

Programový modul pre modelovanie, riadenie a simuláciu laboratórneho výukového modelu magnetická levitácia CE

152

Skúmaním vlastností elektromagnetického poľa sa prišlo na to, že potlačenie gravitácie je možné a to dokonca niekoľkými spôsobmi. Hovoríme o magnetickej levitácii, v anglickej literatúre sa tento jav nazýva *maglev*. Levitačný systém je také zariadenie, ktoré umožňuje stabilne umiestniť teleso v priestore bez toho, aby sa dotýkalo zeme. Tento prístup nám ponúka nový spôsob riešenia klasických problémov so zavesením rotora. Zabezpečuje polohu rotora bez dotyku, opotrebenia, nutnosti mazania a pritom umožňuje riadenie dynamických dejov v motore.

V podstate sa jedná o využitie magnetického poľa alebo magnetickej sily. Pochopenie princípov magnetickej levitácie môže viesť k určitému inovatívnemu riešeniu problémov. Magnetická levitácia je užitočná v rôznych aplikáciách. Stačí levitujúci objekt a už vieme navrhnuť niekoľko vecí ako sú dopravné systémy, magnetické vlaky, sťahovanie kovových predmetov v oceľiarskom priemysle pomocou takzvaných magnetických vložiek.

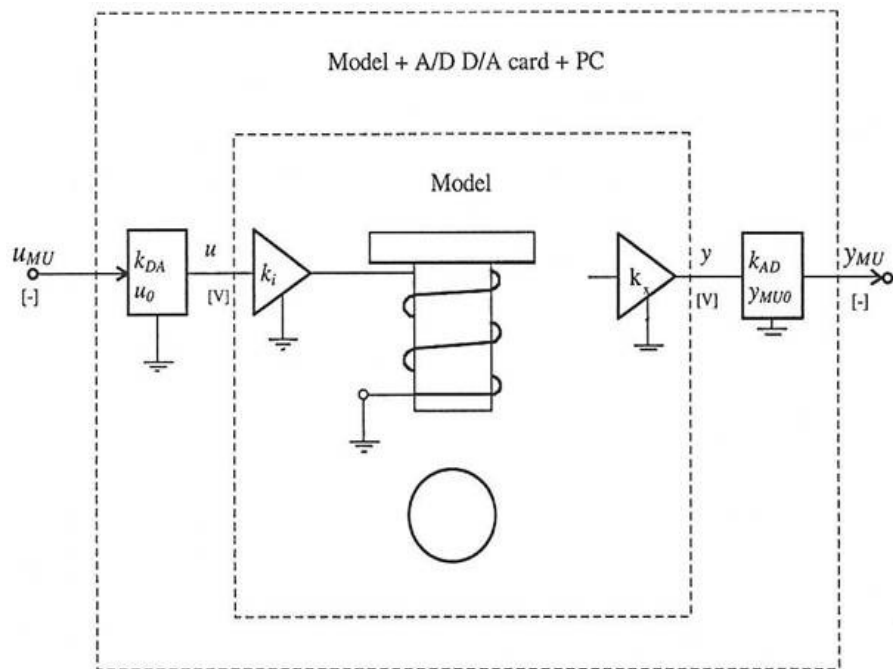
Praktické aplikácie: magnetická levitácia je najmodernejší, najrýchlejší druh koľajovej dopravy s najdrahšou traťou, i keď najlacnejšou prevádzkou. Vlak sa pohybuje na vankúši magnetického poľa, ktoré je vytvárané sústavou supravodivých magnetov, zabudovaných v trati i vo vlaku. Tento vlak má namiesto kolies špeciálny systém magnetov, vrátane lineárnych motorov a pohybuje sa asi 1,2 cm nad koľajnicami. Magnetické ložiská a vysoko – otáčkové motory s permanentnými magnetmi prinášajú technický pokrok do konštrukcie vzduchových a chladiacich kompresorov a zvyšujú účinnosť z 75 % na 85 %.

1. Charakteristika laboratórneho výukového modelu Magnetická levitácia CE 152

SISO model magnetickej levitácie CE152 od spoločnosti Humusoft je znázornený na Obr. 1 a demonštruje problémy riadenia späté s nelineárnym nestabilným systémom. Systém pozostáva z cievky, ktorá levituje oceľovú guľôčku v magnetickom poli. Pozícia guľôčky sa získava pomocou indukčného lineárneho pozičného senzora spojeného s A/D prevodníkom. Cievka je buďená prúdovým zosilňovačom, ktorý je spojený s D/A prevodníkom.

Na základe blokovej schém z Obr. 1 môžeme model rozdeliť na dve úrovne:

- fyzická úroveň – zosilňovač vstupného a výstupného napätia cievky a pozičného senzora
- logická úroveň – napätie konvertované a transformované na ± 1 strojovú jednotku MU pomocou univerzálnej dátovej a meracej karty MF614



Obr. 1 Bloková schéma modelu magnetickej levitácie

2. Matematicko – fyzikálny opis systému

Rozdeľme si model magnetickej levitácie na tieto subsystemy:

- subsystem cievky s guľôčkou,
- prúdový zosilňovač,
- pozičný senzor.
- A/D a D/A prevodníky.

2.1 Subsystem cievky s guľôčkou

Pohybová rovnica je založená na rovnováhe všetkých síl pôsobiacich na guľôčku, čiže akceleračnej sily F_a , elektromagnetická sila F_m a gravitačná sila F_g :

$$F_a = F_m - F_g \quad , \quad (1)$$

$$F_a = m \ddot{x} + k_{fv} \dot{x} \quad , \quad (2)$$

$$F_m = \frac{i^2 k_c}{(x - x_0)^2} \quad , \quad (3)$$

$$F_g = m g \quad . \quad (4)$$

Po dosadení rovníc (2), (3) a (4) do rovnice (1) a po jej upravení získame pohybovú rovnicu subsystemu cievky s guľôčkou

$$\ddot{x} = \frac{i^2 k_c}{m(x - x_0)^2} - mg - k_{fv} \dot{x} \quad , \quad (5)$$

kde

- m – hmotnosť oceleovej guľôčky [kg],
- \ddot{x} – zrýchlenie guľôčky [ms^{-2}],
- \dot{x} – rýchlosť guľôčky [ms^{-1}],
- k_{fv} – koeficient trenia guľôčky [$\text{Nm}^{-1}\text{s}^{-1}$],
- i – prúd v cievke [A],
- k_c – konštanta cievky,
- x – poloha guľôčky [m],
- x_0 – offset polohy guľôčky [m],
- g – gravitačné zrýchlenie [ms^{-2}].

2.2 Prúdový zosilňovač

Prúdový zosilňovač je možné opísať prenosovou funkciou 1. rádu

$$i = \frac{k_i u}{T_a s + 1} \quad , \quad (6)$$

kde

- k_i – zosilnenie cievky a prúdového zosilňovača [A/V],
- u – vstupné napätie modelu [V],
- T_a – časová konštanta cievky a prúdového zosilňovača [s].

2.3 Pozičný senzor

Indukčný pozičný senzor môžeme aproximovať lineárnou funkciou

$$y = k_x x - y_0 \quad , \quad (7)$$

kde

- y – výstupné napätie modelu [V],
- k_x – zosilnenie pozičného senzora [Vm^{-1}],
- y_0 – ofset pozičného senzora [m].

2.4 A/D a D/A prevodníky

Prevodníky popisujú vplyv vstupno – výstupnej karty a softvéru použitého na získavanie dát z reálneho modelu. Tento vzťah je možné popísať lineárnymi funkciami:

- A/D prevodník:

$$y_{MU} = k_{AD} y - y_{MU0} \quad , \quad (8)$$

- D/A prevodník:

$$u = k_{DA} u_{MU} - u_0 \quad , \quad (9)$$

kde

- y_{MU} – výstup A/D prevodníka [V],
- k_{AD} – zosilnenie A/D prevodníka [MU/V],
- y_{MU0} – ofset A/D prevodníka [MU],
- k_{DA} – zosilnenie D/A prevodníka [V/MU],
- u_{MU} – vstup D/A prevodníka [MU],
- u_0 – ofset D/A prevodníka [V].

2.5 Matematický model magnetickej levitácie

Reálny model magnetickej levitácie je možné opísať vo forme nelineárneho stavového opisu v afinnom tvare

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u_{MU} \\ y_{MU} &= h(x) \quad . \end{aligned} \quad (10)$$

Uvažujme model magnetickej levitácie ako model 3. rádu, kde vektor x je definovaný ako

$$x = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad , \quad (11)$$

kde x_1 reprezentuje pozíciu guľôčky, x_2 predstavuje rýchlosť guľôčky a x_3 prúd v cievke.

Potom nelineárny dynamický systém modelu magnetickej levitácie v afinnom tvare je definovaný nasledovne

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3) = x_2 \quad , \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_3^2 k_c}{m(x_1 - x_0)^2} - g - \frac{k_{fv}}{m} x_2 \quad , \end{aligned}$$

$$\dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3) = -\frac{x_3}{T_a} + k_i \frac{k_{DA}}{T_a} ,$$

$$y_{MU} = k_x k_{AD} x_1 . \quad (12)$$

alebo v stavovom priestore

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \frac{x_3^2 k_c}{m(x_1 - x_0)^2} - g - \frac{k_{fv}}{m} x_2 \\ -\frac{x_3}{T_a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_i \frac{k_{DA}}{T_a} \end{pmatrix} u_{MU} ,$$

$$y_{MU} = \begin{pmatrix} k_x k_{AD} x_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (13)$$

3. Nelineárny simulačný model

Úloha 3.1:

Na základe rovníc (5), (6), (7), (8), (9) a blokovej schémy modelu magnetickej levitácie (Obr. 1) vytvorte simulačný model v programovom prostredí MatLab/Simulink. Nezabúdajte, že guľôčka má obmedzený pohyb od 0 po 6,4 cm.

Úloha 3.2:

Otestujte model v otvorenej slučke na tieto signály

- pulzný signál,
- sínusoidný signál

a výsledky graficky zobrazte. Nezabúdajte, že vstup u_{MU} privádzaný na model magnetickej levitácie musí byť v rozsahu $(-1, 1)$.

4. Lineárna syntéza

Úloha 4.1:

Určte ustálenú hodnotu polohy guľôčky a prúdu v cievke z rovnice (5). Nezabúdajte, že časové derivácie sú rovné nule, teda vychádzame z rovnice

$$\frac{x_{30}^2}{m(x_{10}-x_0)^2} = \frac{mg}{k_c} . \quad (14)$$

Po odmocnení rovnice by sme mali správne napísať $\pm \sqrt{\frac{mg}{k_c}}$, ale pre model magnetickej levitácie vyhovuje len $-\sqrt{\frac{mg}{k_c}}$, pretože s rastúcim prúdom guľôčka klesá.

kde

- x_{10} – je hodnota polohy guľôčky v pracovnom bode,
- x_{30} – je hodnota prúdu v cievke v pracovnom bode.

Úloha 4.2:

Rozvojom nelineárneho modelu (12) do Taylorovho radu v pracovnom bode $x = \begin{pmatrix} x_{10} \\ 0 \\ x_{30} \end{pmatrix}$

získajte lineárny model v stavovom priestore v tvare

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu , \\ y &= Cx . \end{aligned} \quad (15)$$

Úloha 4.3:

Na lineárny model (15) navrhnite stavové LQ riadenie do ustáleného stavu (stavová spätná väzba K, zosilnenie riadiacej veličiny N), s využitím funkcie *lqr* v MatLab-e. Cieľom riadenia nech je sledovanie referenčnej trajektórie. Overte navrhnuté algoritmy riadenia na nelineárnom simulačnom modeli magnetickej levitácie.

Úloha 4.4:

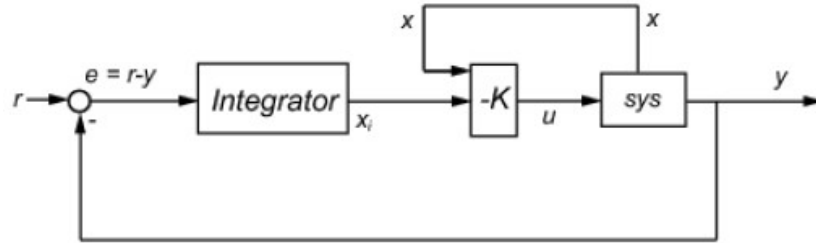
Na lineárny model (15) navrhnite stavové riadenie s integračnou zložkou (LQI). Najskôr je potrebné rozšíriť stavový opis lineárneho modelu (15) o ďalší stav (odchýlku e výstupu y od požadovanej hodnoty r), ktorý je definovaný

$$e = r - y . \quad (16)$$

Vektor x tak nadobudne 4. stav, a lineárny stavový model použitý pre návrh stavového LQI riadenia tak nadobudne tvar

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A \\ 0 \dots 0 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} u_{MU} \\ y_{MU} &= \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ e \end{pmatrix} . \end{aligned} \quad (17)$$

Na lineárny model (17) navrhnete stavové riadenie s integračnou zložkou (LQI) do ustáleného stavu (stavová spätná väzba K , zosilnenie riadiacej veličiny N), s využitím funkcie *lqi* v MatLab-e. Cieľom riadenia nech je sledovanie referenčnej trajektórie. Overte navrhnuté algoritmy riadenia na nelineárnom simulačnom modeli magnetickej levitácie v riadiacej štruktúre podľa Obr. 2.



Obr. 2 Schéma zapojenia LQI stavového regulátora

5. Nelineárna syntéza – metóda spätnoväzobnej exaktnej

linearizácie

V tejto časti si ukážeme ako aplikovať metódu spätnoväzobnej exaktnej linearizácie v riadení SISO systémov. Táto metóda spočíva vo výpočte Lie derivácií, avšak najskôr si zdefinujeme niektoré základné pojmy.

5.1 Lieho operátor

Pre skalárnu funkciu $\lambda(x) = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektorovej premennej $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t$ a n – rozmernú vektorovú funkciu

$$f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

definujeme novú skalárnu funkciu premennej x nazývanú Lieho operátor, ktorá sa zvyčajne označuje $L_f \lambda(x)$, pričom

$$L_f \lambda(x) = L_f \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (19)$$

Po označení $\frac{\partial \lambda}{\partial x} = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x_1}, \frac{\partial \lambda}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \lambda}{\partial x_n} \right)$ možno funkciu $L_f \lambda(x)$ jednoducho vyjadriť

ako

$$L_f \lambda(x) = \frac{\partial \lambda}{\partial x} f(x). \quad (20)$$

Nová funkcia $L_f \lambda(x)$ sa nazýva aj derivácia $\lambda(x)$ pozdĺž $f(x)$. Možné je aj opakované použitie tejto operácie. Napríklad derivovaním $\lambda(x)$ najskôr pozdĺž $f(x)$ a potom pozdĺž $g(x)$ je možné skonštruovať funkciu

$$L_g L_f \lambda(x) = \frac{\partial L_f \lambda}{\partial x} g(x). \quad (21)$$

Derivovaním $\lambda(x)$ k – krát pozdĺž $f(x)$ môžeme rekurzívne definovať funkciu

$$L_f^k \lambda(x) = \frac{\partial L_f^{k-1} \lambda}{\partial x} f(x). \quad (22)$$

5.2 Relatívny rád systému

Pomocou Lieho operátora si zdefinujeme pojem relatívneho rádu systému. Daný nelineárny systém (10) má relatívny rád r v bode x_0 , ak pre všetky x z okolia x_0 a pre všetky $k < r-1$ platí výraz $L_g L_f^k \lambda(x) = 0$, pričom pre $k = r-1$ platí $L_g L_f^{r-1} \lambda(x) \neq 0$.

5.3 Lokálna transformácia súradníc

Predpokladajme, že nelineárny systém má relatívny rád r v bode x_0 a $r = n$, kde n je rád nelineárneho systému. Potom vieme rekurzívnym výpočtom Lieho operátorov získať lokálnu transformáciu súradníc $\phi(x)$, ktorá je definovaná nasledovne

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \dots \\ \phi_n(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda(x) \\ L_f \lambda(x) \\ \dots \\ L_f^{r-1} \lambda(x) \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Zobrazenie $\phi(x)$ má regulérnu Jaccobiho maticu v bode x_0 , a preto možno toto zobrazenie považovať za lokálnu transformáciu súradníc v okolí bodu x_0 .

Nech prvá nová súradnica je rovná $z_1 = y = h(x)$, potom opis systému v nových súradniciach je v tvare

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\partial \phi_1(x)}{\partial x} \frac{\partial dx}{\partial t} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \frac{\partial dx}{\partial x} = L_f h(x) = \phi_2(x) = z_2(t), \\ &\vdots \\ \dot{z}_{r-1} &= L_f^{r-1} h(x) = \phi_r(x) = z_r, \\ \dot{z}_r &= L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x) u. \end{aligned} \quad (24)$$

5.4 Implementácia metódy exaktnej linearizácie

Na získanie lineárnej formy nelineárneho systému sú potrebné dva kroky

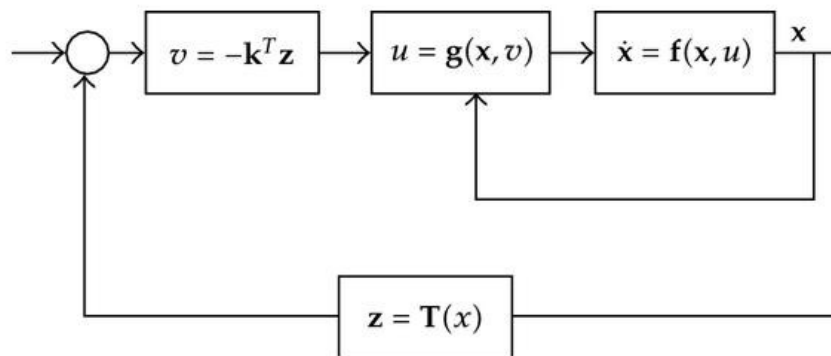
- lokálna zmena súradníc podľa rovnice (23),
- z poslednej rovnice sústavy rovníc (24) vieme definovať spätnú väzbu potrebnú na výpočet vstupu $u(t)$ nelineárneho systému v tvare

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} (v - L_f^r h(x)), \quad (25)$$

kde v predstavuje nový vstup do systému opísaného sústavou rovníc (24). Nový transformovaný systém, ktorý sme dosiahli spätnou väzbou (25) sa správa ako séria integrátorov zapojených za sebou. Tento transformovaný systém vieme zapísať v tvare

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} v, \\ y &= (1 \ 0 \ \dots \ 0) z \end{aligned} \quad (26)$$

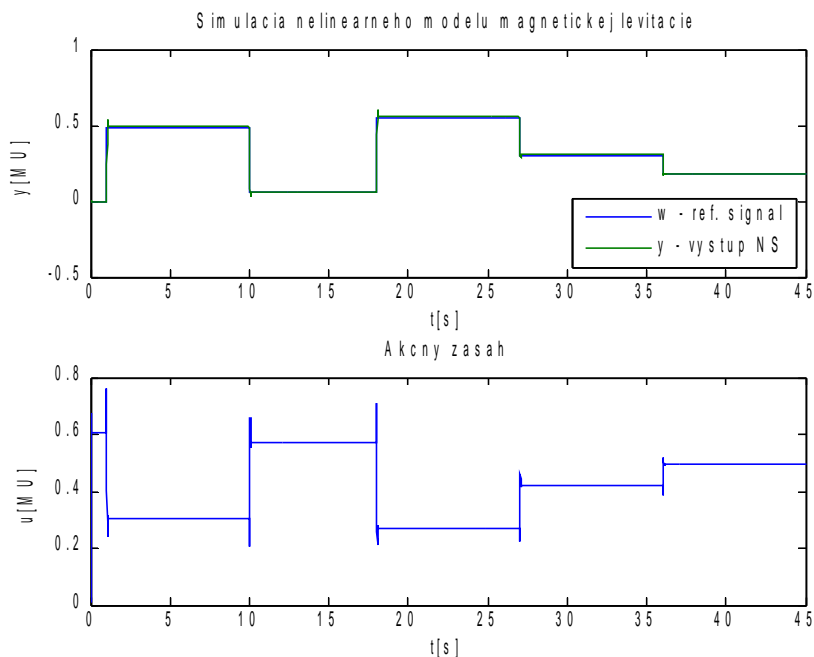
Na lineárny riaditeľný systém v tvare (25) môžeme aplikovať metódy lineárnej syntézy, ako sú napríklad stavové LQ, LQI riadenie, metóda umiestnenia pólov apod. Výsledky spätoväzobnej linearizácie a následný návrh lineárnej spätnej väzby implementujeme do riadiacej štruktúry podľa Obr. 3.



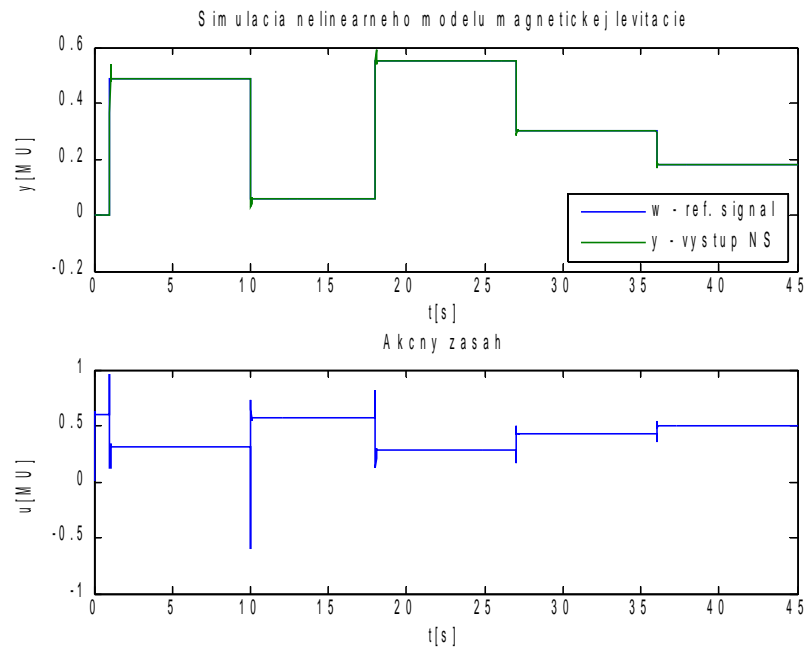
Obr. 3 Implementácia spätnoväzobnej exaktnej linearizácie v riadacej štruktúre

5.5 Simulácia riadenia magnetickej levitácie s využitím metódy exaktnej linearizácie a stavových LQR, LQI regulátorov

Lineárne stavové LQR, LQI regulátory navrhne rovnakým spôsobom ako na lineárny systém získaný rozvojom do Taylorovho radu avšak na systém popísaný rovnicami (26). Pokiaľ boli nelineárna syntéza, LQR a LQI stavové riadenia transformovaného systému navrhnuté správne, výstup nelineárneho systému bude verne sledovať referenčnú trajektóriu. Na Obr. 4 je znázornený grafický výsledok simulácie riadenia lineárneho systému (26) LQR regulátorom a na Obr. 5 je zobrazený výsledok simulácie riadenia lineárneho systému (26) LQI regulátorom.



Obr. 4 Výsledok simulácie riadenia metódou exaktnej linearizácie spolu so stavovým LQR regulátorom



Obr. 5 Výsledok simulácie riadenia metódou exaktnej linearizácie spolu so stavovým LQI regulátorom