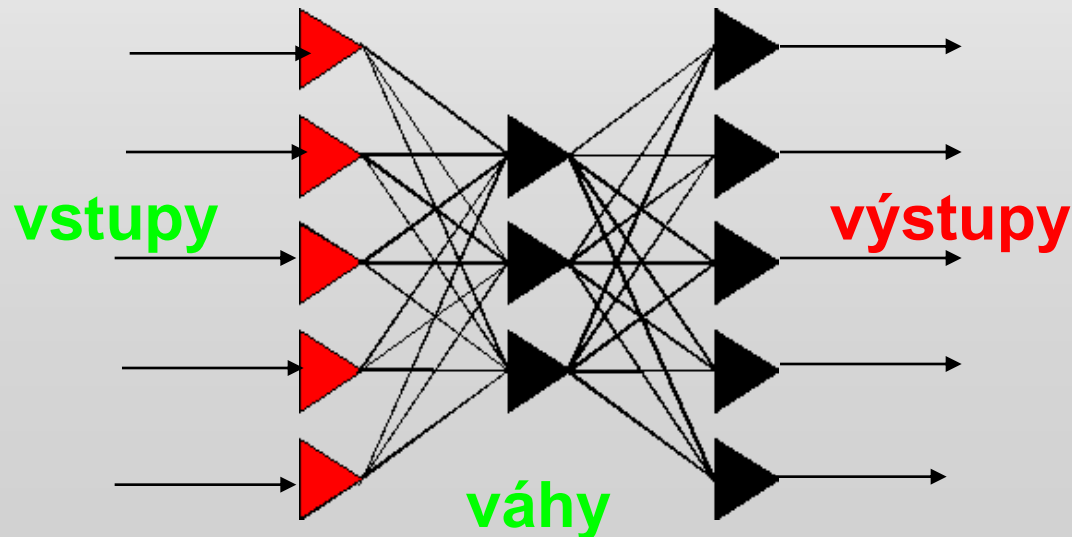


# Modelovanie nelineárnych dynamických procesov inteligentnými metódami

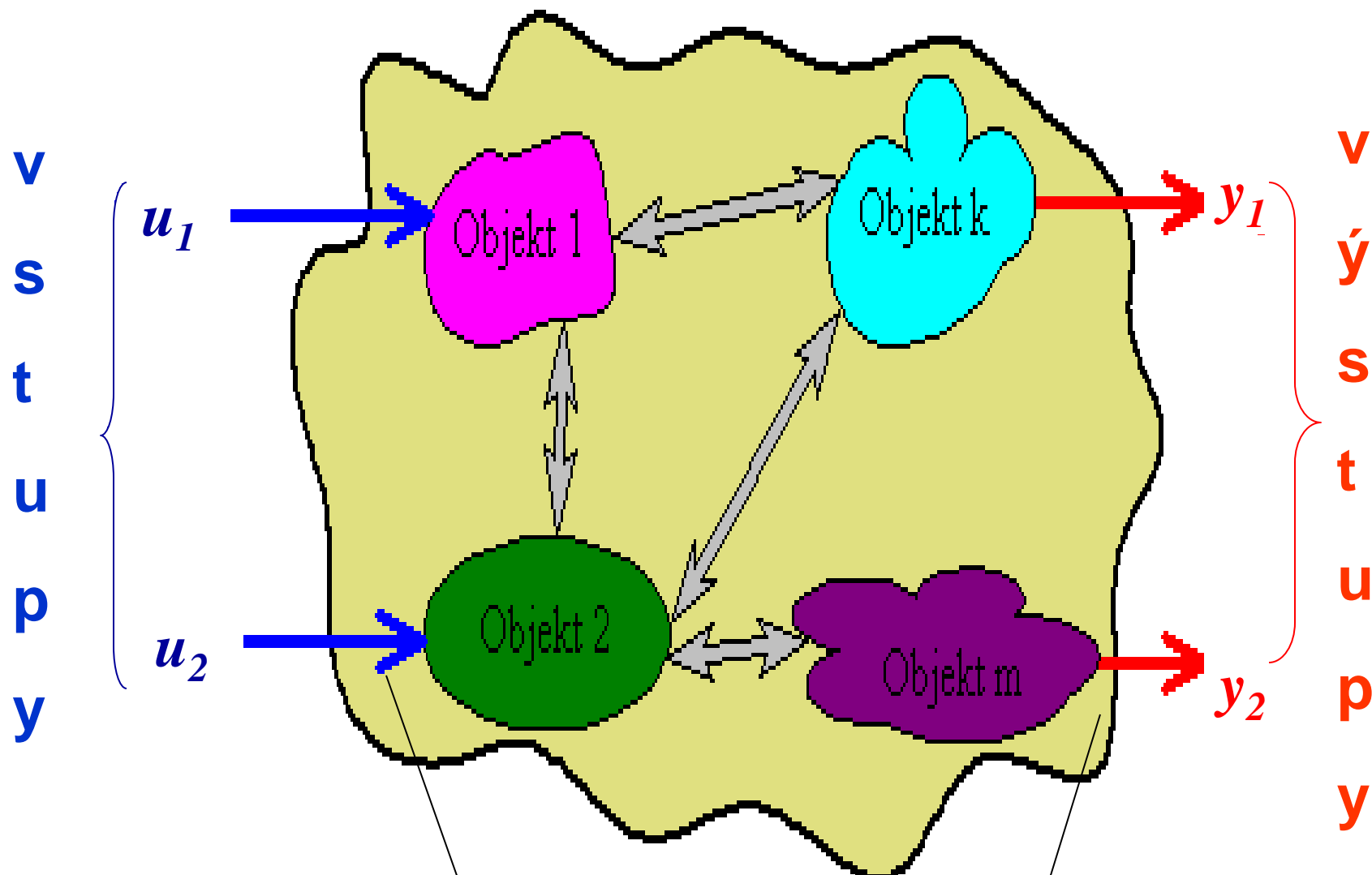
## II. časť



# Modelovanie nelineárnych dynamických procesov UNS

1. **Objekt** (proces, systém) riadenia - technologický proces vyjadrený prostredníctvom matematických modelov.
2. **Typické procesy** sú charakterizované fyzikálno - chemicko – biologickou podstatou vyjadrujúcou materiálno - energetické vzťahy umožňujúce opis a matematické vyjadrenie modelu.
3. **Priemyselné procesy** – hydraulické, pneumatické, elektrické, mechanické, tepelné, procesy prestupu látky (difúzne), chemické, atď., – orientované systémy s jednoznačne definovanými, vstupnými, výstupnými a poruchovými veličinami.
4. **Riadenie procesov** - funkcia matematického modelu procesu (základné rovnice a veličiny, opis statických a dynamických závislosti, podmienky stability, kvality, optimalizácie).
5. **Matematické modely** priemyselných procesov - dynamické modely procesu - základ pre návrh algoritmov automatického riadenia.

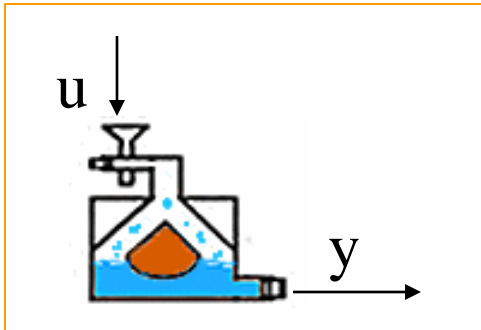
# Modelovanie nelineárnych dynamických procesov UNS



**Nelineárne  
dynamické systémy**

# Modelovanie nelineárnych dynamických procesov UNS

- **Vstupné, výstupné a poruchové veličiny** v riadenom procese sú funkciami času, alebo aj priestorových premenných.
- Matematický model - vyjadrený prostredníctvom **diferenciálnych, diferenčných** rovníc (nelineárne, lineárne, linearizované).
- Všeobecná forma dynamického modelu –  
spojitá forma



$$\frac{dx}{dt} = f[t, x(t), u(t), d(t)], \quad x(t_0) = x_0$$
$$y(t) = g[t, x(t), u(t)]$$

- **diskrétna forma (t=kT) - diferenčné rovnice**

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f[k, x(k), u(k), d(k)] \\ y(k) &= g[k, x(k), u(k)]\end{aligned}$$

- tzv. **stavové modely** (diferenciálne a diferenčné rovnice)

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), & x(k+1) &= Fx(k) + Gu(k) \\ y(t) &= Cx(t), & t = kT & \quad y(k) = Cx(k)\end{aligned}$$

- **prenosové funkcie – Laplaceova a Z- transformácia**

$$G_p(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

$$G_p(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_lz^{-l}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-k}} = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

# Neparametrické modely a opisy

- **M**odely vo frekvenčnej oblasti

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi}$$

- **F**uzzy modely
- **F**uzzy-neuro modely
- **M**odely na báze UNS

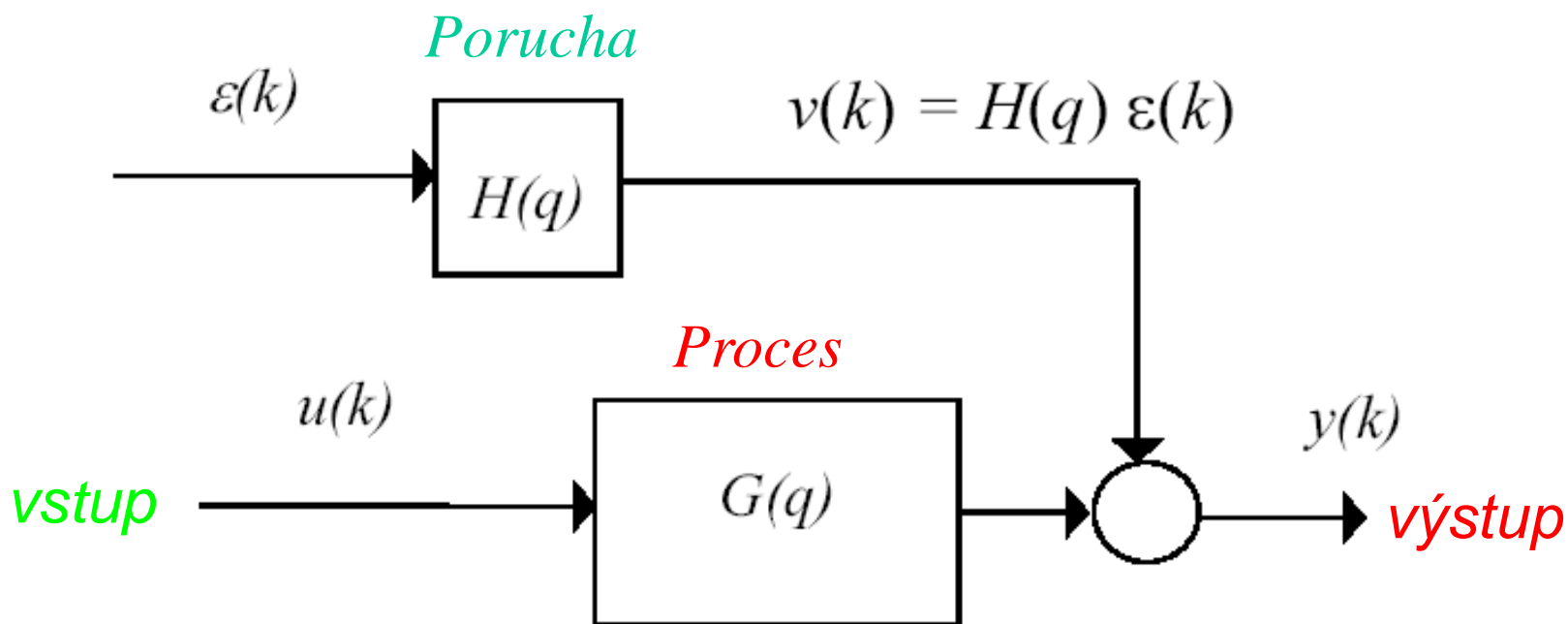
# IDENTIFIKÁCIA NELINEÁRNYCH SYSTÉMOV

- Výber optimálnej štruktúry
- Odhad parametrov (koeficientov neznámych polynómov)

# ŠTRUKTÚRY MODELOV

- **ARX** model
- **ARMAX** model
- **OE** - Output error model
- **PEM** - General polynomial model

$$q = z^{-1}$$





## ARX Model

ARX: Autoregressive with exogenous variable

---

I/O model s dopravným oneskorením, diferenčná rovnica procesu:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-ns} B(q^{-1})u(k) + \varepsilon(k)$$

kde

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \end{aligned}$$

Prenosová funkcia  
identifikovaného procesu:

$$\begin{aligned} G(q) &= q^{-ns} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \\ H(q) &= \frac{1}{A(q^{-1})} \end{aligned}$$

**Úloha :** Určiť  $na$ ,  $nb$ ,  $(a_1, \dots, a_{na}; b_1, \dots, b_{nb})$

# ARMAX Model : Autoregressive moving average with exogenous

I/O model s dopravným oneskorením, diferenčná rovnica procesu:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-ns} B(q^{-1})u(k) + C(q^{-1})\varepsilon(k)$$

kde

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc} \end{aligned}$$

Prenosová funkcia identifikovaného procesu:

$$G(q) = q^{-ns} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

**Úloha :** Určiť :  $na, nb, nc$   
 $(a_1, \dots, a_{na}; b_1, \dots, b_{nb}; c_1, \dots, c_{nc})$

$$H(q^{-1}) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

## Output-Error model (OE)

I/O model s dopravným oneskorením, diferenčná rovnica procesu

$$y(k) = q^{-ns} \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} u(k) + \varepsilon(k)$$

kde

$$B(q^{-1}) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}$$

Prenosová funkcia identifikovaného procesu:

$$G(q) = q^{-ns} B(q^{-1}) / F(q^{-1})$$

**Úloha :** Určiť : nb, nf  
( $b_1, \dots, b_{nb}; f_1, \dots, f_{nc}$ )

$$H(q) = \frac{1}{A(q^{-1})}$$

# General Autoregressive Model

I/O model s dopravným oneskorením, diferenčná rovnica procesu:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-ns} \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} u(k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \varepsilon(k)$$

kde

$$B(q^{-1}) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{nd} q^{-nd}$$

**Úloha :** Určiť :  $n_a, n_b, n_c, n_d$

$(a_1, \dots, a_{n_a}; b_1, \dots, b_{n_b}; c_1, \dots, c_{n_c}; d_1, \dots, d_{n_d})$

# State space Model

---

Diferenčná rovnica procesu

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A x(k) + B u(k) + K e(k) \\ y(k) &= C x(k) + D u(k) + e(k)\end{aligned}$$

kde:

$x$  je  $n_x$ -rozmerný stavový vektor

$u$  je  $n_u$ -rozmerný vstupný vektor

$y$  je  $n_y$ -rozmerný výstupný vektor

$e$  je  $n_y$ -rozmerný poruchový vektor

$A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$  sú parametre matíc vhodných rozmernosti.

# Nelineárne neurónové štruktúry modelov (NNM)

---

## Vstupno-výstupný tvar modelu

$$y(t) = g(\varphi(t, \theta)) + e(t)$$

$$t=kT$$

Požiadavka:

$$y(t) = \hat{y}(t|\theta) + e(t) = g(\varphi(t), \theta) + e(t)$$

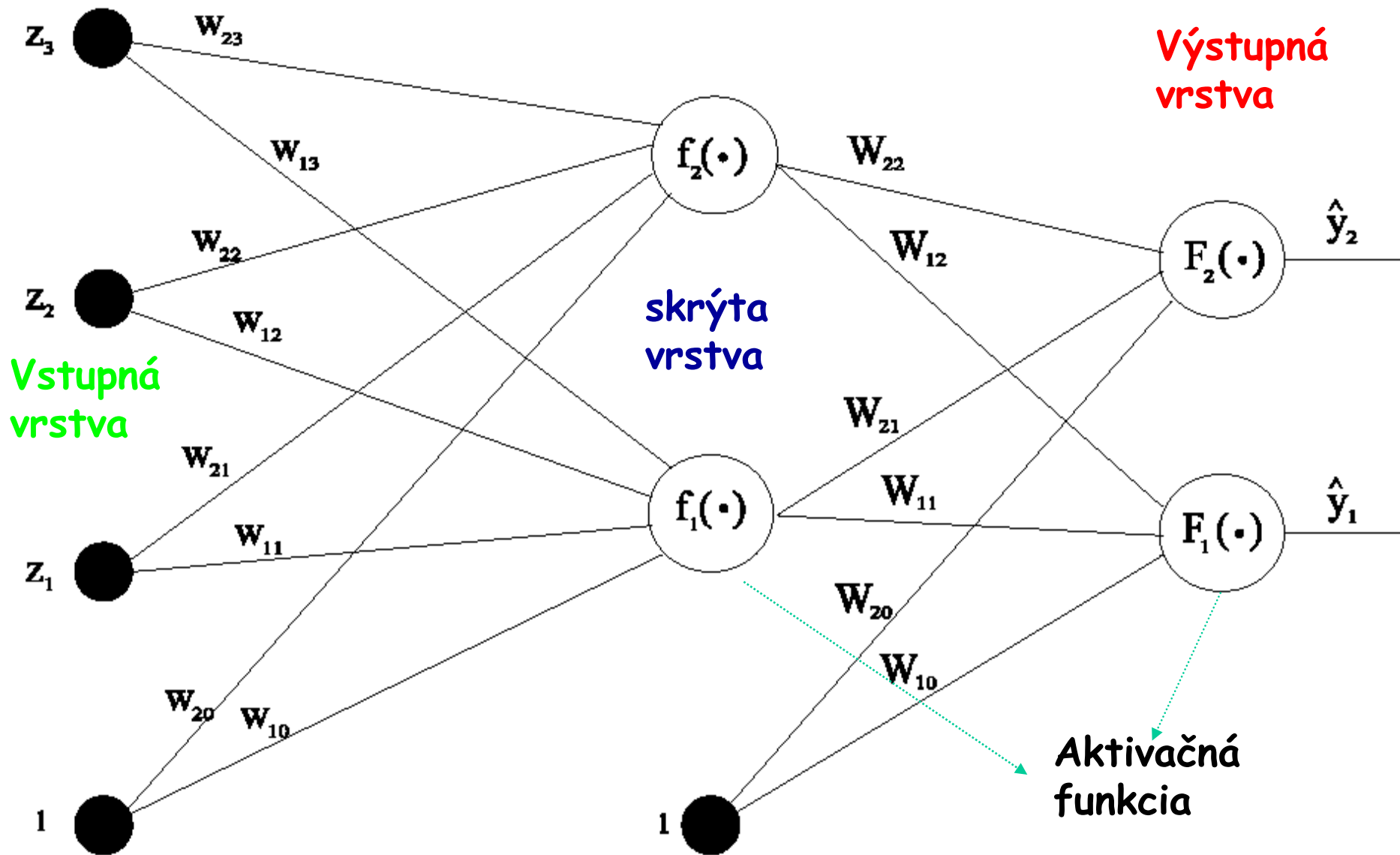
kde  $\theta$  je vektor parametrov (pre NN - váhy)

$g$  je nelineárna funkcia realizovaná NN

$\varphi$  je známy regresný vektor

Tvar regresného vektora  $\varphi$  - typ NN modelu

$$Z^N = \{[u(t), y(t)] \mid t = 1, \dots, N\}$$



$$\hat{y}_i(\mathbf{w}, \mathbf{W}) = F_i \left( \sum_{j=1}^q W_{ij} h_j(\mathbf{w}) + W_{i0} \right) = F_i \left( \sum_{j=0}^q W_{ij} f_j \left( \sum_{l=1}^m w_{jl} z_l + w_{j0} \right) + W_{i0} \right)$$

# Proces tréovania

**Vstupné údaje** (tréovanie):

$$Z^N = \{[u(t), y(t)] \mid t = 1, \dots, N\}$$

**Cieľ tréovania:**

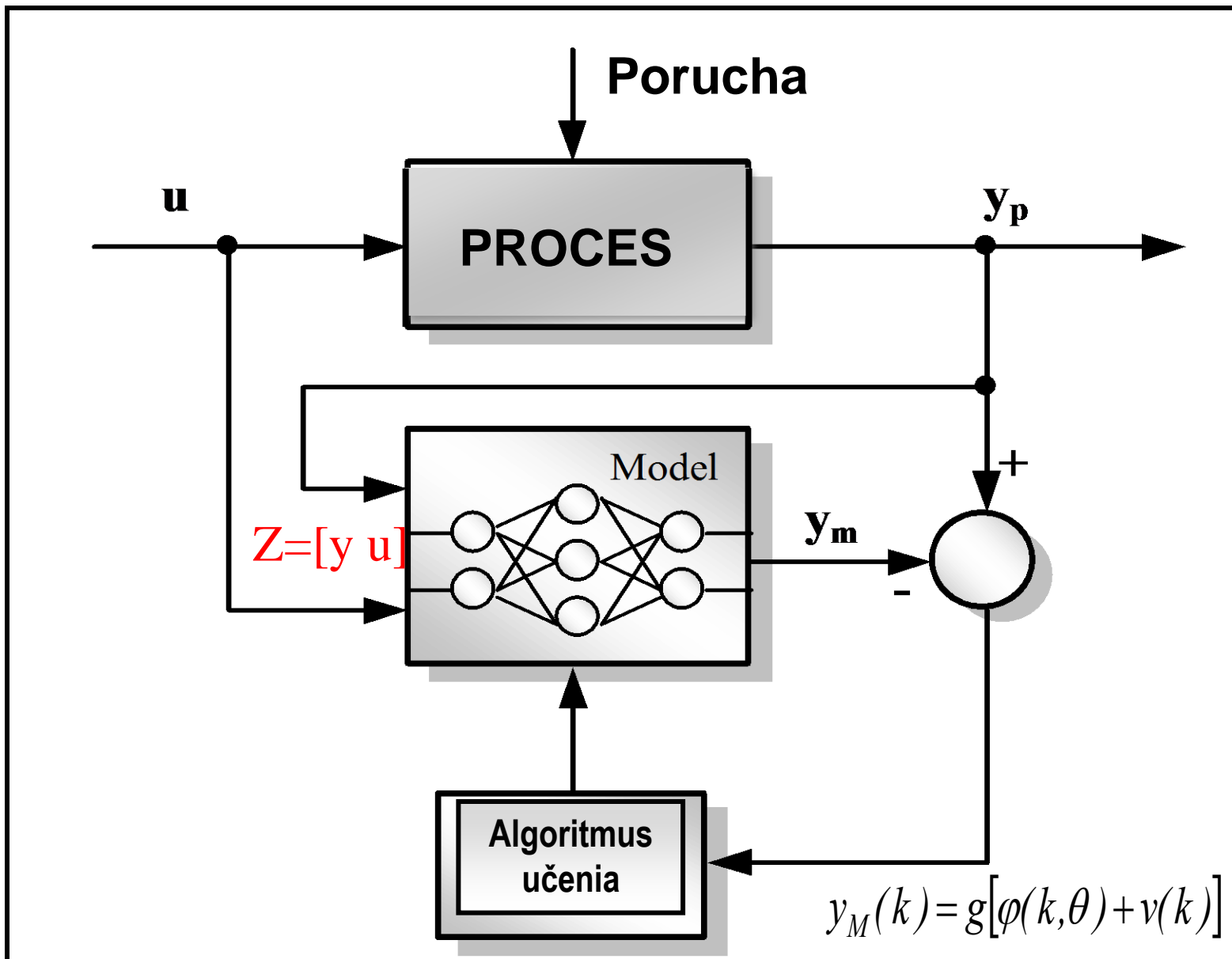
$$Z^N \xrightarrow{T} \hat{\theta} \quad (\text{váhy, parametre})$$

**Kritérium predíckie:**

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t|\theta)]^T [y(t) - \hat{y}(t|\theta)]$$

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} V_N(\theta, Z^N)$$





# Numerické procedúry odhadu parametrov UNS

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N [y(t) - \hat{y}(t|\theta)]^T [y(t) - \hat{y}(t|\theta)]$$

**Gradient:**  $G(\theta^*) = V'_N(\theta^*, Z^N) = \frac{dV_N(\theta, Z^N)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta^*}$

$$V_N(\theta, Z^N) = V_N(\theta^*, Z^N) + (\theta - \theta^*)^T V'_N(\theta^*, Z^N) + \frac{1}{2} (\theta - \theta^*)^T V''_N(\theta^*, Z^N) (\theta - \theta^*)$$

$$H(\theta^*) = V''_N(\theta^*, Z^N) = \frac{d^2 V_N(\theta, Z^N)}{d\theta^2} \Big|_{\theta=\theta^*}$$

**Všeobecný  
iteračný vzťah:**

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \mu^{(i)} f^{(i)}$$

**krok hľadania**    **smer hľadania**

$$Z^N = \{[u(t), y(t)] \mid t = 1, \dots, N\}$$

# Numerické procedúry odhadu parametrov

**Hessian** : kladne definitná  $H(\theta^*) = J_N''(\theta^*, Z^N) = \frac{d^2 J_N(\theta, Z^N)}{d\theta^2} : \theta = \theta^*$

**Gradientova metóda** :

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} - \alpha G(\theta^{(i)})$$

**Newtonova metóda**:

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} - H^{-1}(\theta^{(i)}) G(\theta_i)$$

$$H(\theta) = J_N''(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta) \psi^T(t, \theta) - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi'(t, \theta) \varepsilon(k, \theta)$$

$$\psi(t, \theta) = \frac{d\hat{y}(t | \theta)}{d\theta}$$

**Gauss-Newton metóda** :

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} - R^{-1}(\theta^{(i)}) G(\theta^{(i)})$$

$$R(\theta^{(i)}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \psi(t, \theta^{(i)}) \psi^T(t, \theta^{(i)})$$

## Constant-trace

$$K(t) = P(t-1)\psi(t)\left(1 + \psi^T(t)P(t-1)\psi(t)\right)^{-1}$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\bar{P}(t) = P(t-1) - K(t)\psi^T(t)P(t-1)$$

$$P(t) = \frac{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}{\text{tr}(\bar{P}(t))} \bar{P}(t) - \alpha_{\min} I$$

$$\psi(t, \hat{\theta}) = \left. \frac{\partial \hat{y}(t|\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}}$$

## Exponential forgetting and Resetting Algorithm

$$K(t) = \alpha P(t-1) \psi(t) \left( 1 + \psi^T(t) P(t-1) \psi(t) \right)^{-1}$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t) (y(t) - \hat{y}(t))$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda} P(t-1) - K(t) \psi^T(t) P(t-1) + \beta I - \delta P^2(t-1)$$

## Exponential forgetting

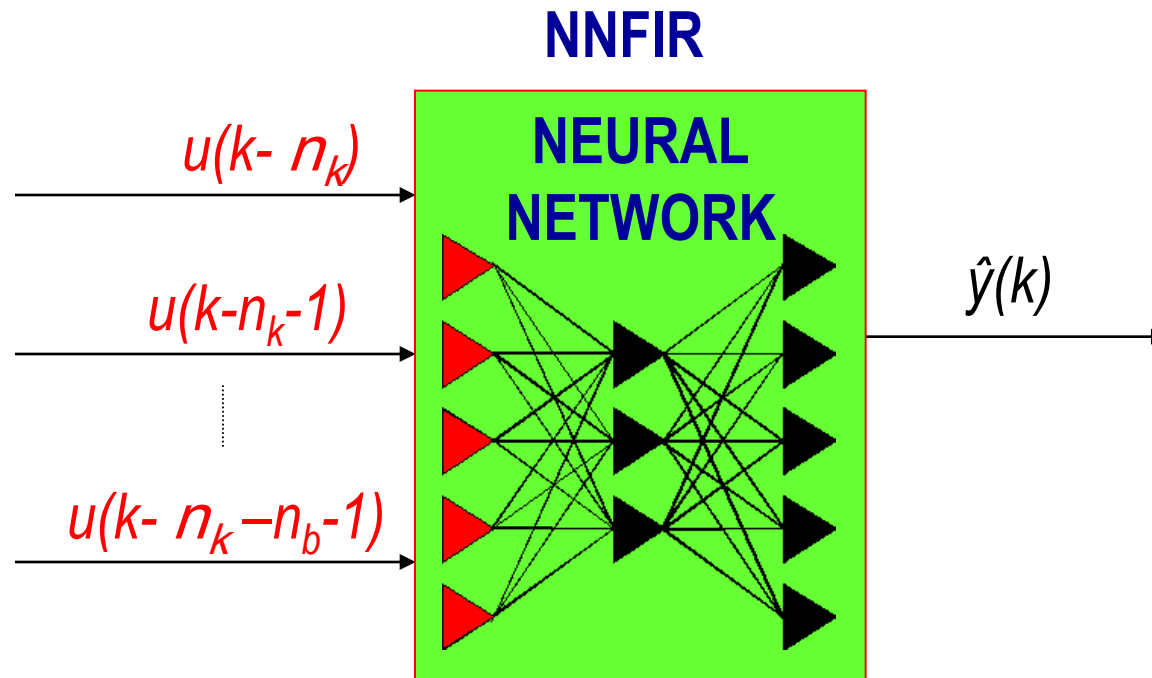
$$K(t) = P(t-1)\psi(t)\left(\lambda I + \psi^T(t)P(t-1)\psi(t)\right)^{-1}$$

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \hat{y}(t))$$

$$\bar{P}(t) = \left(P(t-1) - K(t)\psi^T(t)P(t-1)\right) / \lambda$$

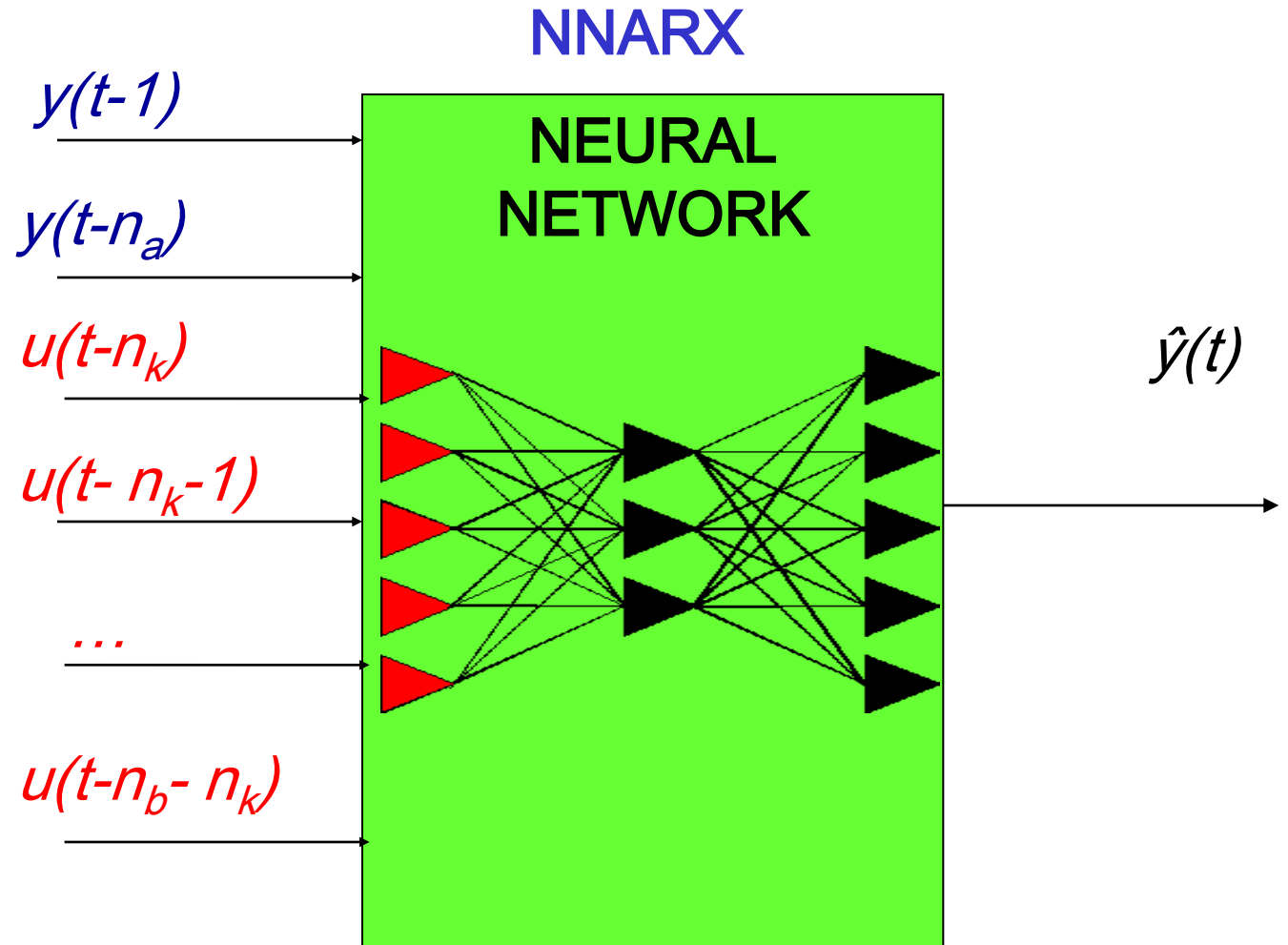
$$\psi(t, \hat{\theta}) = \left. \frac{\partial \hat{y}(t|\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}}$$

# Numerické procedúry odhadu parametrov



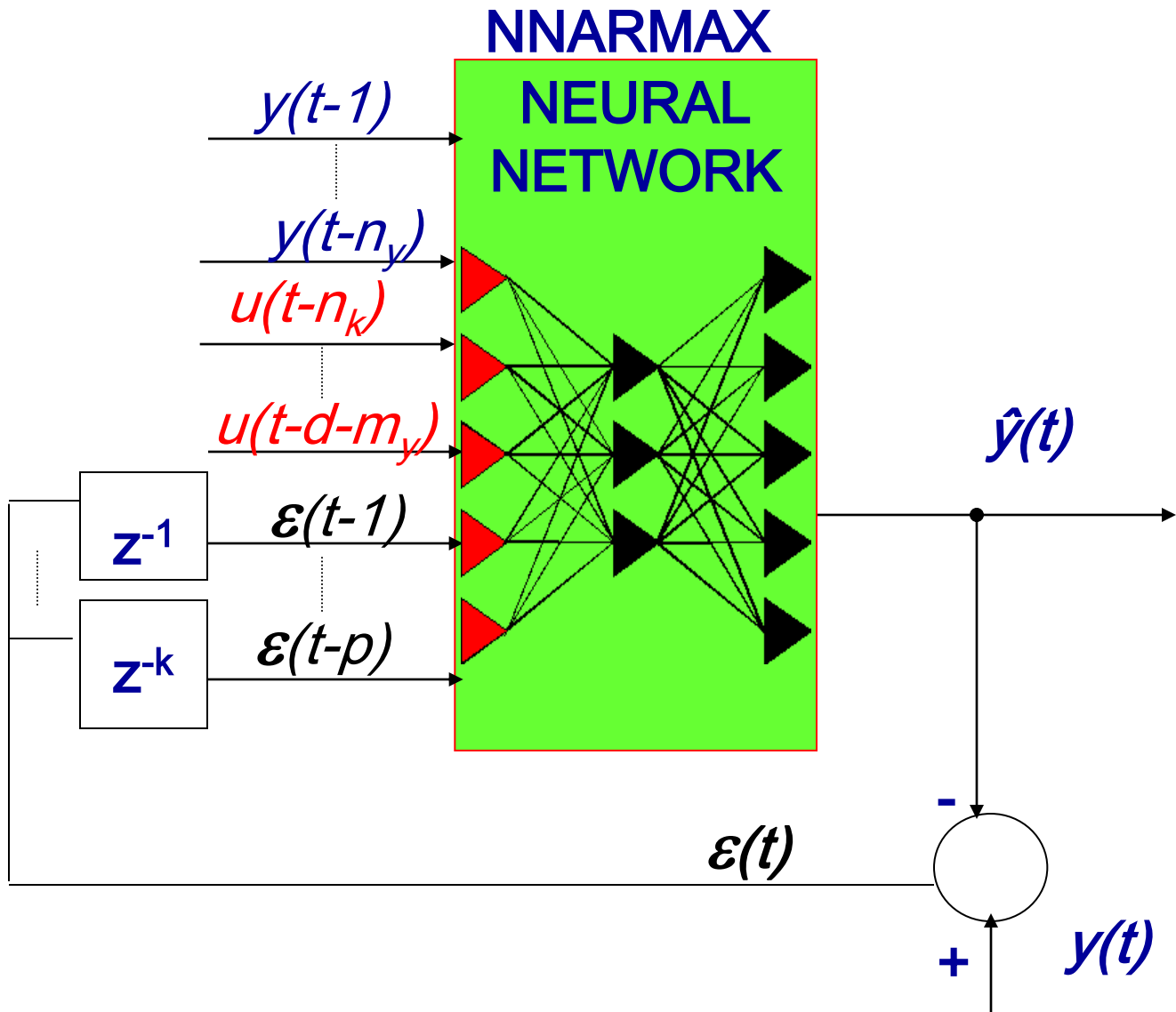
$$y(k) = g[\varphi(k, \theta) + v(k)]$$

$$\hat{y}(k | \theta) = g[\varphi(k, \theta), \theta]$$



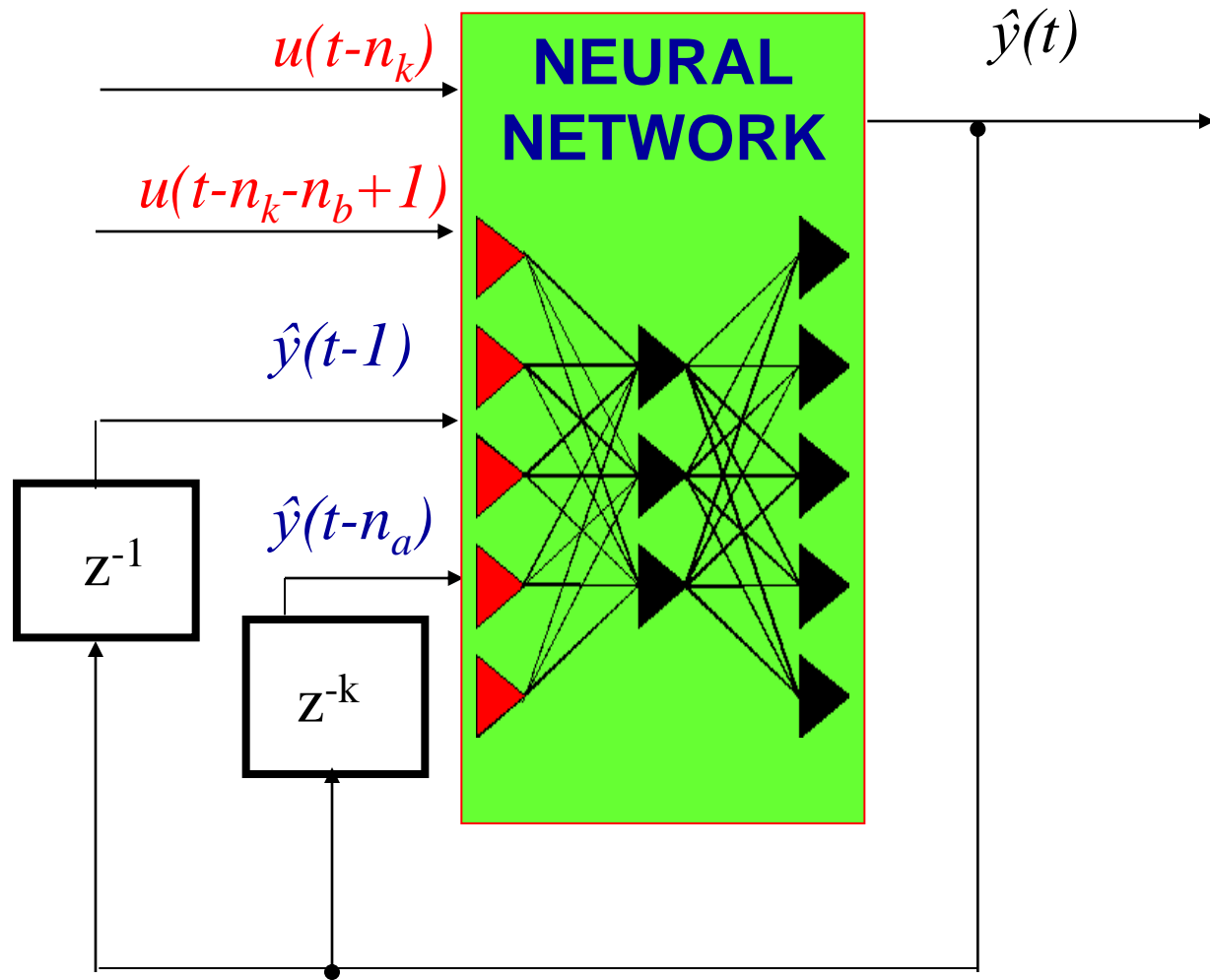
$$\bar{\varphi}(t) = [y(t-1) \quad \dots \quad y(t-n_a) \quad u(t-n_k) \quad \dots \quad u(t-n_b-n_k+1)]^T$$





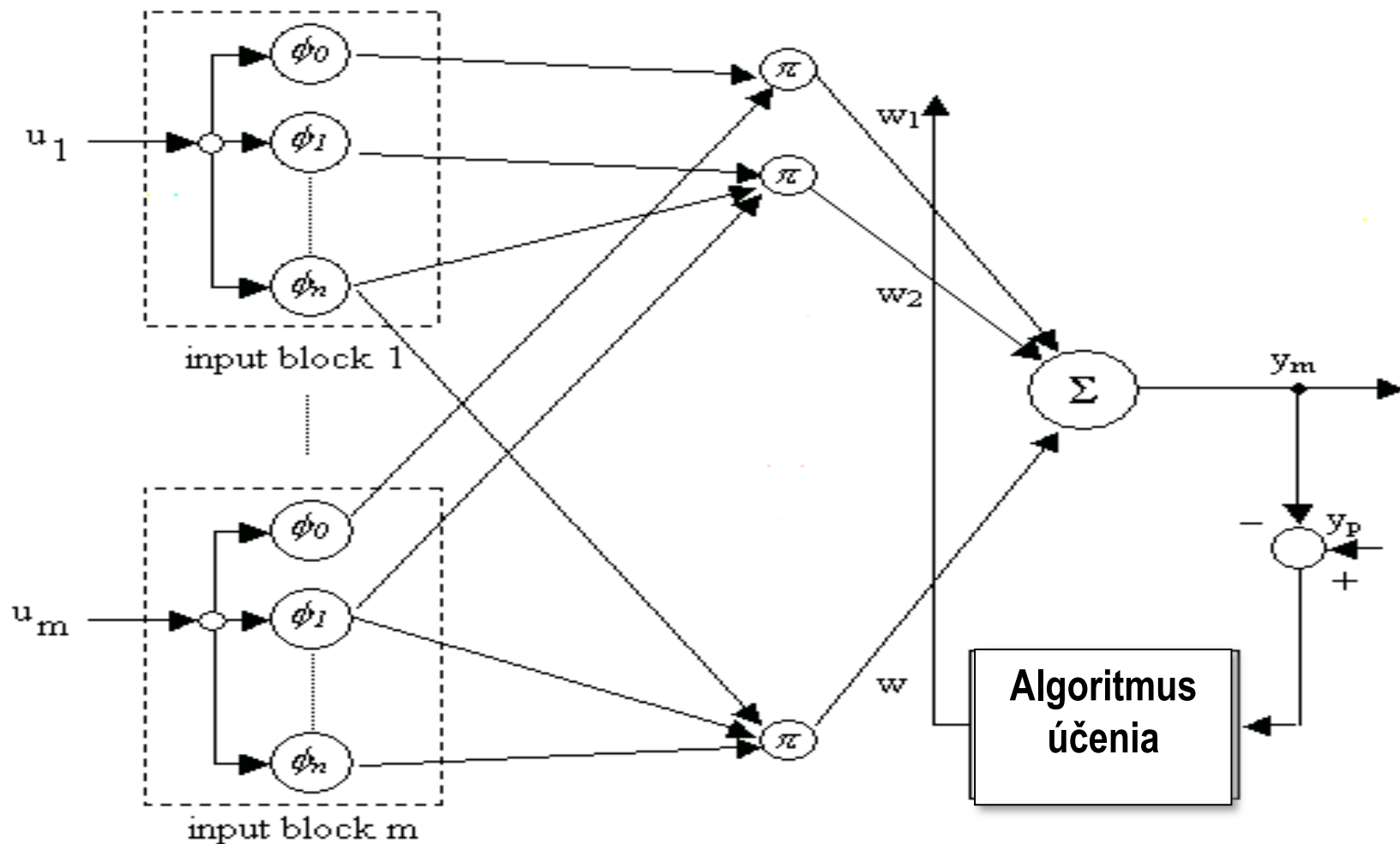
$$\varphi(t) = [y(t-1) \quad \dots \quad y(t-n_a) \quad u(t-n_k) \quad \dots \quad u(t-n_b-n_k+1) \quad \varepsilon(t-1) \quad \dots \quad \varepsilon(t-n_c)]^T$$

# NNOE



$$\bar{\varphi}(t) = \left[ \hat{y}(t-1|\theta) \quad \dots \quad \hat{y}(t-n_a|\theta) \quad u(t-n_k) \quad \dots \quad u(t-n_b-n_k+1) \right]^T$$

vstupná vrstva      skrytá vrstva      výstupná vrstva



$$y(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \dots \sum_{n_m=0}^{N_m-1} \mathbf{w}_{n_1 \dots n_m} \phi_{n_1 \dots n_m}(\mathbf{u}) = \Phi^T(\mathbf{u})\mathbf{W}$$

$$\Phi(\mathbf{u}) = \prod_{i=1}^m \phi_{n_i}(\mathbf{u}_i)$$

**Neurónová sieť:** OAFN s ortogonálnymi aktivačnými funkciami  
3. vrstvomá sieť.

- **Vstupná vrstva** obsahuje  $m$ -vstupov, ktorým odpovedá  $m$ -vstupných blokov.
- **Skrytá vrstva** je tvorená z neurónov s ortogonálnymi aktivačnými funkciami z rovnakej triedy ortogonálnych funkcií.
- **Výstupná vrstva** sa skladá z lineárnych neurónov.  
 $\cap$ -uzly na pravej strane od ortogonálnych neurónov vykonávajú operáciu násobenia.

### **Ortogonálne aktivačné funkcie:**

Fourierove, Legendrove, Čebyševove, Laguerrove polynómy alebo Hermitove funkcie).

# Modelovanie chemického reaktora pomocou NSOAF

## Matematický model procesu:

Materiálová bilancia:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{Q_2}{V_2} (C_{Ai} - C_A) - K_A(T_2)C_A$$

Tepelná bilancia vnútra reaktora:

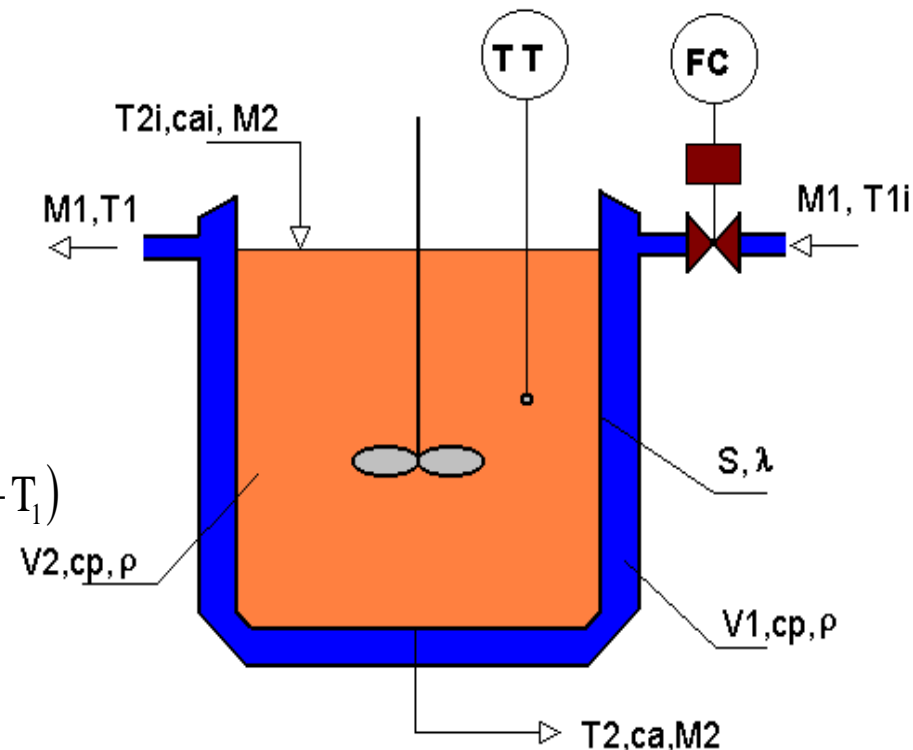
$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{1}{\rho_2 c_{p2}} (-\nabla H_r) K_A(T_2) C_A + \frac{Q_2}{V_2} (T_{2i} - T_2) - \frac{\lambda S}{m_2 c_{p2}} (T_2 - T_1)$$

Tepelná bilancia plášťa reaktora:

$$m_1 c_{p1} \frac{dT_1}{dt} = Q_1 \rho_1 c_{p1} (T_{1i} - T_1) + \lambda S (T_2 - T_1)$$

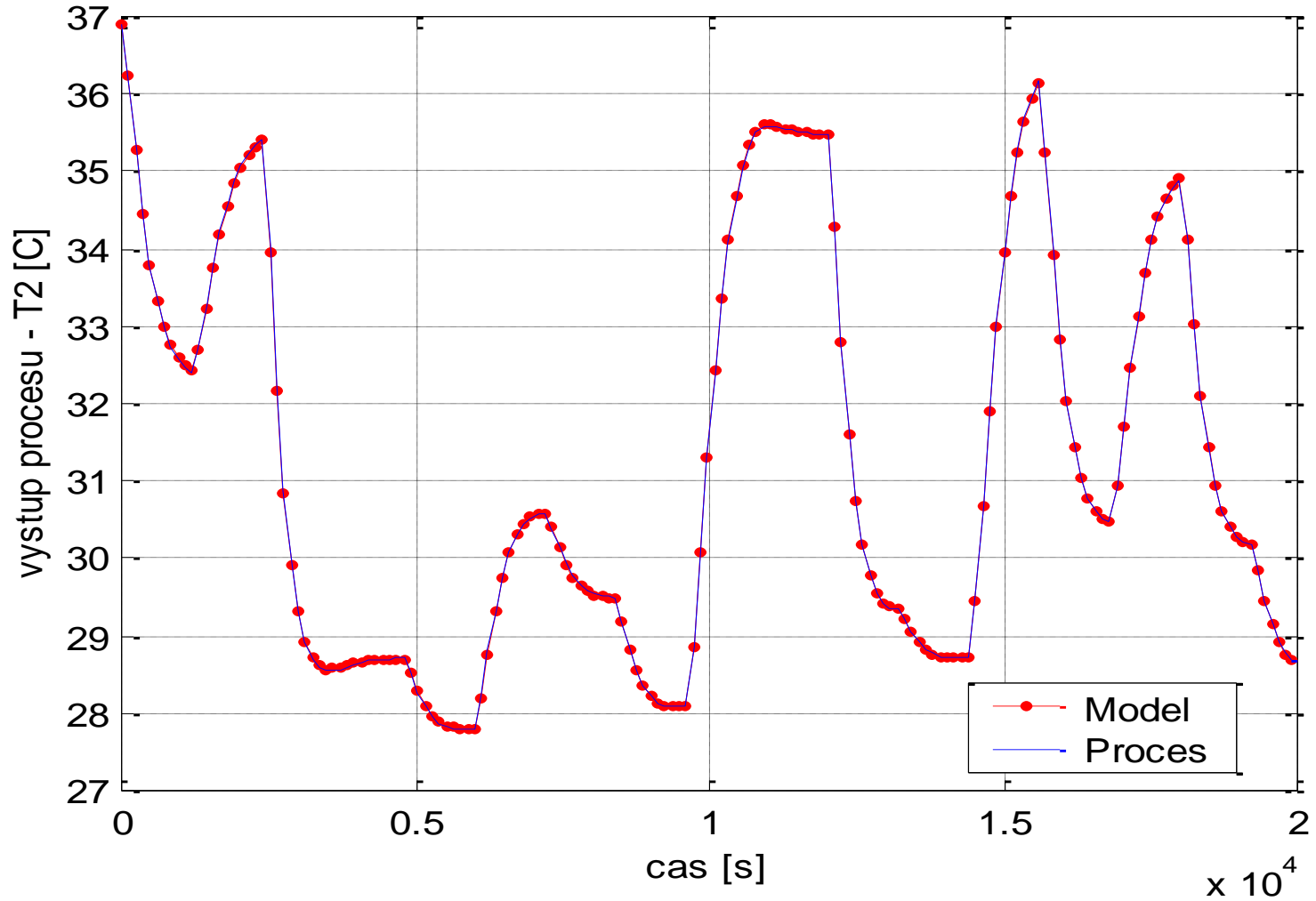
kde

$$K(T_2) = k_0 \exp\left(\frac{-a}{T_2 + 273.15}\right)$$

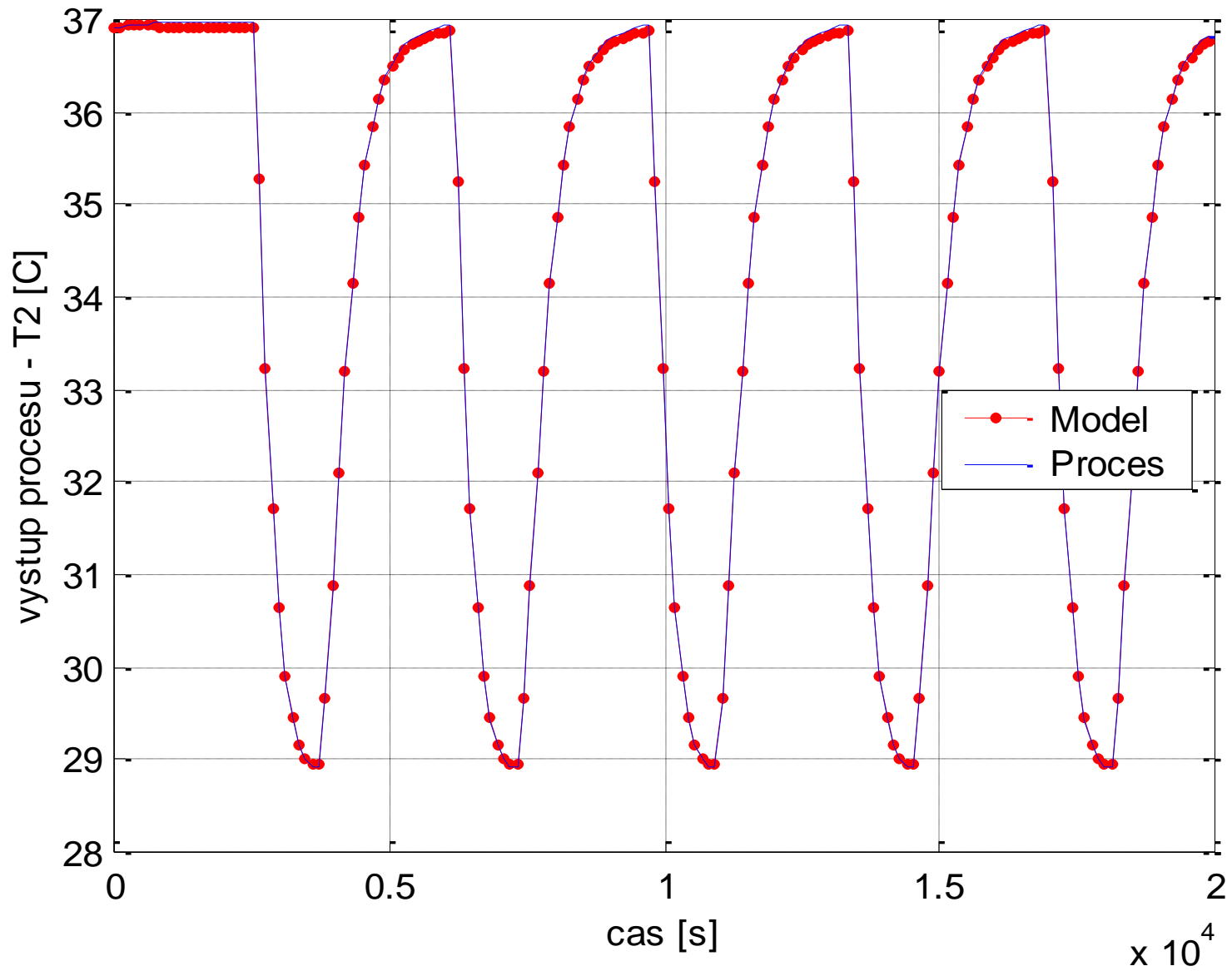


Parametre NSOAF - 6 vstupov - vstupný blok 3  
neuróny aktivačné funkcie : Čebyševove polynómy  
skrytá vrstva má 6  $\pi$ -uzlov (redukovaný počet)

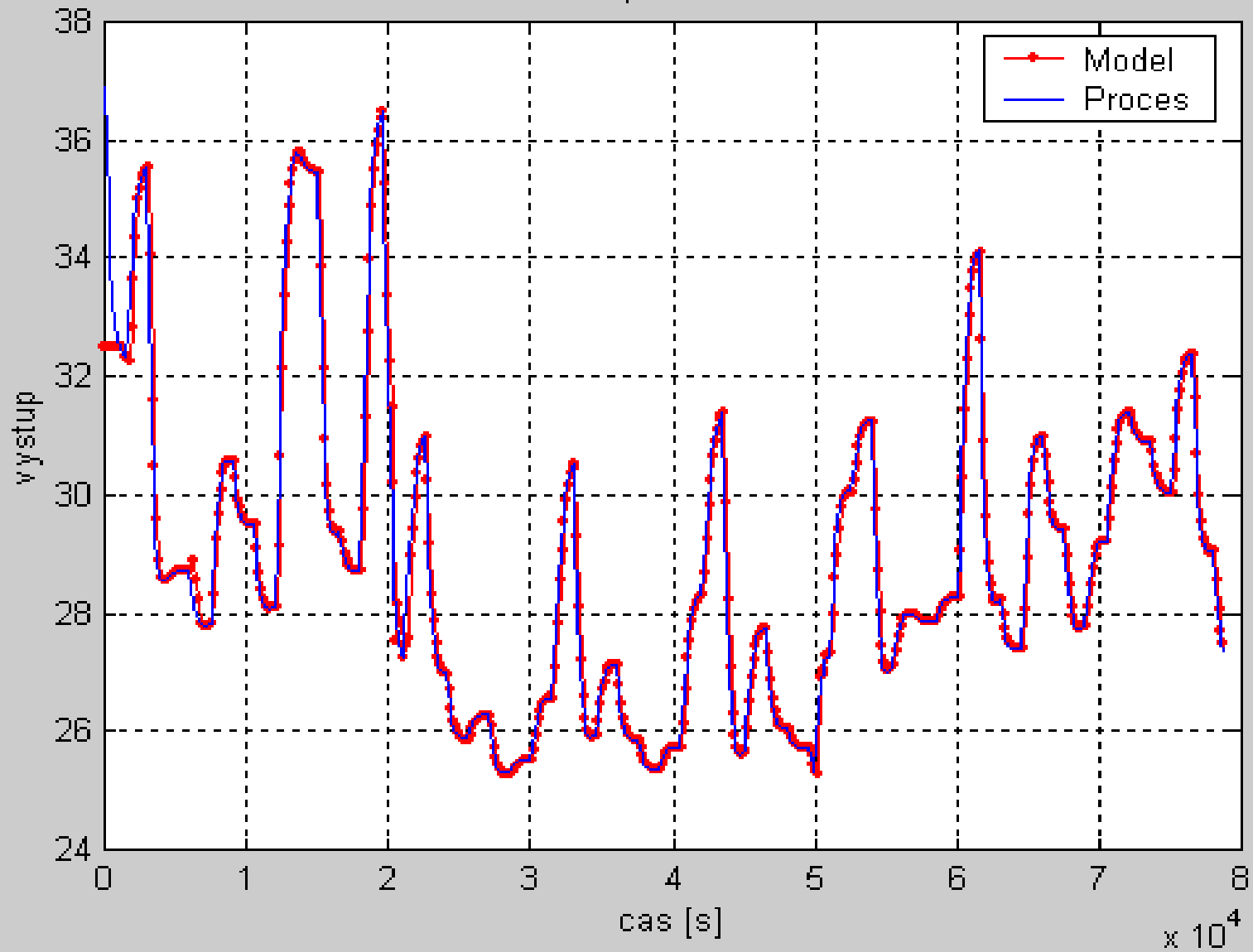
Chemický reaktor - porovnanie modelu a procesu pre trenovacie data



Chemický reaktor - porovnanie modelu a procesu pre testovacie data

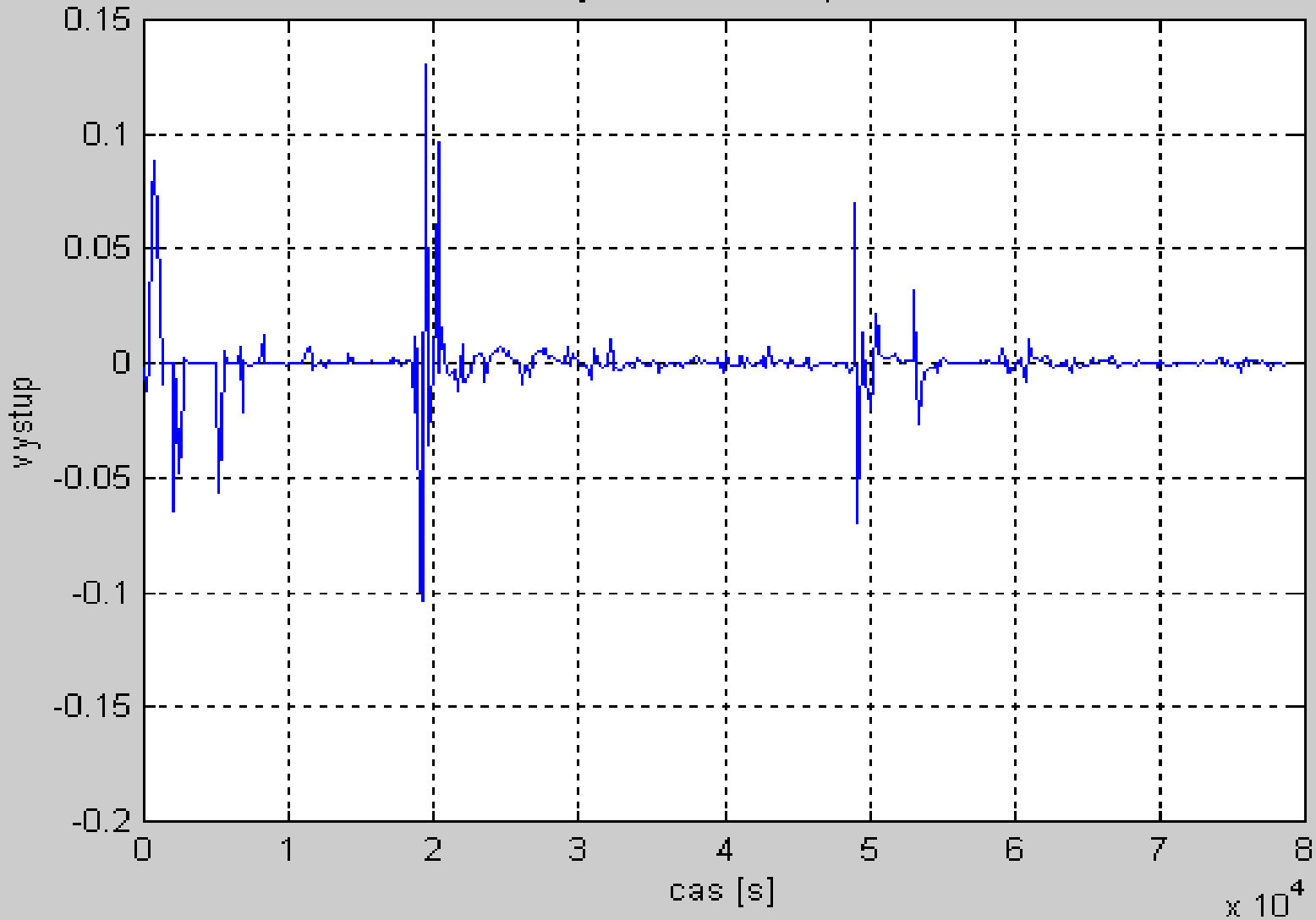


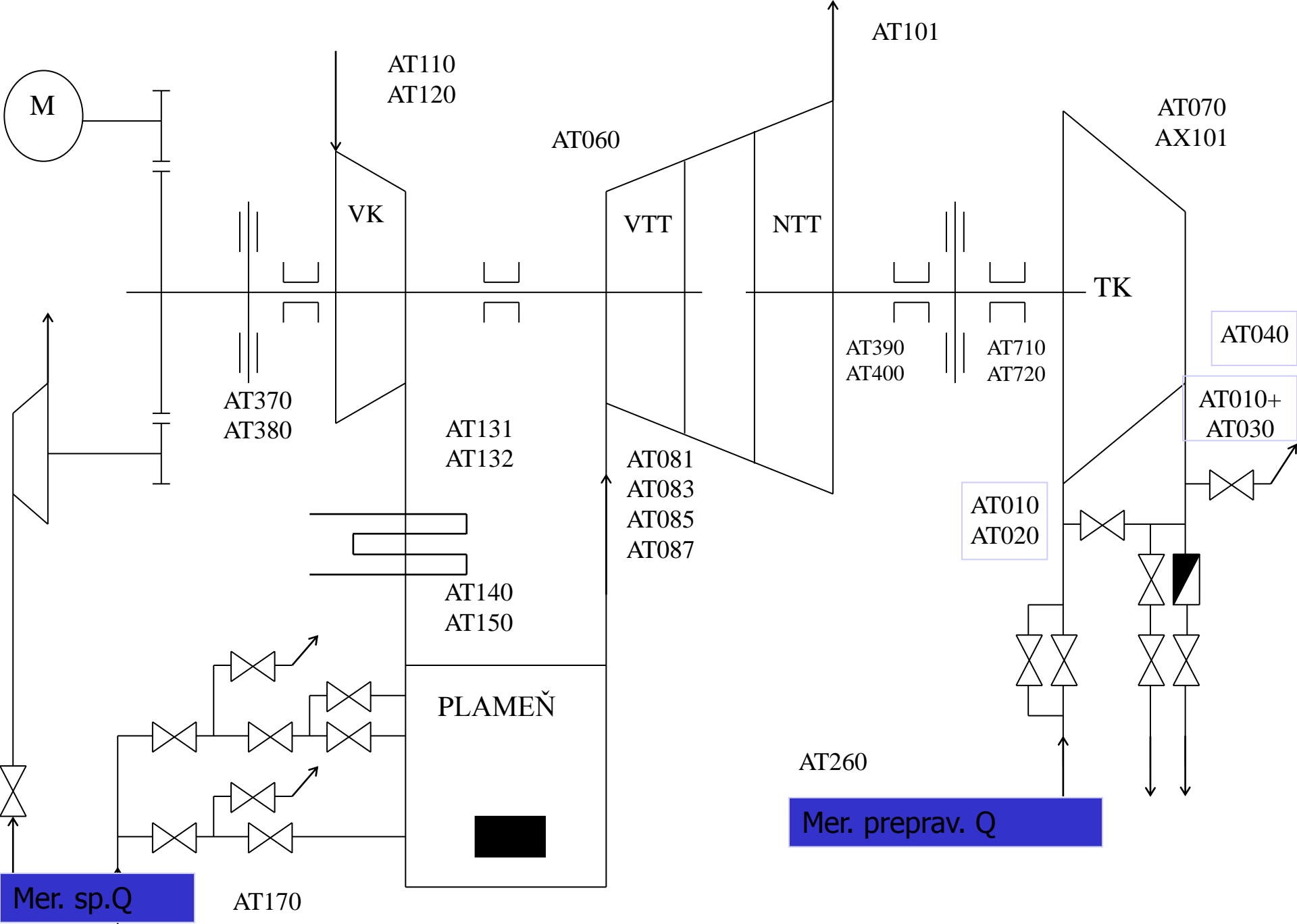
Porovnanie procesu a modelu





Odchyłka modelu od procesu





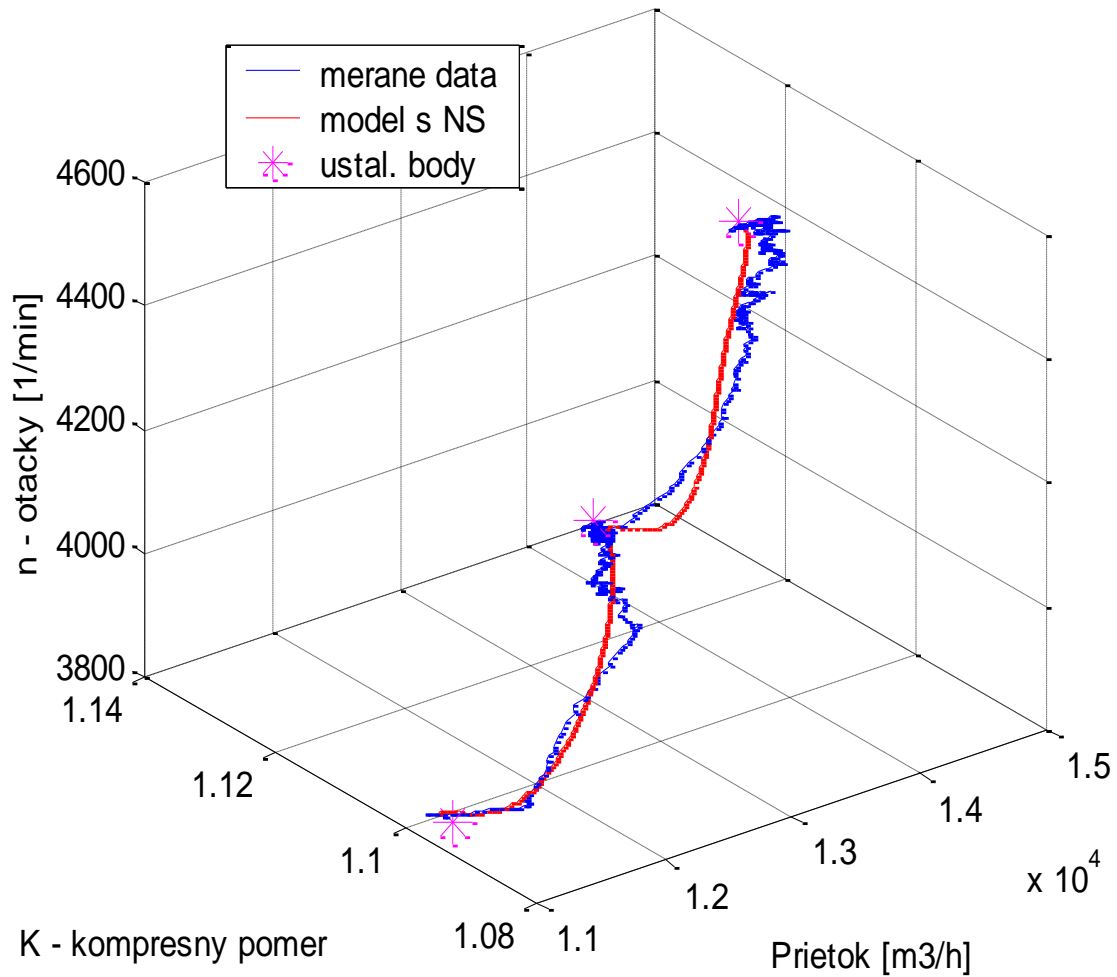
# Spracovanie meraných veličín pre modelovanie kompresora UNS

---

## **Merané veličiny pre modelovanie kompresora:**

- Otáčky kompresora
- Prietok plynu kompresora
- Vstupný tlak kompresora
- Výstupný tlak kompresora
- Teplota plynu na vstupe kompresora

### Porovnanie meranych bodov s vystupom modelu



Obr. 3D - grafické zobrazenie meraných a modelovaných údajov pomocou NS pri zmene otáčok z 3800 na 4100 a z 4100 na 4400

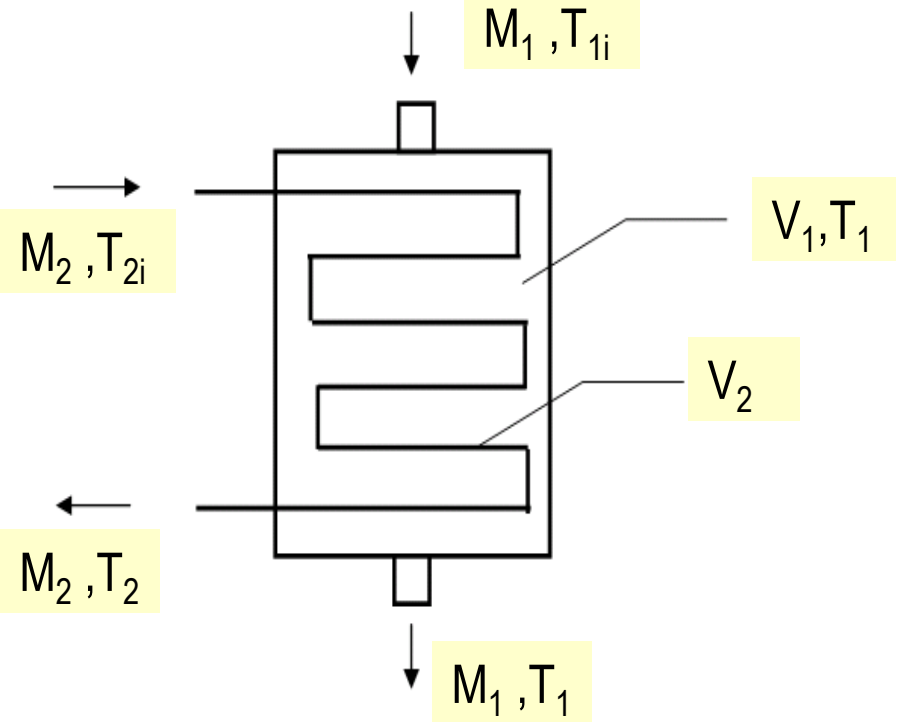
# Model výmenníka tepla pomocou UNS OAF

Nepriamy výmenník tepla (s rozloženými parametrami).

- Ohrievaným aj teplonosným médiom je voda ( $c_p=4186 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,  $\rho=1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ ).

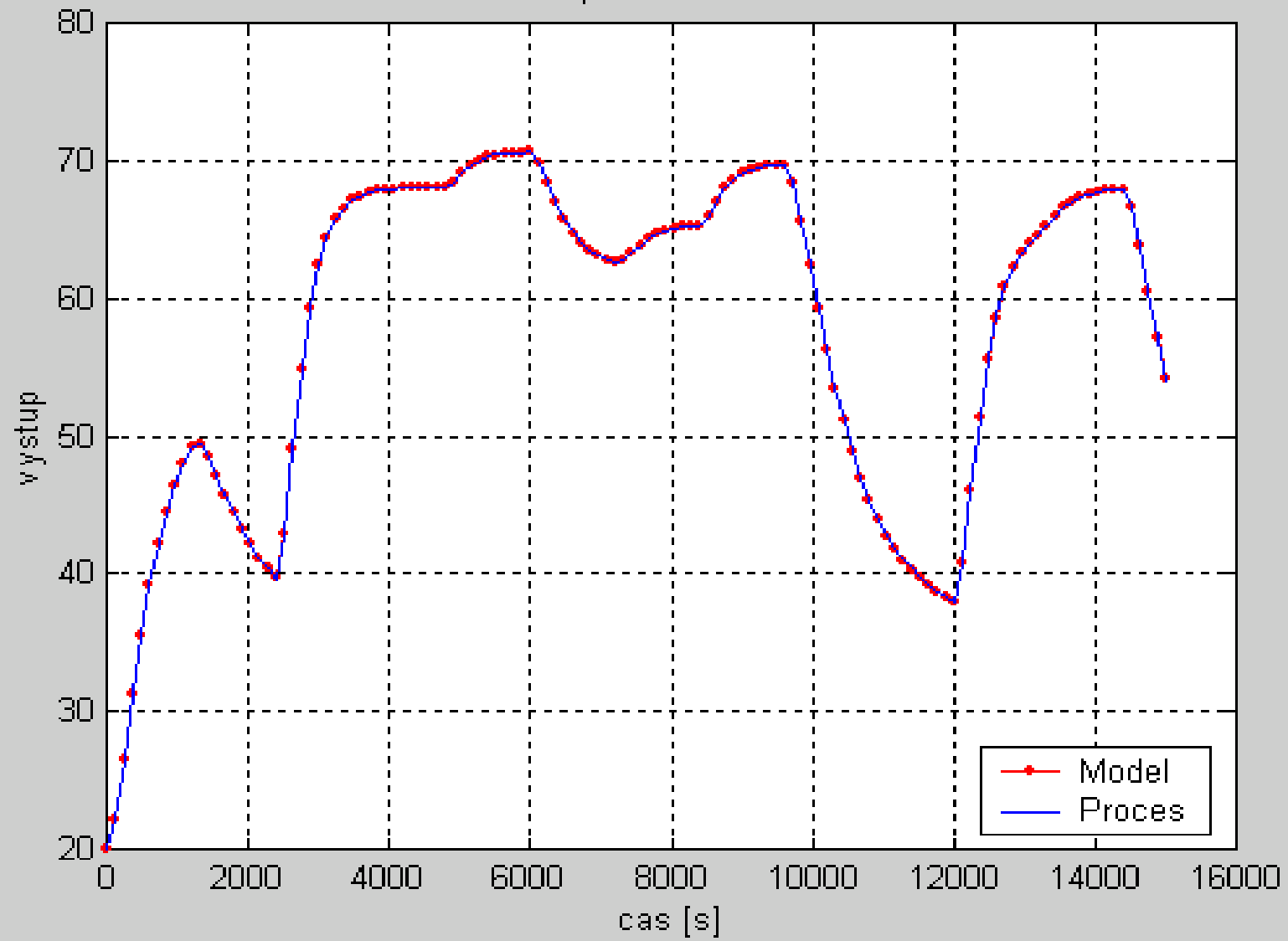
- Dĺžka potrubia v kotli je 10 m, jeho polomer je 3 cm a je aproximovaný 5 sériovo zapojenými segmentmi so sústredenými parametrami. Koeficient prestupu tepla medzi primárnym a sekundárnym médiom je  $\lambda$ .

Ustálené parametre sú  $T_{2i}=20^\circ\text{C}$ ,  $M_2=500 \text{ kg}/\text{hod}$ .

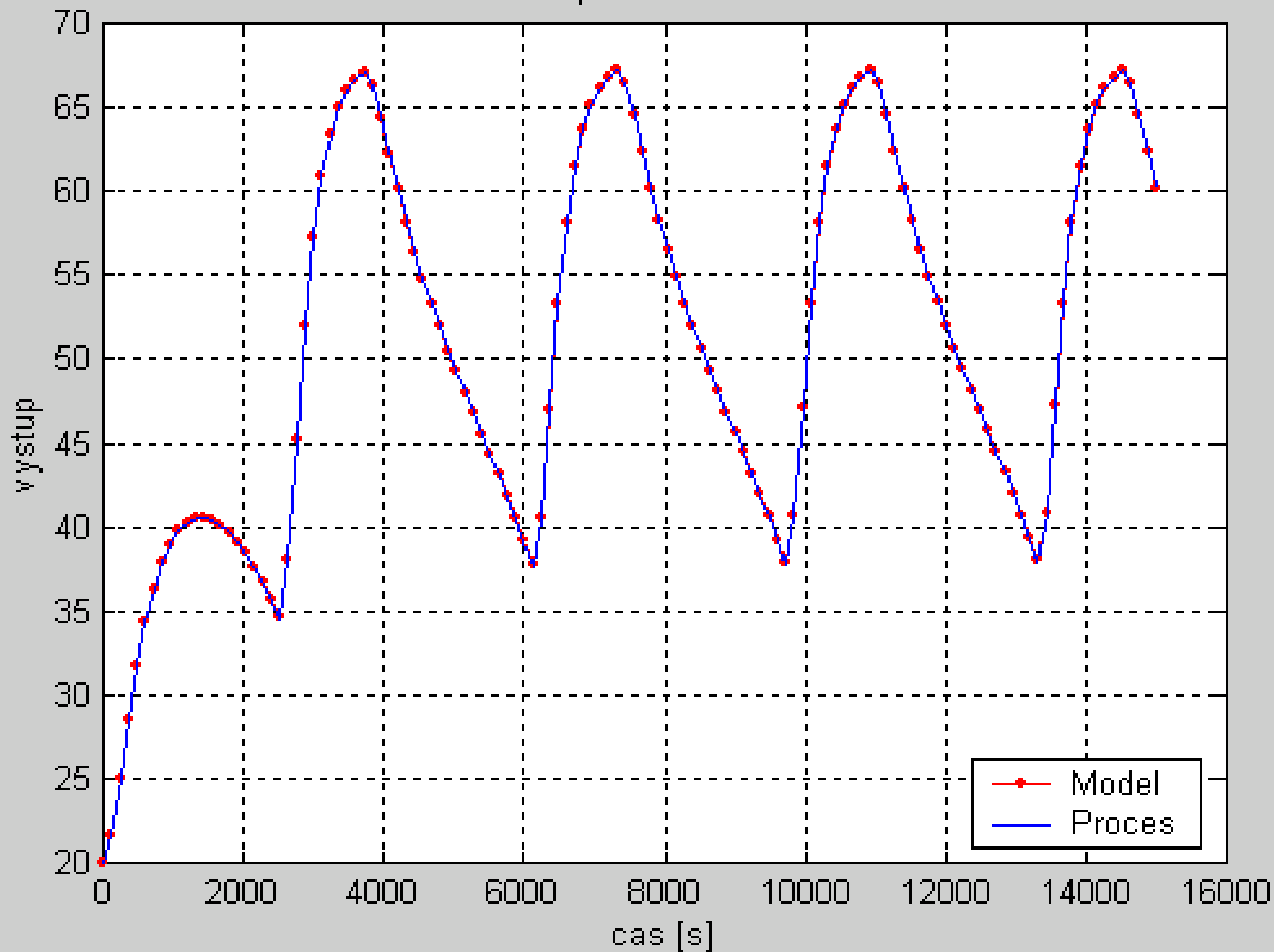


Parametre NSOAF - 8 vstupov - vstupný blok  
4 neuróny aktivačné funkcie : Legendrove  
polynómy

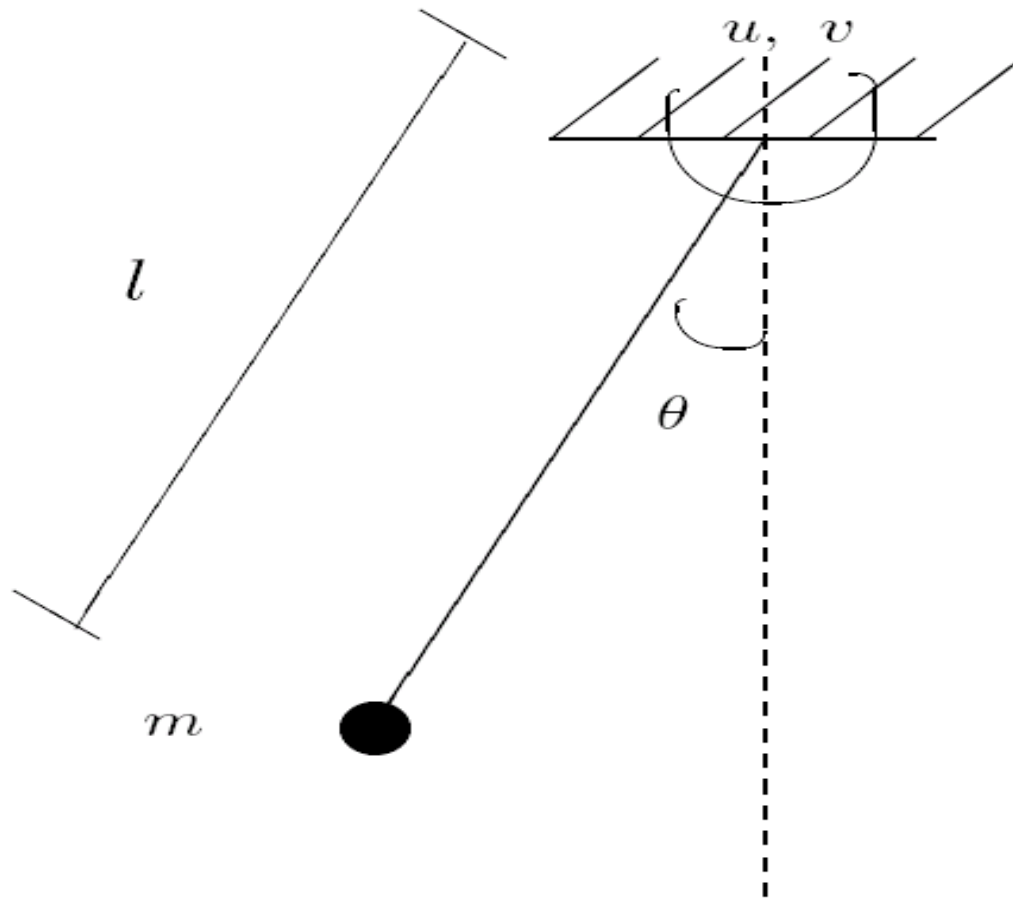
Porovnanie pre TRENOVACIE data



Porovnanie pre TESTOVACIE data



# Príklad 1 Jednoduchý manipulátor



$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta - \frac{v}{ml^2} \dot{\theta} + \frac{1}{ml^2} u$$



## Príklad 1

## Model manipulátora

$$x_1 = \theta, \quad x_2 = \dot{\theta}$$

$$m = 2$$

$$v = 6 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

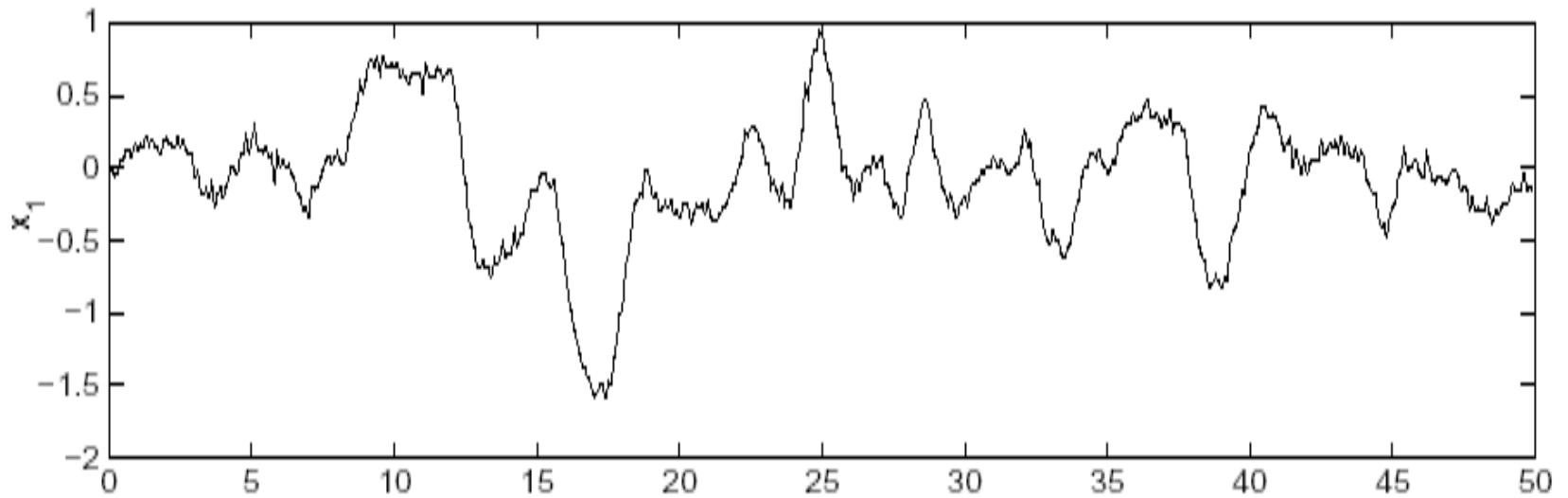
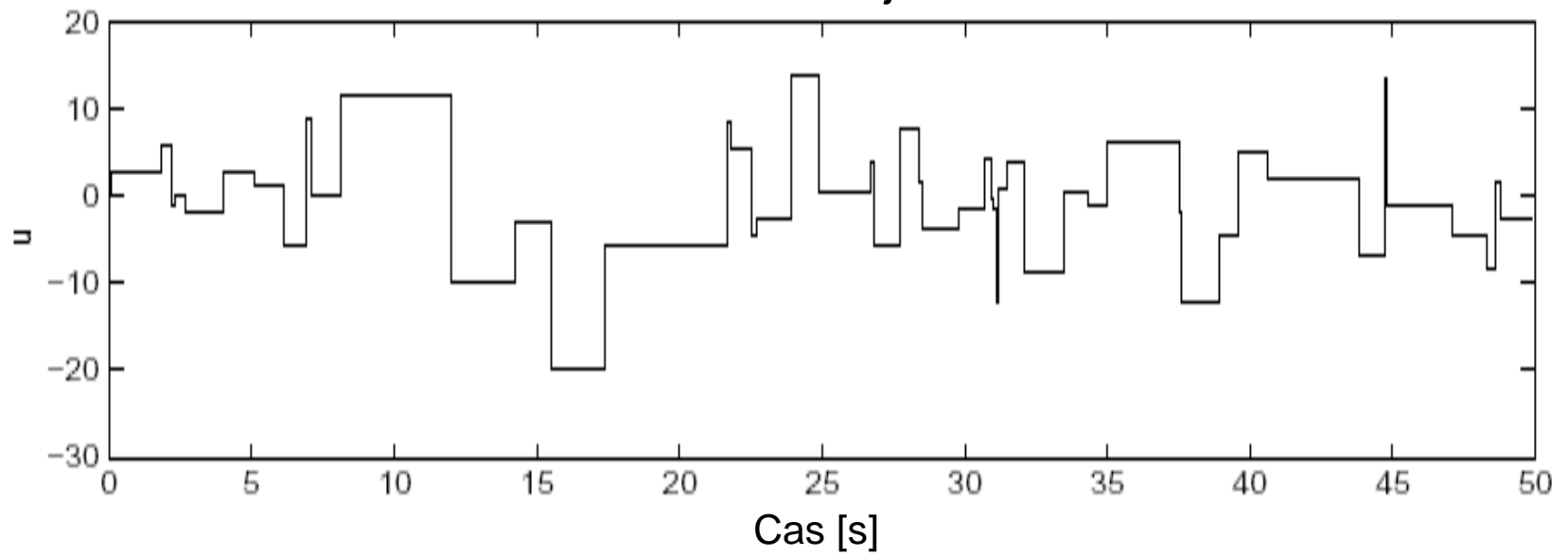
$$l = 1 \text{ m}$$

---

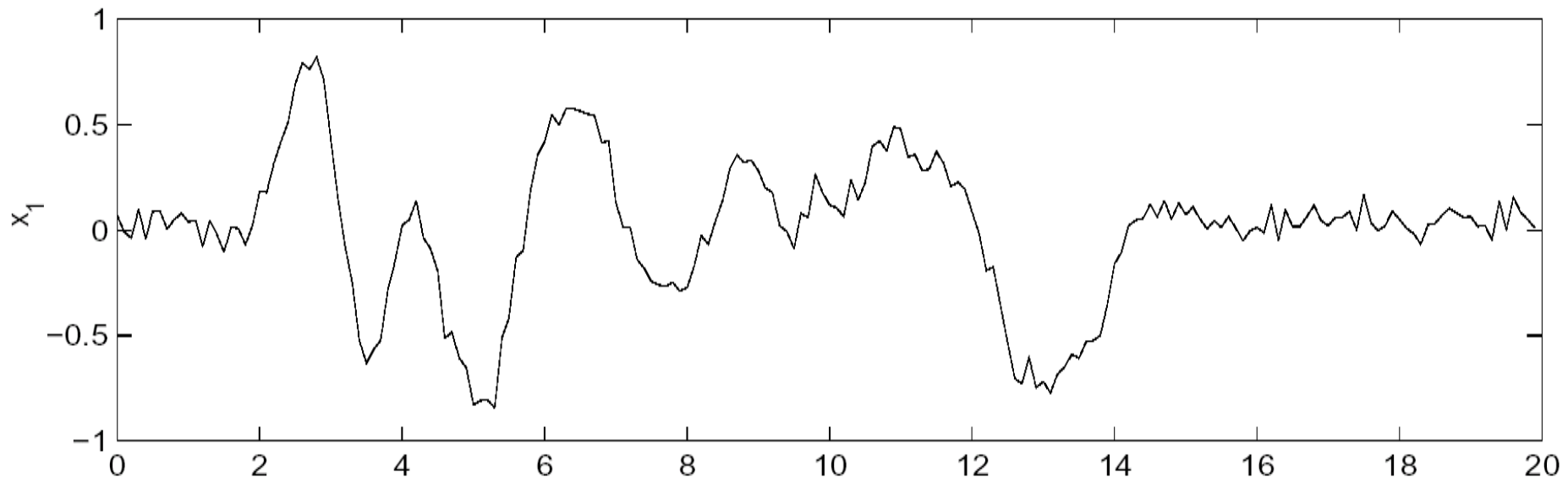
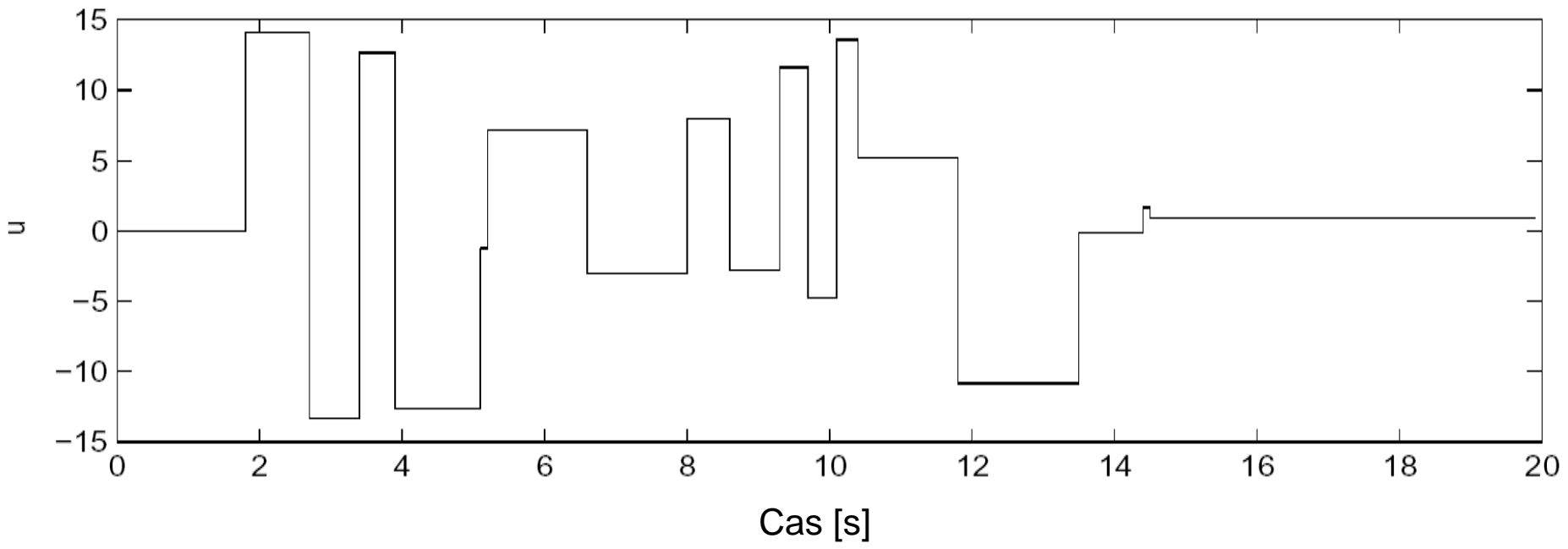
$$\dot{x}_1 = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2 = -9.8 \sin x_1 - 3x_2 + 0.5u$$

## Trenovacie udaje



# Testovacie udaje



Koniec II