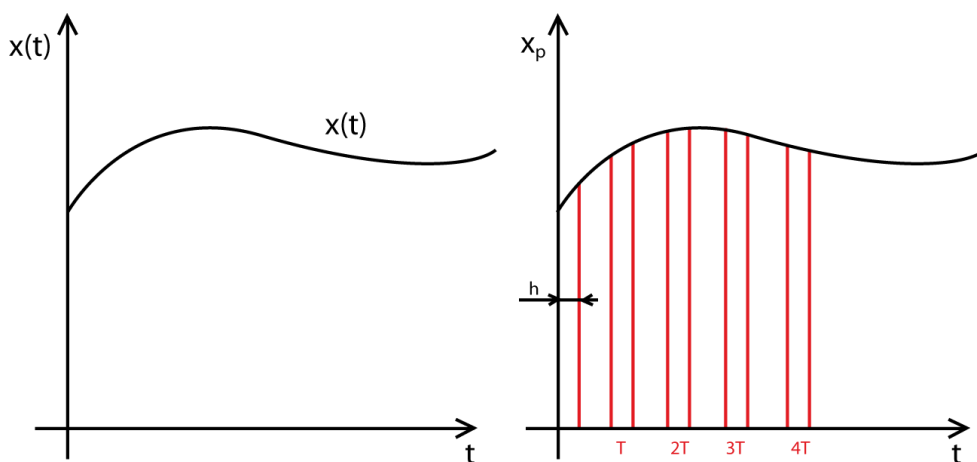


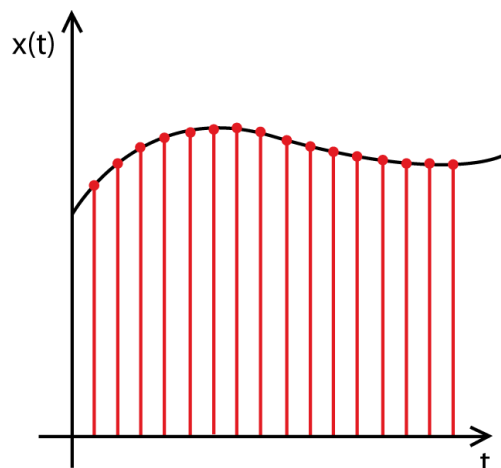
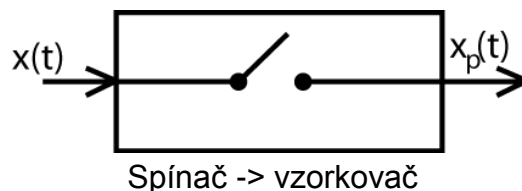
Prehľad základného aparátu pre opis diskretných obvodov

1. Diskrétny signály a funkcie:

- **DSignál** – je postupnosť impulzov v určitých časových okamihoch (→ vzniká vzorkovaním spojitého signálu) - DRO;
- V diskretných systémoch riadenia sa používa **amplitúdovo – impulzná modulácia** → vedie na lineárne vzťahy → výhoda pre matematický opis.
- Generovanie A–I modulovaného signálu pomocou spínača (vzorkovač A/Č), ktorý sa zatvára s periódou T .



$$t = kT, T = T_{VZ}, h - \text{šírka impulzu}, h \ll T$$



Na vstupe vzorkovača je spojité signál a na výstupe je diskretný signál

Diskrétna funkcia: zodpovedajúca A-M signálu je postupnosť hodnôt v okamihoch vzorkovania kT :

$$x^*(t) = x(kT) \text{ pre } t = kT, k = 0, 1, 2, \dots$$

$$x^*(t) = 0 \text{ pre } kT < t < (k + 1)T \quad (1)$$

Diracov impulz: $\delta(t)$ je definovaný:

$$\delta(t) = 0 \text{ pre } t \neq 0$$

$$\delta(t) = \infty \text{ pre } t = 0 \quad (2)$$

pričom

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (3)$$

Diracov impulz je limitným prípadom impulzu šírky „ h “ s plochou „ 1 “ (t.j. výškou $1/h$ pre $h \rightarrow 0$).

Skutočný diskretný signál (postupnosť reálnych impulzov šírky „ h “) \rightarrow aproximujeme IDEÁLNY DS – postupnosťou ideálnych – Diracových impulzov modulovaných okamžitými hodnotami užitočného signálu

$$x^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \underbrace{x(kT)}_{\text{váhovanie}} \underbrace{\delta(t - kT)}_{\text{DI}} \quad (4)$$

↑
Výstup zo
vzorkovača

- $h \ll T$ (h – šírka impulzu, T_{VZ})
- po vzorkovači nasleduje člen s lin. prenosovou funkciou

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Lineárny diskrétny obvod → Z – transformácia

LT diskrétneho signálu (4):

$$\begin{aligned}x^*(s) &= L\{x^*(t)\} = \int_0^{\infty} x^*(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) \delta(t - kT) e^{-st} dt = \\&= \sum_{k=0}^{\infty} \int_0^{\infty} x(kT) \delta(t - kT) e^{-st} dt = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) \int_0^{\infty} \delta(t - kT) e^{-st} dt = \\&= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) e^{-skT}\end{aligned}\tag{5}$$

$$\begin{aligned}L\{\delta(t)\} &= \int_0^{\infty} \delta(t) e^{-st} dt = 1 \\L\{\delta(t - kT)\} &= e^{-skT}\end{aligned}\tag{6}$$

LT diskrétneho signálu :

$$x^*(s) = L\{x^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) e^{-skT}\tag{7}$$

Z – transformácia → po zavedení označenia $z = e^{sT}$ do (7):

$$Z\{x^*(t)\} = Z\{x(kT)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) z^{-k}\tag{8}$$

Z – transformácia DS resp. zodpovedajúcej diskkrétnej funkcie.

2. Výber periódy vzorkovania:

- pri vzorkovaní spojitého signálu na výstupe vzorkovača dostávame postupnosť okamžitých hodnôt DS v okamihoch vzorkovania
- z hľadiska zachovania informácie o spojitom signále aj po vzorkovaní (aby sa dal spojitý signál rekonštruovať)

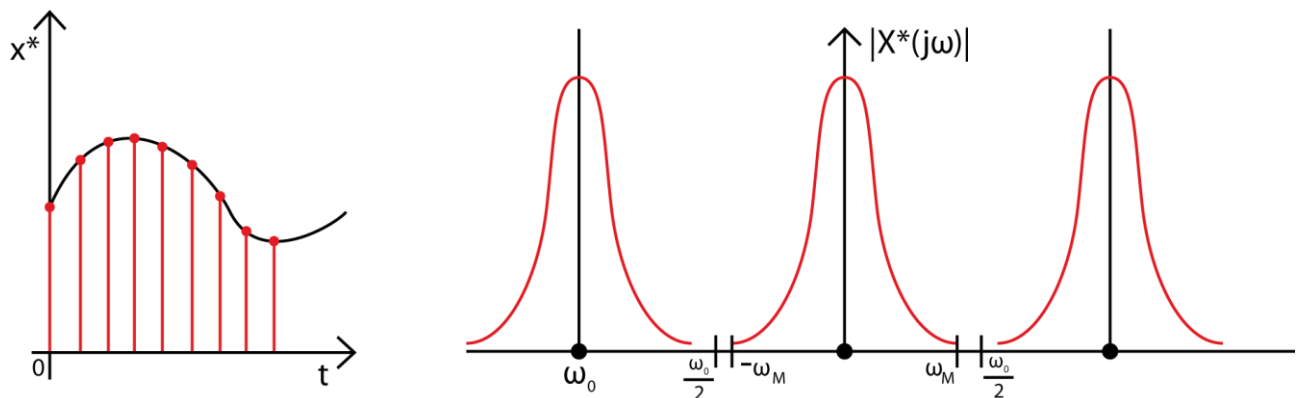
→ je nutné vychádzať pri výbere PERIÓDY VZORKOVANIA (T_{VZ}) z frekvenčného spektra signálu

- amplitúdové spektrum spojitého a diskrétného signálu je znázornené na obr. Nasledovne:

Predpokladáme, že frekvenčné spektrum spojitého signálu je v $\langle -\omega_M, \omega_M \rangle$:

$$X(j\omega) \neq 0 \text{ pre } -\omega_M \leq \omega \leq \omega_M$$

$$X(j\omega) = 0 \text{ pre } \omega_M < \omega \text{ a } \omega < -\omega_M$$



Obr. 2.2 Amplitúdové spektrum vzorkovaného signálu

Frekvenčné spektrum DS je periodické s frekvenciou $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ a okrem základného pásma $\langle -\omega_M, \omega_M \rangle$ obsahuje aj bočné pásma pre vyššie frekvencie:

! Rekonštrukcia pôvodného spojitého signálu z priebehu vzorkovaného signálu je možná:

$$\frac{\omega_0}{2} > \omega_M \tag{9}$$

(t.j. jednotlivé zložky spektra DS sa neprekrývajú).

Ak $\omega_M > \frac{\omega_0}{2} \rightarrow$ bočné frekvenčné pásma sa prelínajú so základným frekvenčným pásmom \Rightarrow dochádza ku skresleniu základného spektra (rekonštrukcia by nebola možná).

Shannonova – Kotelnikova teoréma:

Pre rekonštrukciu spojitého signálu s ohraničeným spektrom $\langle -\omega_M, \omega_M \rangle$ je nutné frekvenciu vzorkovania voliť:

$$\omega_0 > 2\omega_M \quad (10)$$

Resp.

$$T_{vz}: T < \frac{\pi}{\omega_M} \quad (11)$$

$$\omega_{SH} = \frac{\omega_0}{2} = \frac{\pi}{T}$$

SK – frekvencia

V reálnych RO je uskutočnenie frekvenčnej analýzy problematické – frekvenčné spektrum signálov nebýva v ohraničenom pásme.

Z praktického hľadiska sa pri výbere T_{vz} v RO berie do úvahy viacero protichodných faktorov:

- typ algoritmu riadenia, požadovaná kvalita riadenia
- dynamika riadeného procesu ($T_1, T_2, \dots \{u | y\}$)
- frekvenčné spektrum porúch
- akčný člen a jeho pohon, použité meracie zariadenie
- výpočtové nároky na RO
- identifikovaný model riadeného procesu

Existuje viacero praktických odporúčaní pre voľbu T pre rôzne typy procesov:

- z doby regulácie T_{reg} : $T \sim \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{15}\right) T_{reg}$
- z nevykompenzovaných časových konštánt: $T \sim \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) T_s$; $T_s = \sum T_i$ procesu

$$T \sim \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{6}\right) T_{0,95} \quad (12)$$

3. Diskrétne prenosové funkcie

Opisujú vzťah medzi vstupnou a výstupnou veličinou diskrétneho systému so vzorkovaným vstupom a výstupom.

Analyticky ako spojitá prenosová funkcia : $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ → diskrétne prenosová funkcia

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

$$Y(z) = z\{y(kT)\}$$

$$U(z) = z\{u(kT)\}$$

$$G_z = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (13)$$

$$G_z = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (14)$$

Fyzikálna realizovateľnosť:

$G(z)$ – fyzikálne realizovateľnému spojitému DS \Leftrightarrow v (13)

DPF môžeme získať rôznymi spôsobmi:

- analyticky prepočtom zo spojitej prenosovej funkcie
- z diferenciálnej rovnice opisujúcej systém
- identifikáciou z nameranej postupnosti hodnôt vstupného a výstupného signálu (IDENTIFICATION TOOLBOX)

Prepočet $G(s) \rightarrow G(z)$

Aby v DRO sa dali uskutočniť výpočty regulátora → jednotný opis diskrétnymi modelmi – DPF ($G(z)$)

Úloha: Nájsť zodpovedajúcu DPF – $G(z)$ pre spojitú časť obvodu $G(s)$:

- bez tvarovacieho člena: $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = Z\{g(kT)\}$

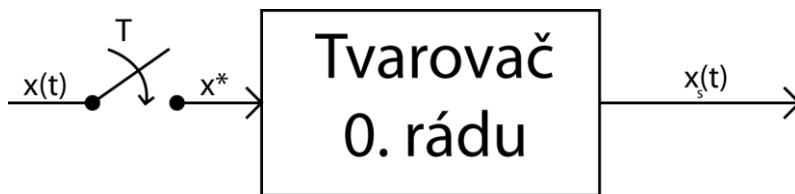
kde diskrétnu impulznú funkciu $g(kT)$ získame z $g(t)$:

$$g(kT) = [g(t)]_{t=kT} = [L^{-1}\{G(s)\}]_{t=kT}$$

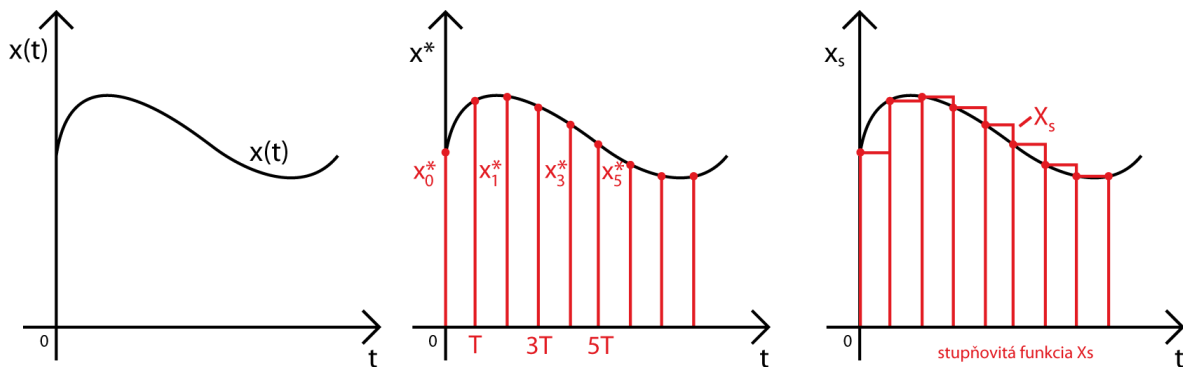
$$G(z) = Z\{[L^{-1}\{G(s)\}]_{t=kT}\} \quad (14)$$

- **s tvarovacím členom:** TČ treba pri prepočte zahrnúť do spojitaj časti obvodu. V DRO sa riadený systém musí prepočítať spolu s tvarovacím členom.

Tvarovací člen – „0.“ rádu drží okamžité hodnoty diskrétného signálu, ktorý má na vstupe počas jednej periódy vzorkovania \Rightarrow na výstupe je stupňovitá funkcia:



Obr. 2.3 Znáznornenie činnosti TČ „0.“ Rádu



Stupňovitou funkciu $x_s(t) \rightarrow$ súčet posunutých obdĺžnikových pulzov:

$$x_s(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) [1(t - kT) - 1(t - kT - T)] \quad (15)$$

Po LT:

$$x_s(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) \frac{1}{s} [e^{-kTs} - e^{-(k+1)Ts}] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) e^{-kTs} \frac{1}{s} [1 - e^{-Ts}] \quad (16)$$

Laplaceov obraz vstupného signálu tvarovača:

$$x^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTs}$$

Dosadením do (16):

$$x_s(s) = x^*(s) \frac{1}{s} [1 - e^{-Ts}] \quad (17)$$

Prenosová funkcia TČ:

$$G_{TC}(s) = \frac{X_s(s)}{X^*(s)} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (18)$$

Prepočet $G(s) \xrightarrow{T} G(z)$ s Tvarovačom „0.“ rádu:

$$\begin{aligned} G(z) &= Z\{g(kT)\} = Z\{L^{-1}\{G_{TC}(s)G(s)\}_{t=kT}\} = Z\left\{L^{-1}\left\{\frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s)\right\}_{t=kT}\right\} \\ &= (1 - z^{-1})Z\left\{L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}_{t=kT}\right\} \\ G(z) &= (1 - z^{-1})Z\left\{L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}_{t=kT}\right\} \quad (19) \end{aligned}$$

Matlab – funkcia c2d s parametrom zoh(zero order holder)