METÓDA OPTIMÁLNEHO MODULU

Autori: R.C. Oldenburg, H. Sartorius

Vychádza z predpokladu: $\boxed{G_{Y/W}(s)=\dfrac{Y(s)}{W(s)}=\dfrac{G_0(s)}{1+G_0(s)}=1}$ (1)

$\Rightarrow$ platí $y(t)=w(t)$ pre $\forall t$

- s cieľom priblížiť sa platnosti rovnice (1) $\cong$ **frekvenčná nezávislosť URO** $\Rightarrow$ vynechané fázové pomery: $\boxed{\left|G_{Y/W}(j\omega)\right|^2=M^2(\omega)=M(\omega).M(-\omega)=1}$ (2)

  kvadrát modulu frekvenčnej funkcie URO

  - po zavedení označenia: $G_0(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)$ (3), pre rovnicu (2) platí:

$$M^2(\omega)=\left|\frac{G_0(j\omega)}{1+G_0(j\omega)}\right|^2=\left|\frac{U+jV}{1+U+jV}\right|^2=\frac{U^2+V^2}{1+2U+U^2+V^2}=1 \qquad (4)$$

- rovnica (4) platí ak $\boxed{1+2U=0}$ (5)
- z (5) $\Rightarrow$ $\boxed{\mathrm{Re}\{G_0(j\omega)\}=U(\omega)=-\dfrac{1}{2}}$ (6)

- podmienke (6) sa približuje frekvenčná charakteristika otvoreného obvodu s astatizmom prvého rádu
- Procedúru určovania optimálnych hodnôt parametrov r_0, r_{-1}, r_1 PID regulátora zjednodušíme ak prenosovú funkciu regulovaného procesu uvažujeme v tvare:

Proces: $G_p(s)=K\dfrac{M(s)}{N(s)}=\dfrac{K}{N(s)/M(s)}=\dfrac{K}{1+a_1s+a_2s^2+\ldots}$ (7)

$$G_0(j\omega)=G_R(j\omega).G_p(j\omega)=\frac{K\left[r_0+j(r_1\omega-r_{-1}/\omega)\right]}{1-a_2\omega^2+a_4\omega^4-\ldots+j(a_1\omega-a_3\omega^3+\ldots)} \qquad (8)$$

- komplexný výraz (8) rozdelíme na $U(a)$ a $V(a)$;

$$\mathrm{Re}\left(G_0(j\omega)\right)=U(\omega)=-\frac{1}{2}\Rightarrow$$

$$K(r_0-a_1r_{-1})+K(r_1a_1+a_3r_{-1}-r_0a_2)\omega^2+K(r_0a_4-r_1a_3-r_{-1}a_5)\omega^4+\ldots= \qquad (9)$$
$$=-0,5[1+(a_1{}^2-2a_2)\omega^2+(a_2{}^2+2a_4-2a_1a_3)\omega^4+\ldots]$$

- Porovnaním koeficientov pri rovnakých mocninách ω rovnice (9) dostaneme SLR v maticovom tvare

PID: $$\begin{bmatrix} a_1 & -1 & 0 \\ a_3 & -a_2 & a_1 \\ a_5 & -a_4 & a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^{\,2} + 2a_2 \\ a_2^{\,2} - 2a_1a_3 + 2a_4 \end{bmatrix} \tag{10}$$

PI: $$\begin{bmatrix} a_1 & -1 \\ a_3 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{-1} \\ r_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{bmatrix} 1 \\ -a_1^{\,2} + 2a_2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

PD: $$\begin{bmatrix} -a_2 & a_1 \\ -a_4 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2K} \begin{bmatrix} -a_1^{\,2} + 2a_2 \\ a_2^{\,2} - 2a_1a_3 + 2a_4 \end{bmatrix} \tag{12}$$

I: $$r_{-1} = \frac{1}{2K}\frac{1}{a_1} \tag{13}$$

MOM – ak prenosová funkcia procesu má dopravné oneskorenie $e^{-T_D s}$

- Prenosová funkcia procesu má tvar

$$G_p(s) = K \frac{\prod_{j=1}^{m} (T_j s + 1)}{\prod_{i=1}^{n} (T_i s + 1)} e^{-T_D s} \tag{14}$$

- Pomocou časových konštánt T_i a T_j a T_D vyčíslime pomocné parametre P_k $k = 1, \ldots, n$

$$\boxed{P_k = \sum_{i=1}^{n} T_i^{\,k} - \sum_{j=1}^{m} T_j^{\,k} + T_D \delta_k} \quad k = 1, \ldots, n \tag{15}$$

Kde $\delta_k = 1$ pre $k = 1$; $\delta_k = 0$ pre $k \neq 1$

- vzťah medzi koeficientmi a_i a p_k udávajú Newtonove vzorce:

$$\boxed{\sum_{i=0}^{k-1} (-1)^{k-i} a_i p_{k-i} + k a_k = 0} \quad a_0 = 1, k = 1, 2, \ldots, n \qquad (16) \Rightarrow$$

$\Longrightarrow$ nové koef. pr.: $$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = p_1 \\ a_2 = (p_1^{\,2} - p_2)/2 \\ a_3 = (p_1^{\,3} - 3p_1p_2 + 2p_3)/6 \\ a_4 = (p_1^{\,4} - 6p_1^{\,2}p_2 + 8p_1p_3 + 3p_2^{\,2} - 6p_4)/24 \\ a_5 = (p_1^{\,5} - 10p_1^{\,3}p_2 + 20p_1^{\,2}p_3 + p_1p_2^{\,2} - 30p_1p_4 - 20p_2p_3 + 24p_5)/120 \end{cases}$$

Aplikácia na procesy s dopravným oneskorením

Použiť maticový tvar → MOM - A