobe pri použití PI regulátora podľa všetkých metód



Obr. 20 Porovnanie časových priebehov výšky hladiny v druhej nádobe



Obr. 21 Porovnanie časových priebehov akčného zásahu