

# Implementácia výsledkov experimentálnej identifikácie v riadení výukového modelu helikoptéra

*Kamil DOLINSKÝ, Anna JADLOVSKÁ*

Katedra kybernetiky a umelej inteligencie, FEI TU v Košiciach, Slovenská republika

kamil.dolinsky@gmail.com, anna.jadlovska@tuke.sk

**Abstrakt**–Tento článok sa zaoberá experimentálnou identifikáciou a riadením laboratórneho výukového modelu helikoptéry od firmy Humusoft. Model predstavuje nelineárny dynamický systém s tromi ovládateľnými vstupmi (ovládanie hlavnej vrtule, vedľajšej vrtule a polohy ťažiska) a dvomi snímanými výstupmi (poloha helikoptéry v elevácii a azimute). Bez priamej aplikácie fyzikálnych vzťahov, len na základe nameraných vstupov a výstupov, prostredníctvom lineárnej regresie, sme vytvorili regresný matematický model časti tohoto dynamického systému. Vytvorený model slúži pre návrh parametrov diskretného regulátora metódou umiestnenia pólov uzavretého regulačného obvodu.

**Kľúčové slová**–algoritmus riadenia, lineárna regresia, metóda umiestnenia pólov, fyzikálny model helikoptéry

## I. ÚVOD

Identifikáciou fyzikálneho modelu helikoptéry CE 150 od firmy Humusoft sa zaoberalo už viacero prác [7], [4].

V [4] autor odporúča vytvorenie lineárneho modelu využitím experimentálnej identifikácie a preto v tomto článku chceme nadviazať na prácu [4] a využiť experimentálnu identifikáciu pre vytvorenie matematického modelu dynamického systému, ktorý bude slúžiť pre návrh algoritmov riadenia modelu helikoptéry CE 150. Tiež chceme poukázať na to, že je možné obísť klasický prístup, ktorý sa spolieha na dôsledné uplatnenie fyzikálnych zákonov a vytvorí matematický model len s využitím nameraných údajov a regresných metód.

Validita získaného modelu je overená tým, že model je použitý v algoritme riadenia, pričom pre jeho návrh bola použitá metóda umiestnenia pólov uzavretej regulačnej slučky.

Tento model je umiestnený v Laboratóriu znalostných technológií Katedry kybernetiky a umelej inteligencie, kde slúži na výuku predmetov modelovania a teórie riadenia dynamických systémov.

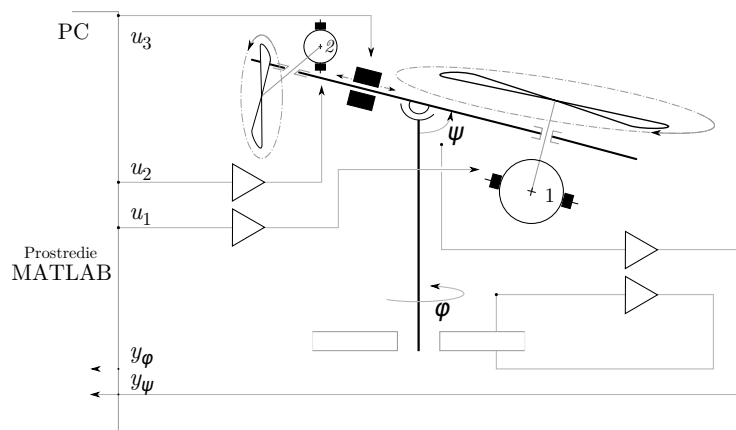
## II. IDENTIFIKÁCIA LABORÁTORNEHO MODELU HELIKOPTÉRA

### A. Popis laboratórneho modelu helikoptéra

Podľa [4], fyzikálny model helikoptéry CE 150 pozostáva z tela, na ktorom sú upevnené dva jednosmerné elektrické motory, ktoré poháňajú vrtule. Helikoptéra môže vykonávať rotačný pohyb okolo dvoch osí, má teda dva stupne voľnosti, jeden v elevácii a druhý v azimute. Rýchlosť otáčania jednotlivých vrtulí ovládaných jednosmernými elektromotormi je proporcionálna k riadiacim signálom prichádzajúcim z počítača. Ťažisko helikoptéry je ovládané servomechanizmom. Model helikoptéry je mnohorozmerný dynamický systém s maximálne tromi ovládateľnými vstupmi a dvomi merateľnými výstupmi. Všetky vstupy a výstupy sú navzájom zviazané interakciami. Systém je výrazne nelineárny a minimálne šiesteho rádu, pričom záleží na presnosti modelovania.

Celkový model laboratórneho výukového modelu (LVM) helikoptéra je MIMO (Multi-Input Multi-Output) dynamický systém, ktorého vstupy sú zviazané interakciami. Logicky možno model helikoptéry rozdeliť na dva podsystemy. Prvý podsystem predstavuje pohyb tela helikoptéry len pri pôsobení hlavnej vrtule, budeme ho ďalej označovať len ako *podsystem elevácie* a druhý podsystem predstavuje pohyb tela helikoptéry len pri pôsobení pomocnej vrtule, tento budeme označovať ako *podsystem azimutu*. Medzi týmito podsystemami existujú silné interakcie, avšak tie je možno do značnej miery obmedziť tak, že sa fyzicky obmedzí pohyb helikoptéry len na jeden stupeň voľnosti. Takto získame dva SISO (Single-Input Single-Output) systémy, na ktorých je možné demonštrovať experimentálnu identifikáciu SISO vstupno-výstupných (V/V) modelov.

Schéma LVM helikoptéra je na obrázku 1 a značenie veličín je vysvetlené v tabuľke I.



Obr. 1 Schéma laboratórneho výukového modelu helikoptéra

Tabuľka I  
 ZNAČENIE VELIČÍN POUŽITÉ V SCHÉME HELIKOPTÉRY

Veličina	Popis veličiny
$u_1$	Napätie ovládajúce hlavný motor
$u_2$	Napätie ovládajúce vedľajší motor
$u_3$	Napätie ovládajúce servomechanizmus ťažiska
$y_\varphi$	Uhol elevácie
$y_\psi$	Uhol azimutu
$\varphi$	Výstup inkrementálneho snímača uhla elevácie
$\psi$	Výstup inkrementálneho snímača uhla azimutu

### B. Odhad parametrov modelu pomocou metódy najmenších štvorcov

Vychádzajúc z [9] sme za matematický model, ktorým budeme opisovať správanie sa systému v okolí pracovného bodu, zvolili lineárny V/V ARMAX (AutoRegressive Moving Average with eXogenous input) model, ktorého rovnica je

$$y_M(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i \cdot y_M(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i \cdot u(k-i) + \sum_{i=1}^{n_c} c_i \cdot \epsilon(k-i), \quad (1)$$

kde  $n_a$  predstavuje počet pólov,  $n_b$  predstavuje počet núl plus jedna,  $n_c$  počet koeficientov váhujúcich chybu  $\epsilon(k)$   $y_M$  predstavuje výstup modelu a  $u$  vstup do modelu. Koeficienty  $a_i$ ,  $b_i$  a  $c_i$  sú váhové koeficienty modelu.

Všetky parametre modelu môžu byť zhrnuté do vektora parametrov  $\Theta$ ,

$$\Theta = [a_1 \dots a_{n_a} | b_1 \dots b_{n_b} | c_1 \dots c_{n_c}]^T \quad (2)$$

a hodnoty všetkých nameraných a odhadovaných veličín v minulých časových okamžikoch do dátového vektora

$$\Psi = [-y(k-1) \dots -y(k-n_a) | u(k-1) \dots u(k-n_b) | \epsilon(k-1) \dots \epsilon(k-n_c)]^T. \quad (3)$$

Rovnicu 1 je možné zapísať vo vektorovom tvare

$$y(k) = \Psi \cdot \Theta + \epsilon \quad (4)$$

a ak vykonáme  $n$  meraní minulých hodnôt vstupu a výstupu v  $N$  časových okamžikoch  $t_k$ , kde  $k = n+1, n+2, \dots, n+N$ ;  $N \gg n$  môžeme zostaviť celkom  $N$  rovníc pre  $N$  dátových súborov

$$\begin{aligned} y(k) &= \Psi^T(k)\Theta + \epsilon(k) \\ &\vdots \\ y(k-i) &= \Psi^T(k-i)\Theta + \epsilon(k-i) \\ &\vdots \\ y(k-N) &= \Psi^T(k-N)\Theta + \epsilon(k-N) \end{aligned} \quad (5)$$

Ak zostavíme z vektorov dát maticu dát  $\Psi$ , z výstupov systému vektor  $\mathbf{y}$  a z hodnôt chyby vektor  $\epsilon$ , môžeme zapísať rovnice 5 v tvare

$$\mathbf{y}(k) = \Psi(k)\Theta + \epsilon(k). \quad (6)$$

Pre určenie parametrov modelu systému využijeme metódu najmenších štvorcov. Kritérium definujeme v tvare

$$J(\Theta) = \epsilon^T(k)\epsilon(k) = [\mathbf{y}(k) - \Psi(k)\Theta]^T[\mathbf{y}(k) - \Psi(k)\Theta]. \quad (7)$$

Z podmienky pre minimum kvadratického kritéria a po niekoľkých úpravách sa dostaneme k vzťahu pre odhad vektora  $\Theta$

$$\hat{\Theta} = [\Psi^T(k)\Psi(k)]^{-1}\Psi^T(k)\mathbf{y}(k) = \mathbf{P}(k)\Psi^T(k)\mathbf{y}(k). \quad (8)$$

### C. Programová implementácia

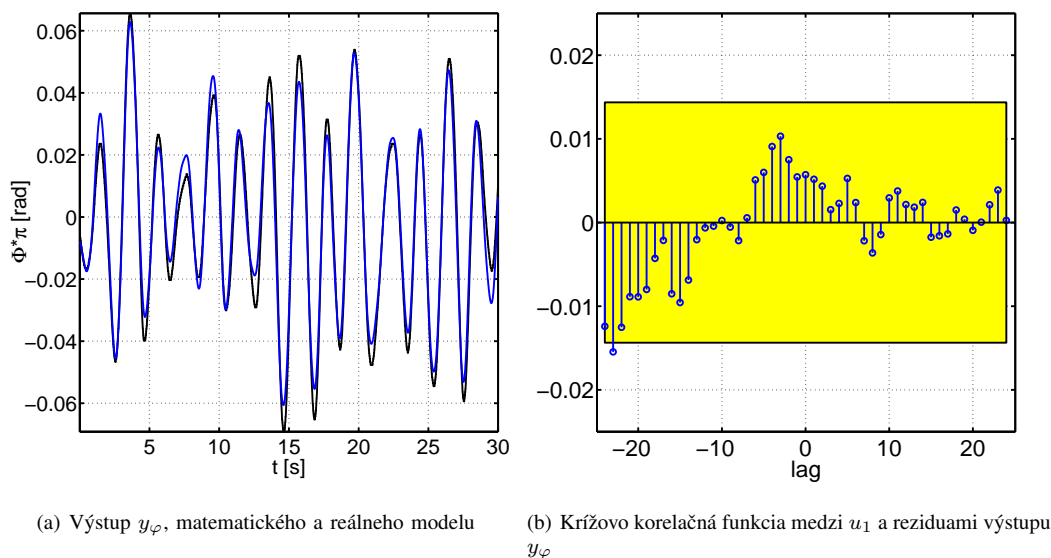
Algoritmus na báze MNŠ (Metódy Najmenších Štvorcov) je implementovaný v SIT (System Identification Toolbox) pre MATLAB. Koeficienty polynómov získaného ARMAX modelu sme získali na základe [6], použitím funkcie *armax* zo SIT, pričom údaje pre identifikáciu sme namerali v otvorenom regulačnom obvode pri perióde vzorkovania  $T_s = 0.01[s]$  a ako testovací signál sme použili pseudonáhodný binárny signál, ktorým sme model excitovali v okolí pracovného bodu. Pracovný bod je definovaný ustálenými hodnotami vstupu  $u_1 = 0.53[-]$  a výstupu  $y_\varphi = -0.17\pi[rad]$ .

Pre overenie správnosti modelu je možné použiť porovnanie výstupu systému  $y_\varphi$ , s výstupom modelu  $y_M$ , pri vybudení modelu, aj systému tým istým signálom. Model je potom vyhodnocovaný na základe predikčnej chyby

$$e = y_\varphi - y_M. \quad (9)$$

Vychádzajúc z [9] predikčná chyba 9 by v prípade, že parametre modelu boli odhadnuté správne, mala byť reprezentovaná ako nekorelovaný biely šum. Tento test sa nazýva *test belosti*. Tento test hovorí o tom, či je model poruchy správny. Pri návrhu riadiacich členov sa však zameriavame na to, aby dynamika modelu vystihovala reálny systém, čo možno zistiť *testom nezávislosti*, podľa ktorého by reziduá nemali byť korelované s predošlými vstupmi.

Porovnanie výstupov reálneho a matematického modelu a test nezávislosti je zobrazený na obrázku 2.



Obr. 2 Porovnanie výstupov matematickeho a reálneho modelu a test nezávislosti

## III. REGULÁCIA LABORATÓRNEHO MODELU

### A. Metóda umiestnenia pólov

Pri takomto prístupe návrhu riadiacich členov budeme vychádzať z prenosovej funkcie, ktorou je dynamický systém opísaný. Výsledkom je vo všeobecnosti dynamický regulátor, s jedným

alebo dvoma stupňami voľnosti. Nech prenosová funkcia systému, rádu  $n_a$ , je v tvare

$$F_S(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}}. \quad (10)$$

Pričom parameter  $b_0 = 0$  a  $n_b \leq n_a - 1$ . Nech prenosová funkcia regulátora s jedným stupňom voľnosti, je v tvare

$$F_R(z) = \frac{D(z)}{C(z)} = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m}}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_m z^{-m}}. \quad (11)$$

Úlohou syntézy riadenia je vhodne určiť vektor  $\theta = (d_0, d_1, \dots, d_m, c_1, \dots, c_m)$ , ktorý obsahuje  $2m + 1$  parametrov regulátora. Tieto parametre je možné určiť napríklad metódou umiestnenia pólov a núl URO (Uzavretého regulačného obvodu), ktorá je podrobne popísaná v [8]. Prenos URO s 1DoF regulátorom je

$$F_{y,w}(z) = \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{F_S(z)F_R(z)}{1 + F_S(z)F_R(z)} = \frac{B(z)D(z)}{A(z)C(z) + B(z)D(z)} = \frac{B_z(z, \theta)}{A_z(z, \theta)}, \quad (12)$$

pričom  $A_z(z, \theta)$  je charakteristický polynóm URO a

$$\begin{aligned} \text{st } A_z(z, \theta) &= m + n_a, \\ \text{st } B_z(z, \theta) &\leq n_a - 1 + m. \end{aligned} \quad (13)$$

Dynamický regulátor navrhne tak, aby umiestnenie pólov URO odpovedalo požadovaným pólom  $p_i^*$ ,  $i = 1, \dots, m + n_a$ , ktoré vyjadríme požadovaným tvarom charakteristického polynómu URO,  $A_z^*(z)$ .

$$A_z^*(z) = \prod_{i=1}^{n_a+m} (z - z_i^*) = z^{n_a+m} + a_{n_a+m-1}^* z^{n_a+m-1} + \dots + a_1^* z + a_0^* \quad (14)$$

Pre ľubovoľné umiestnenie pólov URO stačí dynamický regulátor rádu  $m = n - 1$ . URO je popísaný prenosom rádu  $n_a + m = 2n_a - 1$  a je nutné umiestniť  $2n_a - 1$  pólov. Ak je určený charakteristický polynóm URO  $A_z^*(z)$ , hľadané polynómy  $C(z)$  a  $D(z)$  určíme riešením diofantickej rovnice

$$A(z)C(z) + B(z)D(z) = A_z^*(z) \quad (15)$$

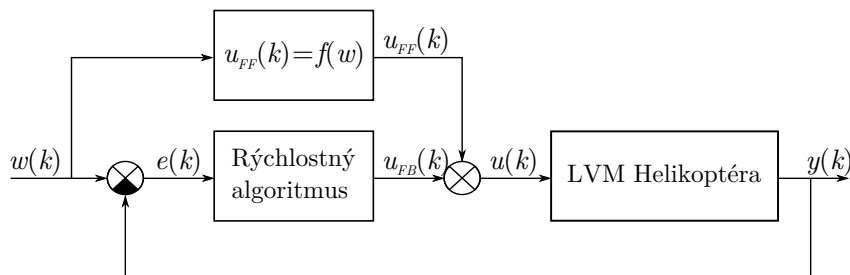
### B. Dopredná riadiaca štruktúra

Keďže dynamika LVM helikoptéry pri pohybe v elevácii vykazuje nelineárne správanie, spätnovazobnú riadiacu štruktúru sme rozšírili o dopredný regulátor, ktorý sme navrhli pomocou metódy najmenších štvorcov, na základe nameraných ustálených hodnôt elevácie LVM helikoptéra a príslušných ustálených hodnôt, ovládajúcich napätie hlavného motora.

Dáta sme aproximovali polynómom 4. rádu a výsledný polynóm je 16.

$$u(y) = 0.3y^3 - 1.85y^2 - 0.031y + 0.5791 \quad (16)$$

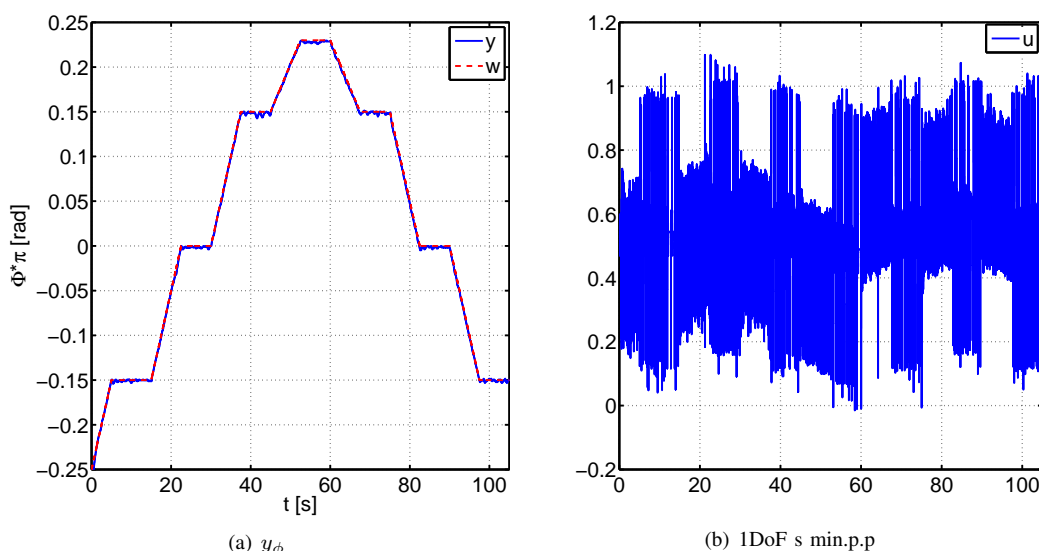
Výsledná riadiaca štruktúra pre riadenie pohybu LVM helikoptéra v elevácii je zobrazená na 3.



Obr. 3 Bloková schéma riadenia LVM helikoptéra, pri pohybe v elevácii

### C. Výsledky regulácie

Pre overenie získaného modelu sme použili navrhnutý algoritmus riadenia pre sledovanie rampovej referenčnej trajektórie. Výsledky riadenia pri použití návrhnutého riadiaceho člena sú na obrázku 4.



Obr. 4 Priebeh výstupu  $y_\phi$  a vstupu  $u_1$  pri sledovaní rampovej trajektórie, LVM je zaaretovaný

#### IV. ZÁVER

V tomto článku sme prezentovali využitie lineárnej regresie pri vytváraní lineárnych SISO matematických modelov štruktúry ARMAX, ktorými sme modelovali správanie laboratórneho výukového modelu helikoptéra pri pohybe v elevácii. Výhodou takéhoto prístupu je, že pre vytvorenie modelu sme nepotrebovali priamo aplikovať fyzikálne zákony a navyše sme priamo vytvorili lineárny model, ktorý sme boli schopní použiť pre návrh riadiaceho člena. Aj keď modelovanie s využitím fyzikálnych zákonov často prináša veľmi dobré výsledky, sú situácie kedy model takto navrhnutý nie je možné použiť, buď z dôvodu komplexnosti alebo z dôvodu že dané procesy nevieme matematicky popísať. V takomto prípade je použitie regresných techník veľmi užitočné a v prípade, že je potrebné použiť model pre účely návrhu riadenia, je veľmi pohodlné priamo identifikovať model lineárnej štruktúry.

#### PODĎAKOVANIE

Táto práca bola vytvorená realizáciou projektu Centrum informačných a komunikačných technológií pre znalostné systémy (kód ITMS projektu: 26220120020) na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja.

#### LITERATÚRA

- [1] DOLINSKÝ, K.: *Návrh a realizácia programových modulov pre modely dynamických systémov (Bakalárska práca)*. Košice: TU - FEI, 2008. 73 s.
- [2] JADLOVSKÁ, A. - DOLINSKÝ, K. - LONŠČÁK, R.: *Application of designed program modules in C# language for simulation of models of dynamic systems*. Editors: Fikar, M., Kvasnica, M., In: Proceedings of the 17th International Technical Conference on Process Control '09, Štrbské Pleso, 2009, High Tatras, Slovakia, pp. 534–547, ISBN 978-80-227-3081-5
- [3] HUMUSOFT, INC.: *Real time toolbox - User's manual*, 1996 - 2002
- [4] HORÁČEK, P.: *Education manual of helicopter model CE 150*. Faculty of electrical engineering, Czech technical university of Prague. 1996 - 2004
- [5] KROKAVEC, D. - FILASOVÁ, A.: *Diskrétné systémy*. Elfa, Košice, 2006. ISBN 80-8086-028-9.
- [6] LJUNG, L.: *System Identification Toolbox™ 7 User's guide*. The MathWorks, Inc, 2009.  
[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/ident/ident.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/ident/ident.pdf)
- [7] LONŠČÁK, R.: *Algoritmy riadenia virtuálnych modelov dynamických systémov s využitím Matlab Web Servera*. Košice: TU – FEI, 2006.
- [8] MELIČAR, J.: *Lineárny systémy 2 (Učebný text)*. ZČU, Plzeň, 2008.  
<http://www.kky.zcu.cz/uploads/courses/ls2/LS2-U%C4%8Debn%C3%AD-texty-2010.pdf>
- [9] NOSKIEVIČ, P.: *Modelovanie a identifikace systému*. MONATEX a.s., 1999, 288 s. ISBN 80-7225-03-02