

Fyzikální pohled na nastavování parametrů PID regulátorů metodou Zieglera a Nicholse

Petr Pivoňka

Príspevek je venován šedesátému výročí publikace tzv. první metody Zieglera a Nicholse (metoda ZN, viz [1]). Jde o metodu od jejího zveřejnění až dodnes velmi často používanou pro porovnání s jinými metodami nastavování regulátorů v mezinárodních časopisech, v konferenčních příspěvcích, diplomových i doktorských pracích apod. Bohužel zejména v současné době vesměs nelze tato porovnání pokládat za korektní, protože při přechodu na diskretní tvar PID regulátoru nebývá respektována řada podmínek, což ve svém důsledku, při použití originálních hodnot parametrů pro nastavení regulátoru podle metody ZN, způsobí podstatné zhoršení dynamických vlastností diskretní cestou provedeného regulátoru oproti regulátoru realizovanému jako čistě spojité. Příspěvek rekapituluje metodu ZN, na základě frekvenční analýzy objasňuje fyzikální pohled na její podstatu a navrhuje jednoduchou modifikaci pravidel pro nově vzniklé požadavky na seřízení regulátorů.

1. Úvod

První metoda ZN představuje zřejmě nejrychlejší způsob, jak vhodně nastavit PID regulátor. Stanovuje hodnoty parametrů regulátoru z tzv. kritického bodu frekvenční charakteristiky, ve kterém je určeno kritické zesílení K_{KRIT} a perioda kritických kmitů T_{KRIT} . Mezi nejčastější námitky, se kterými se lze setkat při použití metody ZN, patří:

- metoda nemá fyzikální základ,
- metoda je empirická,
- odezva na změnu žádané hodnoty je příliš kmitavá,
- první překmit bývá příliš velký.

Je zajímavé, že sami autoři se nepokusili o jakékoliv teoretické objasnění své metody a metoda sama dodnes zřejmě nebyla teoreticky objasněna. Z historického hlediska je zajímavá obecnější platnost navržených pravidel, přičemž se zásadním způsobem změnily nejen řízené technologické procesy a zařízení, ale i řídicí (regulační) systémy a jejich prvky. Zásadní změny ve způsobu realizace regulátorů přinesla postupná náhrada pneumatických (elektromechanických) regulátorů elektronkovými, elektronickými a nakonec regulátory s mikroprocesory. Z akčních členů uvedme zejména výkonové zesilovače, u nichž byly eliminovány velké časové konstanty.

Autoři metody na základě mnoha experimentů stanovili pravidla pro seřízení regulačního obvodu s P, PI a PID regulátorem. Za optimální regulační pochod považovali odezvu na skokovou změnu žádané hodnoty se třemi až čtyřmi viditelnými překmity. Počátkem padesátých let bylo dokázáno, že se toto nastavení blíží optimálnímu, uvažuje-li se jako kritérium minimální kvadratická regulační plocha.

V současné době se stále ještě v mnoha technologických procesech seřízení na tři viditelné překmity používá. Z nejsložitějších uvedme např. tepelné elektrárny. U mnoha dalších procesů se však v současnosti dává

přednost nastavení s minimem překmitů a často se vyskytuje požadavek na průběh přechodového děje bez překmitu. Vzhledem k rozličným požadavkům nelze očekávat, že se ve všech případech vystačí s jednotným nastavením regulátoru. V každém návrhu regulátoru je zabudován jistý prvek heuristiky. První optimální regulátory s kvadratickým kritériem regulační plochy měly kmitavější odezvu. Proto byla do kritéria dodatečně zavedena také penalizace akčního zásahu a v současnosti jsou zavedeny penalizační matice, kterými je ovlivňován výpočet parametrů regulátoru a v důsledku je tak optimalizován přechodový děj. Prvky matic mají své zákonitosti a jsou nastavovány experimentálně.

Protože výsledné chování regulátoru s parametry originálně nastavenými metodou ZN může být výrazně zhoršeno jeho nekorektní diskretní realizací, zejména použitím tzv. PSD (proporcionálně-sumačně-derivačního) regulátoru s relativně dlouhou periodou vzorkování bez filtrace derivační složky regulátoru, je další výklad založen na předpokladu čistě spojité realizace regulátoru.

Existuje mnoho prací věnovaných zhodnocení nebo modifikacím metod ZN. V české literatuře zasluhují pozornost zejména práce z poslední doby využívající autotuner [2], popř. věnované nastavování pomocí tzv. druhé metody ZN, založené na přechodové charakteristice soustavy ([3], [4]). Oba tyto přístupy vyžadují dodatečné matematické postupy, popř. další nástroje pro seřízení regulátoru.

Jestliže není metoda ZN brána za dogma, tj. připouštějí se odchylky od originálních experimentálně určených hodnot jednotlivých parametrů regulátoru, pak při správné realizovaném spojitým PID regulátoru vede dále uvedený postup obvykle po několika málo pokusech k nalezení vyhovující dynamiky regulace. Je-li požadován regulační pochod bez překmitu, použije se varianta I-PD. Metoda ZN může být použita i při výskytu některých nelinearit v regulační smyčce.

2. Realizace PID regulátoru

Základní „knižní“ rovnice PID regulátoru je v [1] dána vztahem

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (1)$$

kde

K je zesílení regulátoru,

T_I integrační konstanta regulátoru,

T_D derivační konstanta regulátoru,

$e(t)$ regulační odchylka, tj. rozdíl mezi požadovanou hodnotou výstupní veličiny z procesu $w(t)$ a její skutečnou hodnotou $y(t)$: $e(t) = w(t) - y(t)$,

$u(t)$ výstupní signál z regulátoru (akční zásah).

Je potřeba zdůraznit, že z [1] vyplývá, že parametrům regulátoru je od počátku přiřazen fyzikální význam ve smyslu rovnice (1): zesílení K odpovídá přirozené proporcionální akci regulátoru, integrační konstanta T_I byla zavedena z důvodu potlačení trvalé ustálené odchylky a derivační složka regulátoru s derivační časovou konstantou T_D zrychluje přechodový děj a zlepšuje stabilitu regulačního obvodu.

Je tedy zavádějíci a nevhodné postupovat tak, že se jednotlivé členy trojčlenu v závorce na pravé straně rovnice (1) vynásobí K , provedou se substituce $K/T_I = K_I$ a $KT_D = K_D$, takto získaným součinitelům K_I a K_D se přiřadí fyzikální významy integrační, popř. derivační konstanty a poté se s nimi při nastavování regulátoru takto pracuje. I s takovou nesprávnou interpretací, která ve své podstatě ztěžuje manuální nastavování regulátoru, se lze v praxi občas setkat.

Zároveň ale jsou v [1] konstatovány některé nevýhodné vlastnosti související s integrační konstantou: zhoršuje stabilitu regulačního obvodu a prodlužuje periodu kmitů (zpomaluje regulační pochod). Derivační složka zlepšuje stabilitu a zkracuje periodu kmitů, tj. zrychluje a zlepšuje přechodový děj – toto tvrzení však platí jen do jisté meze.

K tomuto výkladu z pohledu fyziky není ani v současnosti (s výjimkou realizace derivační části regulátoru) potřeba nic dodávat. Příliš velká derivační konstanta může vlastnosti regulačního obvodu zhoršit především v aplikacích s vyšší úrovní šumu, což platí zejména pro elektronické obvody. Protože regulátory z doby Zieglera a Nicholse byly založeny převážně na elektromechanickém, hydraulickém či pneumatickém principu, nemohla být, z fyzikální podstaty, derivační část reali-

zována jako ideální derivace a musela být zatížena realizační konstantou, která se obvykle neuváděla. V současnosti je zejména v Evropě oblíbená varianta rovnice (1) podle [5]

$$F_R(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{N s + 1} \right) \quad (2)$$

kde $F_R(s)$ je přenosová funkce PID regulátoru a parametr N omezuje zesílení na vyšších frekvencích. Fyzikální význam časové konstanty T_I/N spočívá v tom, že N/T_D je frekvence zlomu, ve které se amplitudová charakteristika přenosu derivační složky v logaritmických souřadnicích láme z +20 dB/dekádu na 0 dB/dekádu (frekvence za zlomem již nejsou zesilovány). Hodnota N se volí v rozsahu 3 až 20. Je zřejmé, že velikost N výrazně ovlivňuje amplitudu derivační části regulátoru, proto se někdy také nazývá zesilovací činitel. Menší hodnota N se volí v případě vyšší úrovně rušivých signálů v regulačním obvodu.

Vlastní původní nastavení PID regulátoru podle metody ZN se realizuje s modelem regulované soustavy, nebo lépe – pokud to technologický proces dovolí – přímo na skutečné regulované soustavě (zohlední se tak případně nelinearity). Použije se PID regulátor v uzavřeném regulačním obvodu se zápornou zpětnou vazbou. Vyřadí se integrační a derivační složka regulátoru a postupně se zvětšuje zesílení K regulátoru tak dlouho, dokud se na výstupu soustavy (modelu) neobjeví ustálené kmity, jejichž amplituda se nemění. Nastavenému zesílení K pak odpovídá hodnota K_{KRIT} a doba periody kmitů v obvodu je T_{KRIT} . Z K_{KRIT} a T_{KRIT} se pak podle [1] určí hodnoty parametrů regulátoru použitím vztahů uvedených v tab. 1.

Tab. 1. Doporučené nastavení parametrů regulátorů podle [1]

Typ regulátoru	K	T_I	T_D
PID	$0,6K_{KRIT}$	$0,5T_{KRIT}$	$0,125T_{KRIT}$
PI	$0,45K_{KRIT}$	$0,83T_{KRIT}$	–
P	$0,5K_{KRIT}$	–	–

V případě, že se z technologických důvodů nesmí regulovaná soustava rozkmitat, je možné z průběhu tlumených kmitů určit periodu, která sice bude o něco delší než perioda stanovená původním postupem podle metody ZN, pro daný účel však vyhovující. Potom je třeba změnit zesílení regulátoru tak, aby přechodový děj byl více, popř. méně kmitavý. Z poměru amplitud při původním seřízení a po změně je možné alespoň přibližně vypočítat K_{KRIT} . Jak bude ukázáno dále, případné chyby obou odhadů nemusí být významné.

Porovná-li se nastavení parametrů regulátoru podle tab. 1 s nastavením optimalizovaným podle integrálních kritérií, zjistí se, že

se příliš neliší (v praxi se často nastavuje přechodový děj na tři zřetelné překmity). Přesto v řadě případů je požadován málo kmitavý přechodový děj, popř. přechodový děj bez překmitu. Toho lze dosáhnout několika způsoby. Je třeba si uvědomit, že ačkoliv metoda ZN byla odvozena intuitivně, má svou fyzikální podstatu. Proto je možné považovat hodnoty parametrů získané podle tab. 1 jen za výchozí pro počáteční nastavení regulátoru a dále je podle potřeby upravovat. Je-li reálná regulovaná soustava druhého nebo prvního řádu, lze kritické hodnoty parametrů regulátoru zjistit přidáním relativně malého dopravního zpoždění. V některých případech bývá pro druhý řád v literatuře uváděno řešení přidáním členu prvního řádu s relativně malou časovou konstantou za účelem zvýšení řádu. Tyto úpravy však mají, jak bude dále ukázáno, svá úskalí a zpravidla vyžadují větší odchylky hodnot parametrů regulátoru od jejich originálního nastavení získaného metodou ZN.

Je nutné zdůraznit, že mimo zajištění požadovaného průběhu přechodového děje při změně žádané hodnoty má regulační obvod ještě další funkci, kterou je eliminace vlivu poruchy (tzv. vyregulování poruchy). Seřízení regulačního obvodu na vyhovující průběh při působení konkrétní poruchové veličiny v konkrétních bodech regulačního obvodu může být, v závislosti na místě a typu poruchy, odlišné od nastavení vyhovujícího při změně žádané hodnoty!

3. Fyzikální pohled na nastavování parametrů PID regulátoru

3.1 Obecný postup podle metody ZN

Metoda ZN původně byla empiricky odvozena na základě mnoha experimentů. Již brzy po jejím uveřejnění byly publikovány další varianty základní metody. Snahou vždy bylo dosáhnout přesnějšího nastavení regulátoru a co nejlepších průběhů regulačních pochodů pro široké třídy soustav. Výsledkem však jsou vesměs mnohem komplikovanější vztahy. Současně ale i obecně uznávané postupy, které byly odvozeny teoreticky, v sobě vždy obsahují určitý volitelný faktor víceméně empirického charakteru. Hlavní výhodou metody ZN je, že umožňuje velmi rychle určit základní nastavení parametrů regulátorů. Podle skutečného chování regulačního obvodu lze pak nastavení regulátoru upravit. Jak již bylo uvedeno, při návrhu metodou ZN se u reálného systému vychází z přenosové funkce uzavřeného obvodu a po vyřazení integrační a derivační složky PID regulátoru se experimentálně hledá takové zesílení P regulátoru, při kterém v regulačním obvodu vzniknou přibližně ustálené kmity (nalezení meze stability). Při grafickém odvození metody se vychází z přenosové funkce otevřeného obvodu $F_O(s) = F_R(s)F_S(s)$, tvořeného sériovým spojením regulátoru a soustavy. Protože pro

přenosovou funkci uzavřeného obvodu platí $F_w(s) = F_O(s)/[1 + F_O(s)]$, je pro zjištění K_{KRIT} a kritické kruhové frekvence ω_{KRIT} ($\omega_{KRIT} = 2\pi/T_{KRIT}$) určující jmenovatel přenosové funkce, který se položí rovný nule. Po transformaci přenosové funkce na frekvenční přenos se odečtou hodnoty K_{KRIT} a ω_{KRIT} v místě, kde frekvenční charakteristika otevřeného obvodu protíná fázovou charakteristiku při -180° s amplitudou 0 dB a požadovaného stavu se dosáhne změnou zesílení K regulátoru (ekvivalentem uvedeného postupu v komplexní rovině je graf $F_O(j\omega)$ při průchodu frekvenční charakteristiky $F_O(j\omega)$ bodem -1).

3.2 Nastavení P regulátoru metodou ZN

Na obr. 1 je návrh P regulátoru metodou ZN pro regulovanou soustavu popsanou přenosovou funkcí

$$F_S(s) = \frac{2}{(10s + 1)(s + 1)^2} \quad (3)$$

V grafu je zakreslena amplitudová charakteristika pro kritické zesílení $|F_{KRIT}(j\omega)|$, získaná posunutím amplitudové charakteristiky $|F_S(j\omega)|$ tak, aby skutečná charakteristika (ne pouze její asymptoty) protínala fázovou charakteristiku $\Phi(\omega)$ v kritickém bodě, pro který platí $\Phi_O(\omega) = \Phi_S(\omega) = -180^\circ$. V tomto bodě se odečte hodnota kritické frekvence, v daném případě $\omega_{KRIT} = 1,1$ rad/s, a rovněž pro tento bod se zjistí kritické zesílení K_{KRIT} jako rozdíl $|F_{KRIT}(j\omega)| - |F_S(j\omega)| = K_{KRIT} = 21,6$ dB. Takže

$$K_{KRIT} = 12,1 \quad (-)$$

$$T_{KRIT} = \frac{2\pi}{\omega_{KRIT}} = 5,7 \text{ s} \quad (4)$$

Pro přenosovou funkci P regulátoru platí $F_R(s) = 0,5K_{KRIT} = 0,5 \cdot 12,1 = 6,05$ (s použitím tab. 1) a přenosová funkce otevřeného obvodu $F_O(s)$ je

$$F_O(s) = F_R(s)F_S(s) = \frac{12,1}{(10s + 1)(s + 1)^2} \quad (5)$$

Z regulačního hlediska je nyní možné posoudit kvalitu regulačního pochodu, která závisí na velikosti fázové bezpečnosti γ . Její doporučená hodnota bývá 30 až 60°. Z grafu odečtená hodnota pro frekvenci řezu $\omega_i = 0,73$ rad/s (frekvence řezu je určena bodem, ve kterém amplitudová charakteristika $|F_O(j\omega)|$ protíná osu 0 dB) je přibližně 23° ($\gamma = \Phi_O(\omega_i) - (-180^\circ) = 180^\circ - 157^\circ = 23^\circ$), a přechodový děj tedy bude kmitavější – v tomto případě dostáváme až pět zřetelných překmitů. Bude-li zvoleno menší zesílení regulátoru, zvětší se fázová bezpečnost a omezí se kmitání, ale zpomalí se přechodový děj a zvětší se chyba v ustáleném stavu. Zmenšením zesílení na $F_R(s) = 0,25K_{KRIT}$ se získá přechodový děj s asi třemi viditelnými překmity a fázovou bezpečností přibližně 40° (fázová bezpečnost γ_{40} a tomu odpovídající frekven-

ce řezu ω_{40}). Podrobnější analýzou u různých přenosových funkcích se zjistí podobné vlastnosti. Zvýšenou kmitavost regulačního pochodu však nelze považovat za chybu metody, ale za příznak správného nastavení ve smyslu původních experimentů, kdy udržením co největší hodnoty ω_f se volí pokud možno co nejrychlejší přechodový děj i za cenu větší kmitavosti při změně žádané hodnoty. Regulační obvod s P regulátorem pracuje s trvalou chybou, která závisí na velikosti zesílení a kterou lze odstranit použitím PI nebo lépe PID regulátoru. Dynamiku systému zpomalí a trvalou ustálenou odchylku odstraní integrační složka regulátoru a derivační složka zase regulační pochod naopak zrychlí.

3.3 Nastavení PID regulátoru metodou ZN

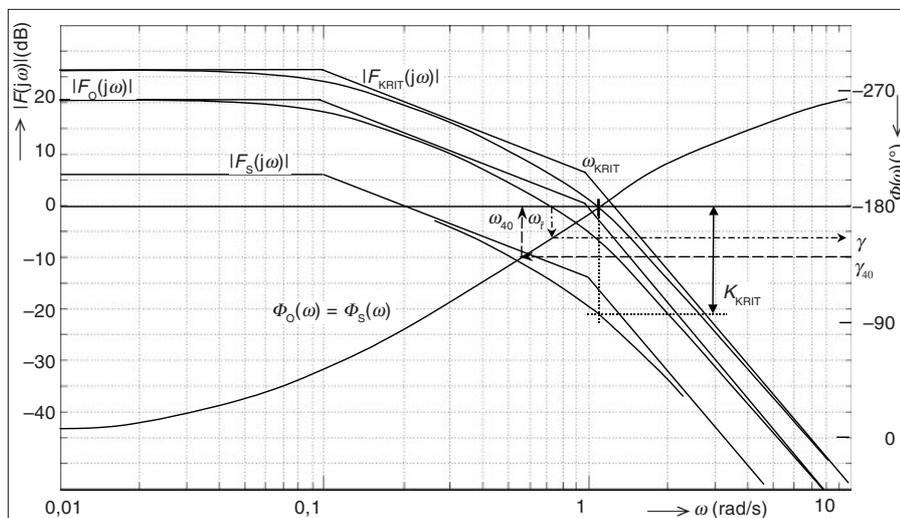
Hodnoty parametrů PID regulátoru (2) pro regulovanou soustavu popsanou přenosovou funkcí (3) určené s použitím tab. 1 jsou

$$\begin{aligned} K &= 0,6K_{KRIT} = 0,6 \cdot 12,1 = 7,26 \\ T_I &= 0,5T_{KRIT} = 0,5 \cdot 5,7 = 2,85 \text{ s} \\ T_D &= 0,125T_{KRIT} = 0,125 \cdot 5,7 = 0,712 \text{ s} \\ N &= 3 \end{aligned} \quad (6)$$

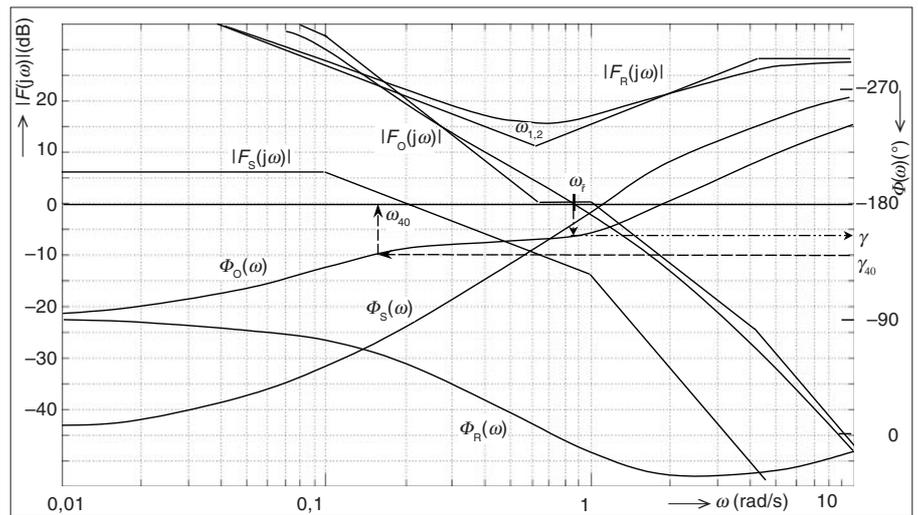
a konkrétní přenosová funkce regulátoru je

$$\begin{aligned} F_R(s) &= 7,26 \left(1 + \frac{1}{2,85s} + \frac{0,712s}{3s+1} \right) \\ &= 2,55 \frac{(2,7s^2 + 3,09s + 1)}{s(0,237s + 1)} \end{aligned} \quad (7)$$

Předpokládá-li se vyšší úroveň šumu, volí se N na dolní hranici doporučeného rozsahu. Rovnice (7) PID regulátoru ukazuje na fyzikální význam volby parametrů regulátoru podle metody ZN. Časové konstanty čitatele jsou nastaveny do tzv. dvojnásobného zlomu (z -20 na +20 dB na dekádu) frekvenční



Obr. 1. Návrh P regulátoru metodou ZN



Obr. 2. Návrh PID regulátoru metodou ZN s reálnou derivací, $N = 3$

charakteristiky regulátoru $|F_R(j\omega)|$, což znamená větší fázovou bezpečnost využitím účinku kladné fáze od derivační složky regulátoru (jde o kompromis mezi co největším přírůstkem fáze a rychlostí přechodového děje).

Dále se z obr. 2 odečte, že fázová bezpečnost pro $\omega_f = 0,91$ rad/s je $\gamma = 24^\circ$. Protože došlo k nárůstu hodnoty ω_f (oproti P regulátoru), dojde proti předešlému návrhu ke zrychlení přechodového děje. Nastavení má v tomto případě také tu zajímavou vlastnost, že i při změně zesílení v poměrně širokém rozsahu zůstává zachována přibližně stejná amplituda kmitů v systému. Z obr. 2 také vyplývá, že pokud se ponechají beze změny hodnoty časových konstant regulátoru, je pro zvýšení fázové bezpečnosti na $\gamma = 40^\circ$ při $\omega_f = 0,16$ rad/s třeba podstatně zmenšit zesílení PID regulátoru a neúnosně se zpomalí přechodový děj.

Podstata metody spočívá v nalezení ω_{KRIT} a hodnota časových konstant v čitateli přenosové funkce PID regulátoru ve dvojnásobném zlomu jeho frekvenční charakteristiky byla určena na $0,637\omega_{KRIT}$, takže

$$T_I = 0,5T_{KRIT} = 0,5 \frac{2\pi}{\omega_{KRIT}} = \frac{\pi}{\omega_{KRIT}} \quad (8)$$

$$T_D = 0,125T_{KRIT} = 0,125 \frac{2\pi}{\omega_{KRIT}} = \frac{0,25\pi}{\omega_{KRIT}}$$

Dosažením do rovnice ideálního PID regulátoru (1) se dostane hledaný výraz

$$\begin{aligned} F_R(s) &= 0,6K_{KRIT} \left(1 + \frac{1}{\frac{s\pi}{\omega_{KRIT}}} + \frac{0,25\pi}{\omega_{KRIT}} s \right) = \\ &= 0,6K_{KRIT} \left(\frac{0,25s^2\pi^2 + s\pi\omega_{KRIT} + \omega_{KRIT}^2}{s\pi\omega_{KRIT}} \right) \\ F_R(s) &= 0,191K_{KRIT}\omega_{KRIT} \cdot \\ &\frac{\left(\frac{\pi}{2\omega_{KRIT}}s + 1 \right) \left(\frac{\pi}{2\omega_{KRIT}}s + 1 \right)}{s} \end{aligned} \quad (9)$$

Rovnice PID regulátoru (9) ukazuje na fyzikální význam volby hodnot parametrů regulátoru podle metody ZN. Ta nastaví časové konstanty v čitateli frekvenční charakteristiky regulátoru (9) do dvojnásobného zlomu frekvenční charakteristiky regulátoru s frekvencí

$$\omega_{1,2} = \frac{2}{\pi} \omega_{KRIT} = 0,637\omega_{KRIT} \quad (10)$$

jako kompromis mezi co největším přírůstkem fáze a rychlostí přechodového děje.

Zesílení přenosu regulátoru bylo nastaveno na $K_R = 0,191K_{KRIT}\omega_{KRIT}$ (zajištění fázové bezpečnosti).

3.4 Nastavení PID regulátoru upravenou metodou ZN

Výhodnější než postupovat již zmíněným tradičním postupem pro potlačení kmitání je

použit jeho experimentálně zjištěnou úpravu, spočívající ve zmenšení zesílení oproti původnímu nastavení podle tab. 1 na polovinu a naopak zvětšení hodnoty T_1 až na dvojnásobek, tj. volit nastavení regulátoru podle tab. 2, zajišťující přechodový děj s jedním až

Tab. 2. Nastavení PID regulátoru s omezením kmitavého průběhu regulačního pochodu

Typ regulátoru	K	T_1	T_D
PID	$0,3K_{KRIT}$	T_{KRIT}	$0,125T_{KRIT}$
PI	$0,2K_{KRIT}$	T_{KRIT}	—
P	$0,25K_{KRIT}$	—	—

dvěma viditelnými překmity.

Nastavení parametrů PID regulátoru (2) pro regulovanou soustavu s přenosovou funkcí (3) je podle tab. 2 dáno

$$\begin{aligned}
 K &= 0,3 K_{KRIT} = 0,3 \cdot 12,1 = 3,63 \\
 T_I &= T_{KRIT} = 5,7 \text{ s} \\
 T_D &= 0,125 \cdot T_{KRIT} = 0,125 \cdot 5,7 = 0,712 \text{ s} \\
 N &= 3
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

a konkrétní přenos PID regulátoru je

$$\begin{aligned}
 F_R(s) &= 3,63 \left(1 + \frac{1}{5,7s} + \frac{0,712s}{0,712s + 1} \right) = \\
 &= 0,6368 \frac{(1,487s + 1)(4,8s + 1)}{s(0,237s + 1)}
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Z obr. 3 se odečte fázová bezpečnost pro $\omega_i = 0,571 \text{ rad/s}$, která je $\gamma = 40^\circ$. Simulací se zjistí, že překmit je v tomto případě pouze jeden. Průběh fáze přenosové funkce otevřeného obvodu (se soustavou a regulátorem, tj. $\Phi_O(\omega)$) je daleko příznivější než v předešlém případě a změnou zesílení regulátoru v poměrně širokém rozsahu je možné najít vhodnou dynamiku odezvy.

3.5 Metoda ZN při regulaci soustav s integračním charakterem odezvy

Původní metoda ZN nebyla autory ověřována na soustavách s integračním charakterem, ale lze ji na těchto soustavách použít. Rovněž v tomto případě bývá pro méně kmitavý charakter odezvy vhodnější zvolit hodnoty parametrů podle tab. 2 a popř. je ještě možné zmenšit zesílení.

3.6 Dílčí shrnutí

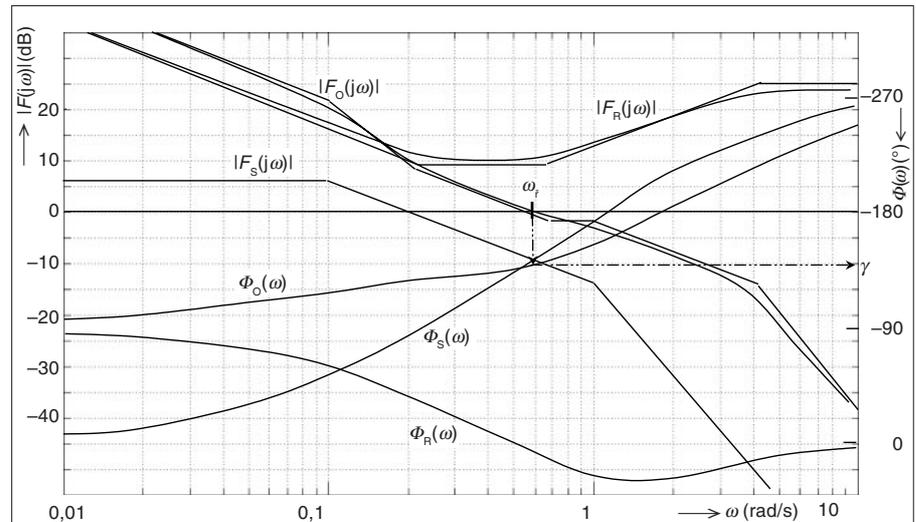
Všechny uvedené výpočty a grafy jsou pouze ilustrativní pro pochopení úpravy parametrů regulátoru navržených metodou ZN. Získané poznatky lze shrnout následovně.

Uváděné hodnoty byly autory metody ZN zřejmě určeny jako kompromis mezi co nejrychlejším přechodovým dějem a velikostí fázové bezpečnosti, která ovlivňuje kmitavost

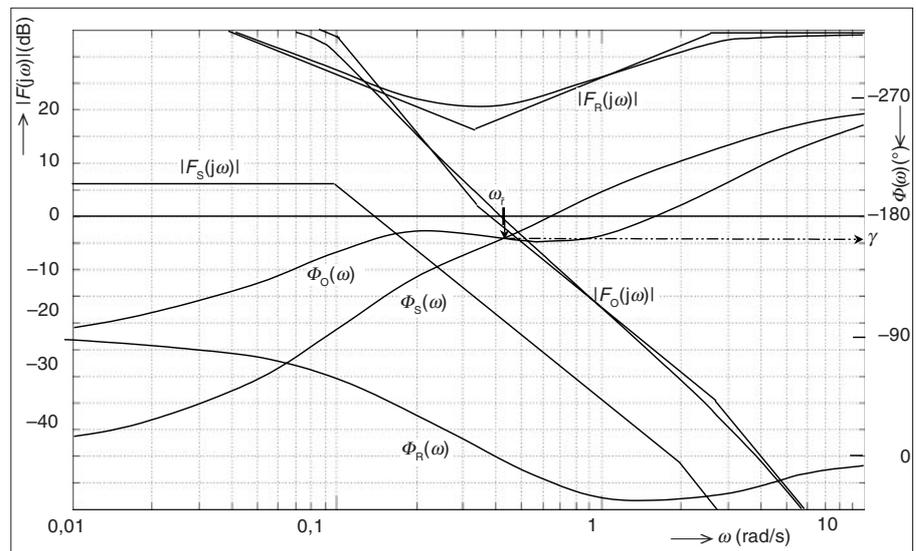
odezvy. U PID regulátoru se využívá kladný účinek vlivu fáze derivační složky regulátoru v okolí frekvence ω_i . Úprava podle tab. 2. zmenší hodnotu frekvence řezu ω_i , fáze u derivační složky regulátoru dosáhne větších hodnot a zároveň se zmenšením zesílení celkově zvětší velikost fázové bezpečnosti a tím se omezí kmitání. Hodnotu T_D sice lze v souladu s tab. 1 zvětšit na dvojnásobek, ale v praxi nebývá výhodné derivační účinek příliš zvětšovat.

Hodnoty v tab. 1 a tab. 2 je při nastavování parametrů regulátorů výhodné pokládat za možné meze. Hodnoty parametrů pak lze v daných rozpětích měnit ve snaze najít optimální nastavení. Hodnoty v tab. 2 je však

ho obvodu $F_O(j\omega)$. Zatímco na obr. 1 lze snadno v širokém rozsahu měnit velikost fázové bezpečnosti při relativně malé změně ω_i (tím dojde i k relativně malé změně dynamiky systému), podle obr. 2 je pro zajištění větší fázové bezpečnosti však třeba značně zmenšit zesílení PID regulátoru. To má za následek podstatné zpomalení dynamiky, které způsobuje poměrně široká oblast fáze otevřeného obvodu $\Phi_O(\omega)$ mezi frekvencí řezu ω_i a frekvencí ω_{40} (při které je fázová bezpečnost rovná 40°). V některých případech může na části fázové charakteristiky poblíž ω_i dokonce dojít i k opačnému sklonu fázové charakteristiky (obr. 4). Je to způsobeno nárůstem vlivu kladného účinku fáze při přechodu mezi



Obr. 3. Návrh PID regulátoru upravenou metodou ZN podle tab. 2



Obr. 4. Návrh PID regulátoru metodou ZN pro proces s přenosovou funkcí (13)

možné v konkrétních případech ještě překročit, zejména při kompenzování vlivu nelinearity při požadavku přechodového děje bez překmitu apod.

Klíčovou úlohu při fyzikálním pohledu na návrh metodou ZN má vzájemná poloha fázové a amplitudové charakteristiky otevře-

integrační a derivační částí PID regulátoru, který působí proti zvětšování záporného účinku fáze soustavy. Vzniklý stav řeší např. [8] tak, že zmenší pouze zesílení P regulátoru na polovinu. U soustav vyšších řádů se stejnou časovou konstantou nebo s dopravním zpožděním může tato úprava postačovat, ale

v případě různých časových konstant může nastat jen nepatrné zlepšení (viz obr. 2). Zásadního zlepšení se dosáhne nastavením parametrů regulátoru podle tab. 2, kde prodloužení T_1 na dvojnásobek způsobí posun fáze PID regulátoru do oblasti, ve které je omezen vliv na zakřivení fázové charakteristiky otevřeného obvodu (obr. 3). Důsledkem je podstatné omezení kmitavosti uzavřeného obvodu při změně žádané hodnoty.

4. Kdy a proč metoda ZN selhává

Především, má-li být možné vypočítat kritické zesílení, musí být regulovaná soustava vyššího než druhého řádu, nebo v ní musí být obsaženo jisté dopravní zpoždění. Ovšem i při přenosových funkcích třetího a vyššího řádu může návrh selhat.

Předpokládejme přenosovou funkci soustavy

$$F_S(s) = \frac{2}{(10s+1)^2(0,5s+1)} \quad (13)$$

Experimentem nebo z obr. 4 se zjistí hodnoty $K_{KRIT} = 21$; $T_{KRIT} = 10$ s. Hodnoty parametrů PI regulátoru podle tab. 1 nebo tab. 2 nelze použít, protože regulační obvod je nestabilní. Podle tab. 1 se stanoví hodnoty parametrů PID regulátoru. Z obr. 4. se snadno zjistí malá fázová bezpečnost, která se navíc při zmenšování zesílení paradoxně dále zmenšuje. Regulační obvod sice bude s takto zvolenými parametry regulátoru stabilní, ale v praxi nepoužitelný. Klíčovou veličinou rozhodující o použitelnosti první metody ZN při návrhu parametrů PID regulátoru je poměr mezi třemi největšími časovými konstantami regulované soustavy nebo modelu. Je-li poměr mezi největší a nejmenší časovou konstantou v rámci třech největších konstant větší než 12 (v daném případě je hodnota 20), dochází k neúměrnému růstu K_{KRIT} a ω_{KRIT} . Pro procesy s integračním charakterem odezvy je kritickou veličinou poměr mezi první největší a následující časovou konstantou (následkem trvalého posunu fáze o -90°). Čím je tento poměr větší, tím více se může zvětšovat K_{KRIT} a ω_{KRIT} a zkracuje se perioda kmitů. Fyzikálně to znamená, že fáze pro dvě největší časové konstanty se sice blíží k hodnotě -180° , ale vzhledem k malé následující časové konstantě dosáhne této hodnoty až při podstatně větší frekvenci.

Shora uvedené úvahy platí pro případ, že přenosová funkce či regulovaná soustava neobsahuje dopravní zpoždění. V případě přítomnosti dopravního zpoždění nemusí (podle poměru jeho velikosti k časovým konstantám) k popisovanému jevu dojít. Těto skutečnosti využijeme v následující úvaze.

Rovnice (13) může odpovídat reálné regulované soustavě. Potom nejsnazší cestou, jak tento problém řešit při volbě hodnot parametrů regulátoru, je zařadit do regulátoru jisté dopravní zpoždění (které se stejně bude v případném diskretním regulátoru použít

k řízení reálného procesu vyskytovat vlivem periody vzorkování). V případě, že přenosová funkce je aproximací reálného systému, je možné upravit poměr mezi druhou a třetí časovou konstantou tak, aby nebyl větší než 10. Po určení K_{KRIT} a ω_{KRIT} se dopravní zpoždění odstraní či se vrátí nazpět původní hodnoty konstant v modelu. Uvedený postup však vyžaduje jistou zkušenost a zejména technický cit a nelze jej obecně doporučit.

5. Požadavek na aperiodický přechodový děj v regulačním obvodu

Při použití hodnot parametrů regulátoru podle původního nastavení metodou ZN je sice přechodový děj kmitavější, ale poruchová veličina bývá vyregulována v podstatě velmi dobře. Do jisté míry lze velikost prvního překmitu ovlivnit úpravou hodnot parametrů regulátoru, ale může přitom dojít ke zpomalení přechodového děje a ke zhoršení dynamiky při reakci na poruchovou veličinu. V literatuře se uvádí, že nastavení parametrů PID regulátoru metodou ZN je optimalizováno na vyregulování poruchové veličiny. Zásadní vliv na omezení nebo vyloučení překmitu při změně žádané hodnoty mají regulátory typu PI-D, I-PD nebo u PI regulátoru regulátor I-P (viz dále), popř. filtrace průběhu žádané hodnoty. Tím přibývá další stupeň volnosti a nastavení parametrů PID regulátoru pak může být optimalizováno na působení poruch v regulační smyčce. Požadovaná dynamika odezvy na změnu žádané hodnoty se zajistí nastavením parametrů filtru nebo změnou struktury PID regulátoru.

Při filtraci žádané hodnoty se používá filtr s přenosem

$$F_i(s) = \frac{W(s)}{W_F(s)} = \frac{1 + \alpha T_1(s)}{1 + T_1(s)} = \frac{1}{1 + T_1(s)} + \frac{\alpha T_1(s)}{1 + T_1(s)} \quad (14)$$

Výstup filtru je žádanou hodnotou v regulačním obvodu. V podstatě se jedná o kombinaci setrvačného členu a derivačního členu se setrvačným členem. Konstanta T_1 se s výhodou volí jako součet $T_1 = T_1 + T_D$ a parametr $\alpha \in [0; 1)$ ovlivňuje velikost překmitu. Úprava se používá v případě, kdy nechceme měnit strukturu PID regulátoru.

Regulátor v literatuře někdy nazývaný jako PI-D regulátor popisuje rovnice

$$U(s) = K \left\{ W(s) - Y(s) + \frac{1}{T_1 s} [W(s) - Y(s)] - \frac{T_D s}{N s + 1} Y(s) \right\} \quad (15)$$

Do derivační složky PI-D regulátoru nevstupuje žádaná hodnota. Úpravou je překmit výstupní veličiny při změně velikosti žá-

dané hodnoty omezen, ale nebývá zcela eliminován. Dalšího omezení nárůstu akčního zásahu se dosáhne vyražením žádané hodnoty z proporcionální větve

$$U(s) = K \left\{ -Y(s) + \frac{1}{T_1 s} [W(s) - Y(s)] - \frac{T_D s}{N s + 1} Y(s) \right\} \quad (16)$$

Takový regulátor bývá označován jako I-PD. Integrační složka musí zůstat v přímém vyhodnocení odchylky. Použitím tohoto algoritmu se dále omezí náhlé změny akčního zásahu při změnách žádané hodnoty a zároveň je vhodným nastavením parametrů možné vyloučit překmit při změně žádané hodnoty – viz příklady v [7]. V tomto případě dojde k podstatnému omezení kmitání systému při změně žádané hodnoty i v případě použití originálního nastavení ZN.

Následující úpravou rovnice (15) s použitím koeficientu β se získá možnost plynule ovlivňovat odezvu regulační smyčky při změně žádané hodnoty

$$U(s) = K \left\{ \beta W(s) - Y(s) + \frac{1}{T_1 s} [W(s) - Y(s)] - \frac{T_D s}{N s + 1} Y(s) \right\} \quad (17)$$

Parametry T_1 , T_D , K a N umožňují seřadit regulátor optimálně z hlediska působení poruchových veličin. Parametr β , jehož vhodná velikost je $\beta \in [0; 1]$, optimalizuje odezvu uzavřeného obvodu z hlediska změny žádané hodnoty a určuje v krajních hodnotách intervalu volbu regulátoru I-PD a PI-D.

Podobnou úpravu pro omezení překmitu u PI regulátoru popisuje následující rovnice pro výstup I-P regulátoru, kde u proporcionální složky může být žádaná hodnota vyřazena z vyhodnocení podobně jako je tomu u I-PD regulátoru

$$U(s) = K \left\{ \beta W(s) - Y(s) + \frac{1}{T_1 s} [W(s) - Y(s)] \right\} \quad (18)$$

PI regulátor se používá u procesů, u nichž z technologických důvodů bývá omezen trend přírůstu akčního zásahu, nebo v případě silně zašuměného signálu. Regulátor mívá velký překmit, který se potlačí úpravou podle (18). Důsledkem použití (18) však často bývá nutnost podstatněji změnit hodnoty parametrů regulátoru oproti původnímu nastavení podle tabulek.

6. Závěr

První metoda Zieglera a Nicholse je zřejmě nejrychlejší metodou nastavení PID regulátoru, je-li možné ji na daném typu procesu (řízené soustavy) realizovat. Přestože je na ni v odborných kruzích často pohlíženo skepticky, jen obtížně se na reálných procesech v praxi při použití jiných metod dosáhne výrazně lepších výsledků. Navíc přistupují implementační problémy složitých heterogenních algoritmů a jejich ověřování. Příspěvek má za cíl přinést nové pohledy na šedesát let starou metodu. Lze se domnívat, že i přes její stáří ji lze označovat za moderní metodu řízení, protože stále nebyla ve své jednoduchosti a univerzálnosti překonána.

Poděkování: Práce, o nichž příspěvek referuje, byly podpořeny Grantovou agenturou České republiky v rámci grantu GAČR

102/01/1485 Prostředí pro vývoj, modelování a aplikaci heterogenních systémů a ministerstvem školství v rámci projektu MSM 260000013 Automatizace technologií a výrobních procesů.

Literatura:

- [1] ZIEGLER, J. G. – NICHOLS, N. B.: *Optimum Settings for Automatic Controllers*. In: Proceedings of ASME, 1942, s. 759-765.
- [2] SCHLEGEL, M.: *Exaktní revize Zieglerovy-Nicholsovy frekvenční metody*. Automatizace, 43, 2000, č. 12, s. 813-819.
- [3] KLÁN, P.: *Moderní metody nastavení PID regulátorů, Část I: Procesy s přechodovou charakteristikou typu „S“*. Automa, 6, 2000, č. 9, s. 54-57.
- [4] KLÁN, P.: *Moderní metody nastavení PID regulátorů, Část II: Integrační procesy*. Automa, 7, 2001, č. 1, s. 52-54.
- [5] ASTRÖM, K. J. – WITTENMARK, B.: *Computer-Controlled Systems*. London, Prentice-Hall Inc. 1997.
- [6] VAVŘÍN, P. – JURA, P.: *Systémy, procesy a signály II*. Skriptum VUT. PC-DIR, Brno, 1996.
- [7] PIVOŇKA, P.: *Návrh a realizace standardních PID a PSD regulátorů*. Automatizace, 41, 1998, č. 2, 4, 5, s. P11-P19.
- [8] SEBORG, D. E. – EDGAR, T. F. – MELLICHAMP, D. A.: *Process Dynamics and Control*. N.Y., John Wiley and Sons 1989.

Lektoroval prof. Ing. Jiří Bíla, DrSc.

prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.,
Ústav automatizace a měřicí techniky,
Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií,
Vysoké učení technické v Brně
(pivonka@feec.vutbr.cz)