PID regulátory s ohraničením riadiaceho zásahu

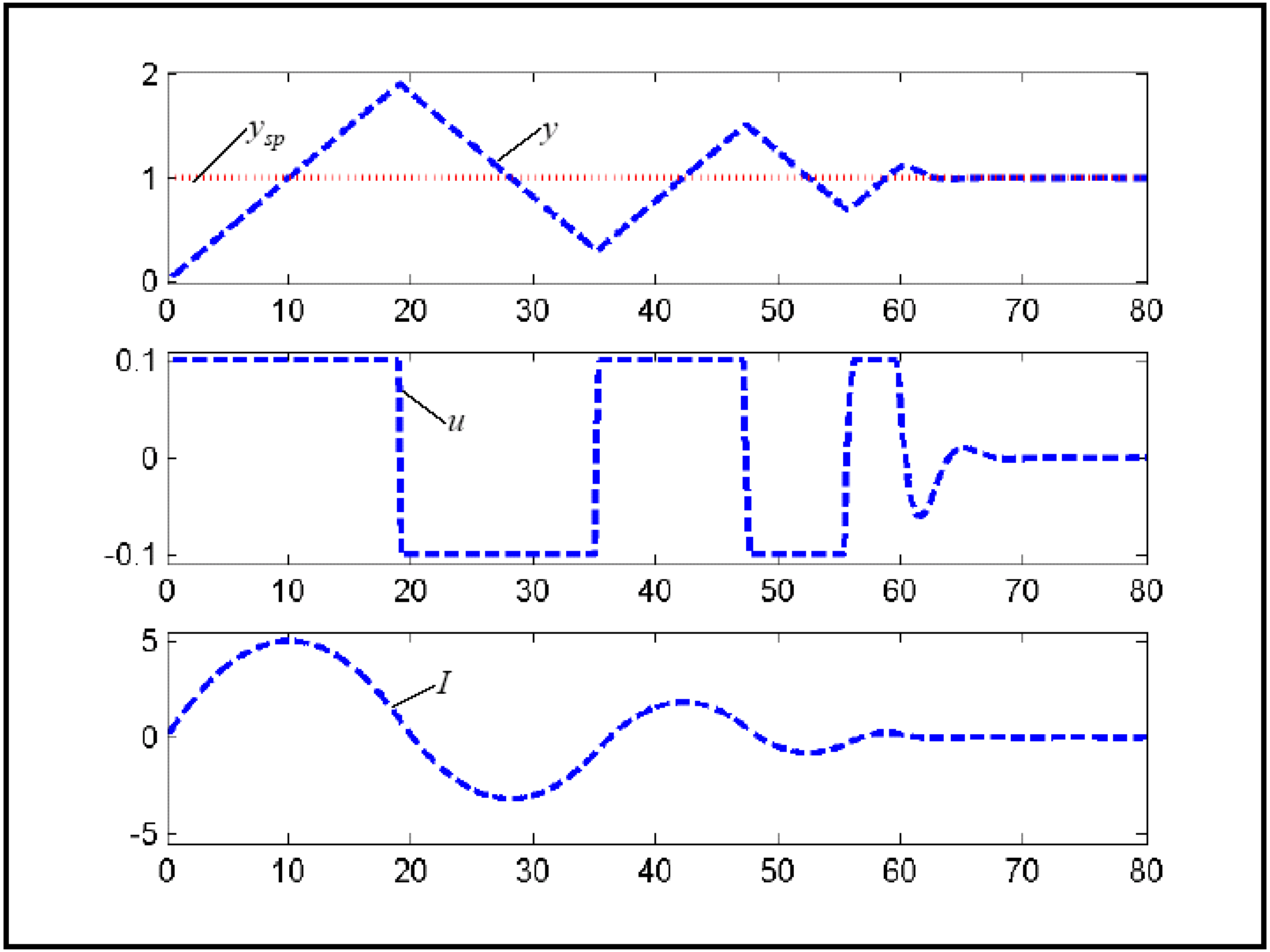
Reálne priemyselné procesy - regulátor - diskrétne algoritmy výpočet riadiacich zásahov, ktoré sa nemôžu z technického hľadiska realizovať (obmedzenia prietoku, tlakov, teplôt a pod.).

- Ak sú hodnoty regulačnej odchýlky relatívne veľké, dochádza k situácii, že riadiaci zásah nemôže ďalej rásť, ale drží sa na hornej maximálnej hranici.

- Algoritmom vypočítaný akčný zásah sa líši od skutočného akčného zásahu, ktorý realizuje akčný člen.

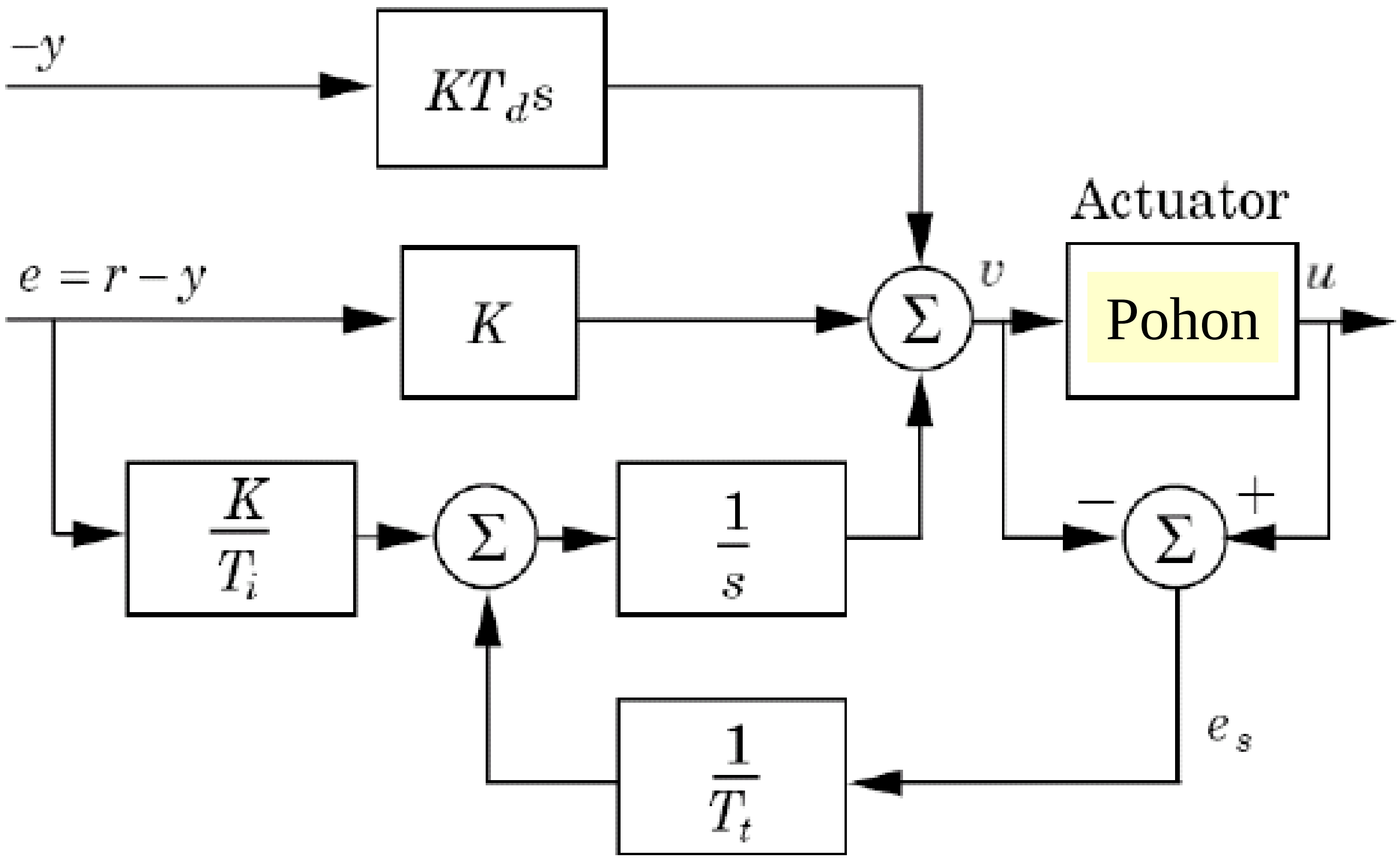
- Z pôvodne lineárneho obvodu sa stáva nelineárny obvod (nelinearita-obmedzenie výstupu akčného člena), čím dochádza k neriadenému chovaniu v regulačnom obvode.

- Tento jav sa označuje v teórii automatického riadenia "windup-om".
- Pri použití diskrétneho PSD regulátora, integračná zložka v rekurentnom algoritme je neustále v činnosti (aj po nadobudnutí riadiaceho zásahu hodnoty nasýtenia), čím môže vzniknúť v obvode veľké preregulovanie a zároveň sa predĺži doba regulácie.



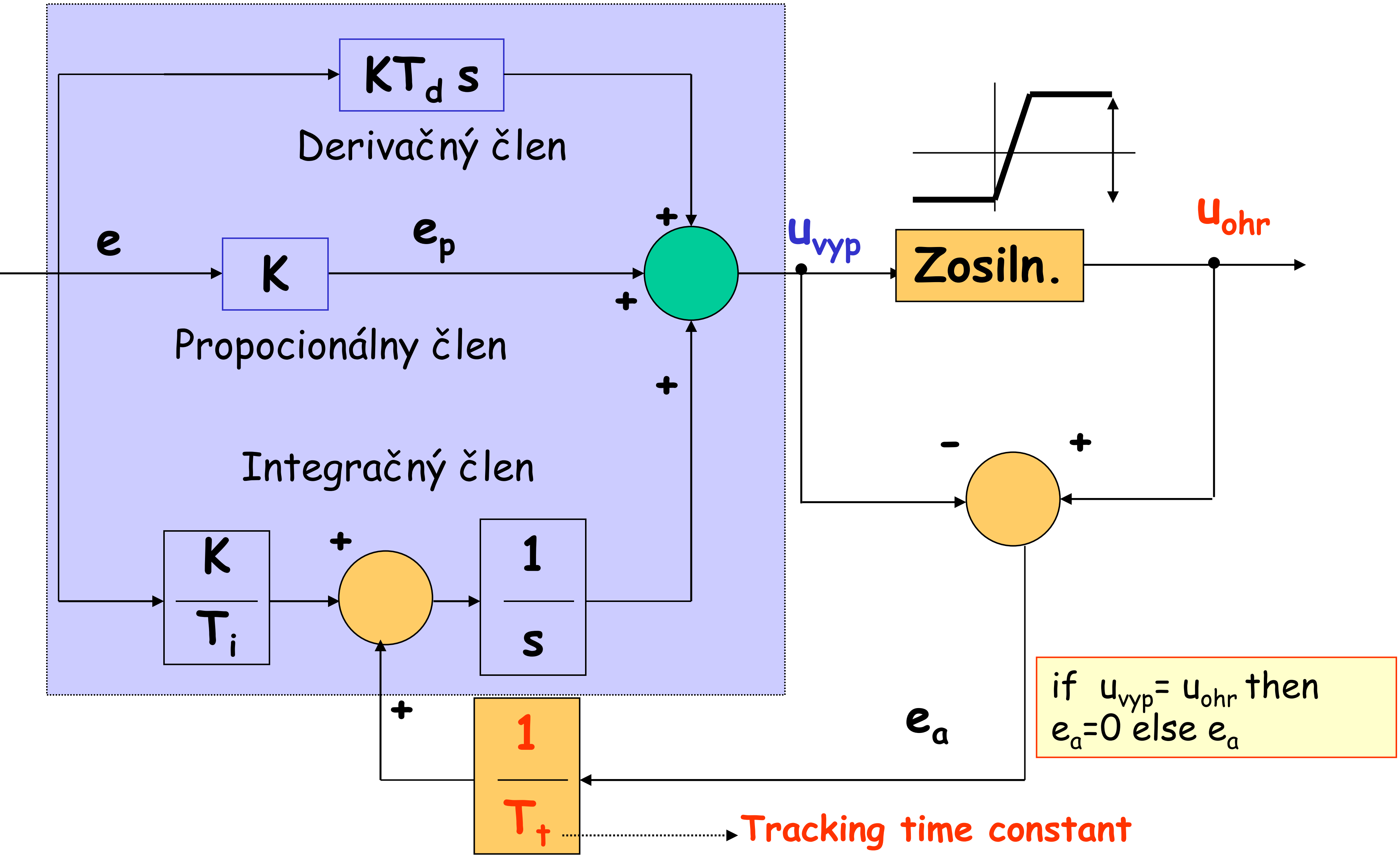
y_{sp}=(w=r). *Setpoint (refer. Premenná)*

Časové priebehy neohraničeného riad, procesu

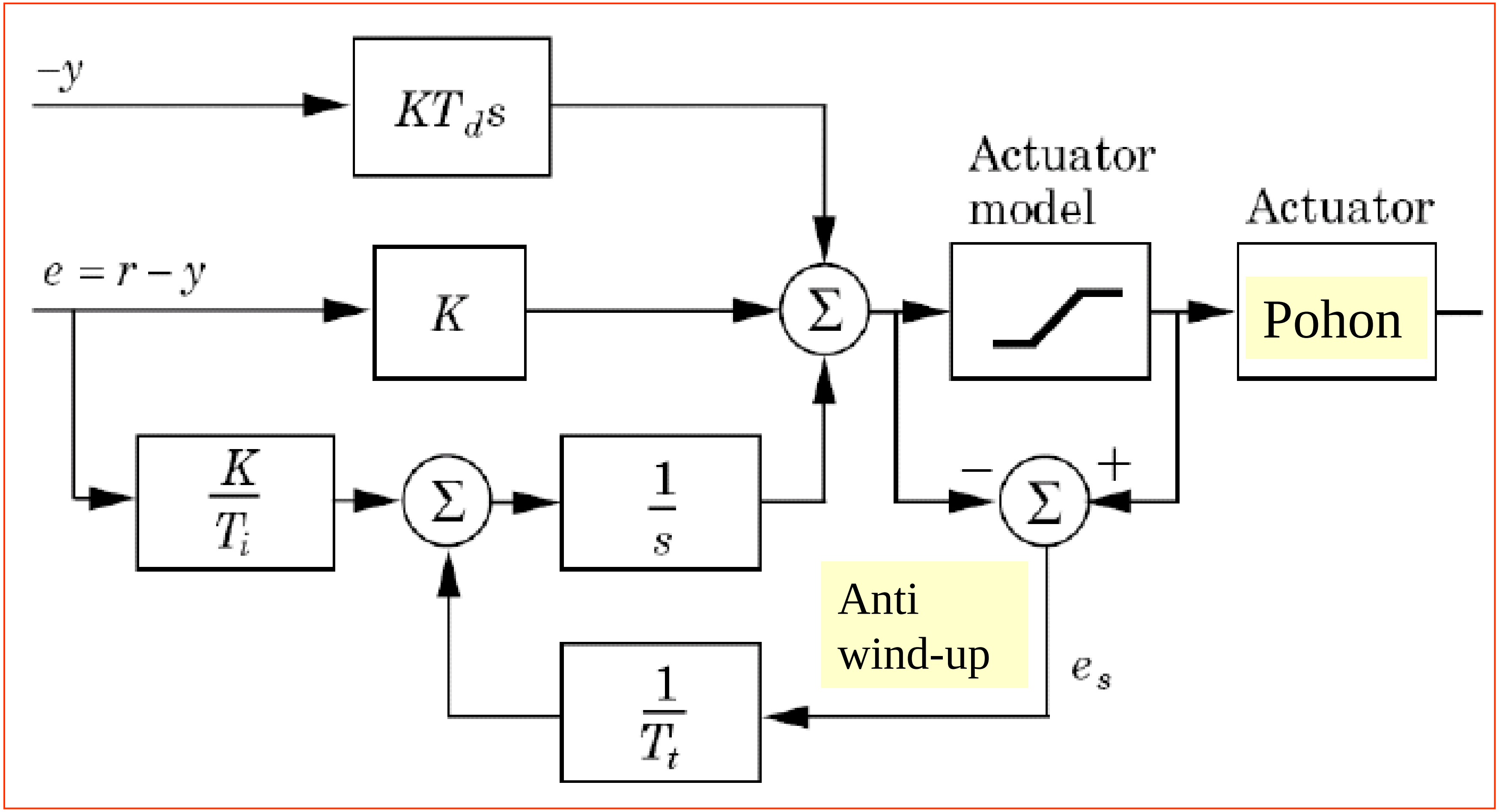


Základná bloková schéma odstránenia windup-u (výstup z aktuátora je meraný)

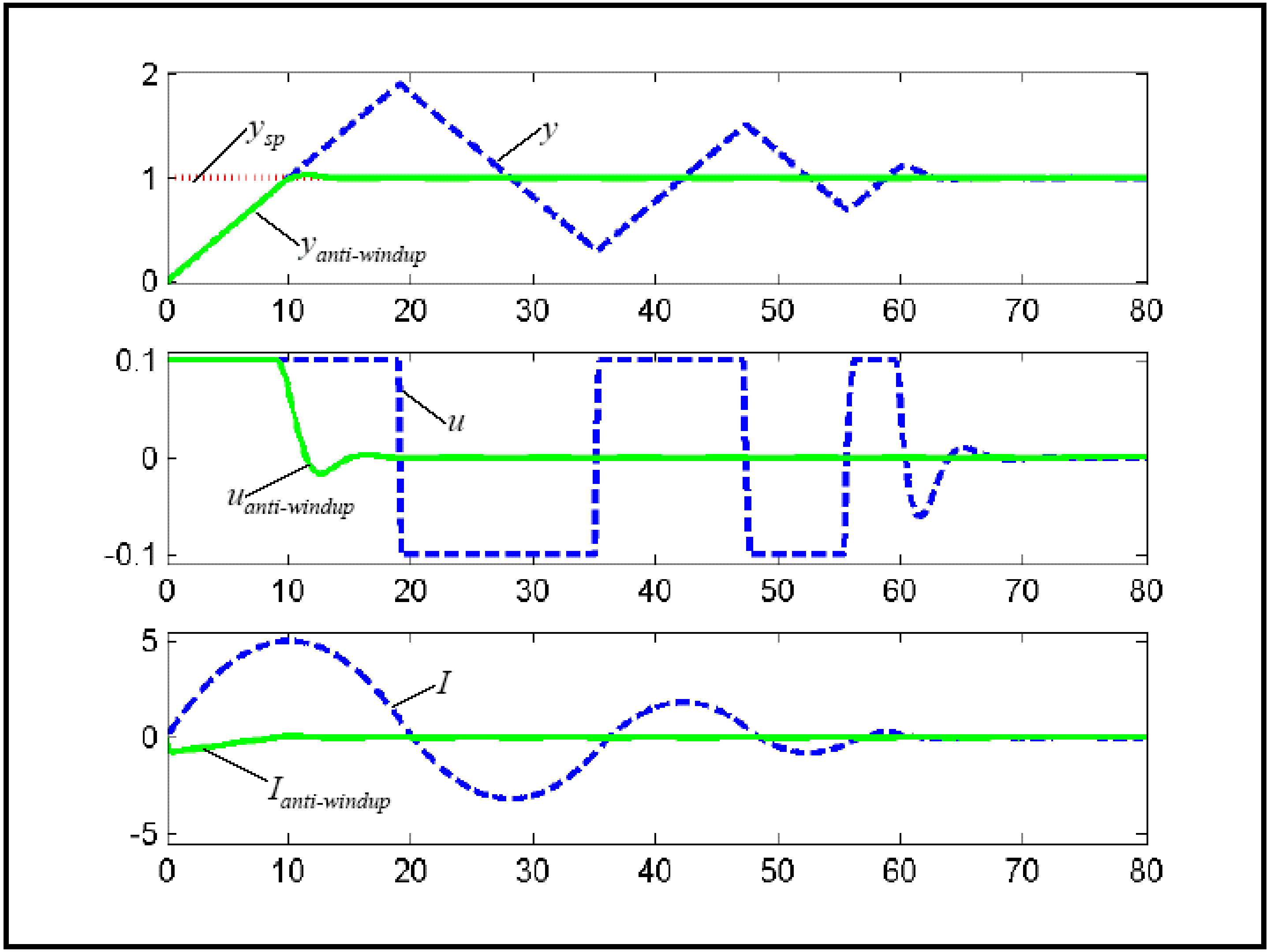
PID algoritmus regulácie s obmedzením riadiaceho zásahu

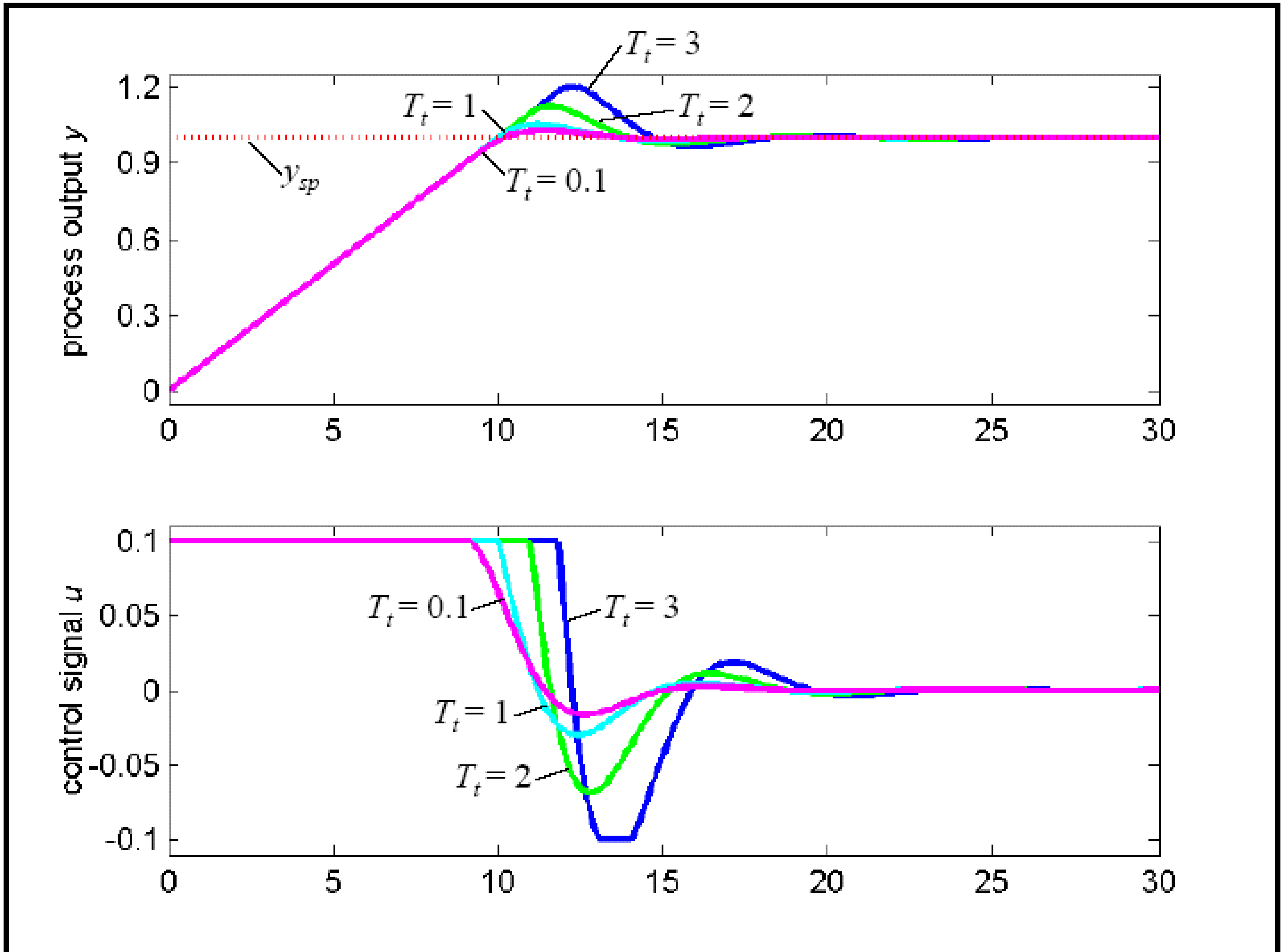


PID controller with antireset windup scheme

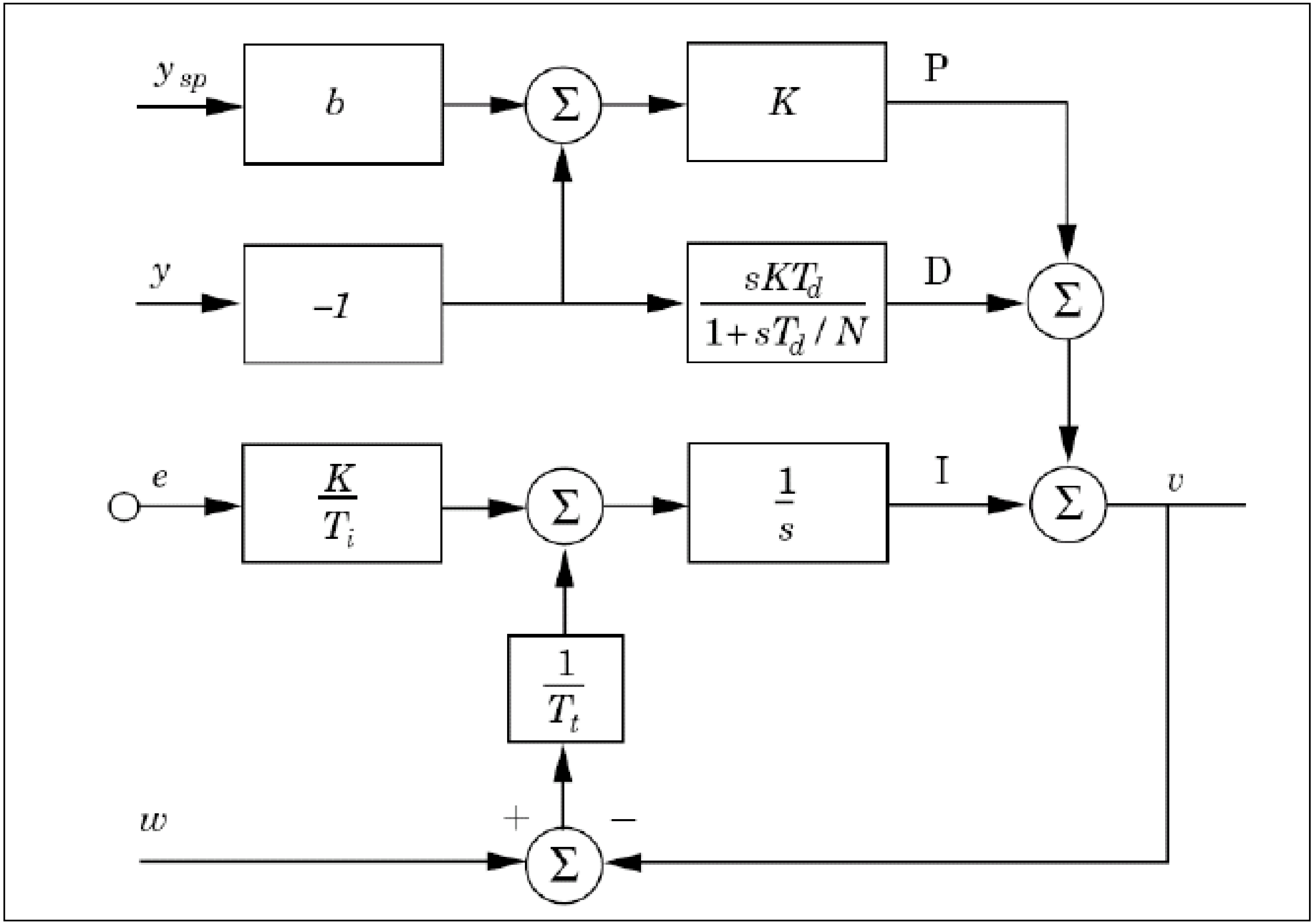


Modifikovaná bloková schéma odstránenia windup-u (výstup z akuátora je odhadovaný z matematického modelu)


2
1
0
0
10
20
30
40
50
60
70
80
y_{sp}
y
$y_{anti\text{-}windup}$
0.1
0
-0.1
0
10
20
30
40
50
60
70
80
u
$u_{anti\text{-}windup}$
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
60
70
80
I
$I_{anti\text{-}windup}$



$T_t = 3$
$T_t = 1$
$T_t = 2$
$T_t = 0.1$
y_{sp}
process output y
1.2
0.9
0.6
0.3
0
0
5
10
15
20
25
30
control signal u
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
$T_t = 0.1$
$T_t = 3$
$T_t = 1$
$T_t = 2$
0
5
10
15
20
25
30



Modifikovaná bloková schéma odstránenia windup-u (problém sledovania)

„Neohraničený“ algoritmus diskrétneho PID regulátora

$$G_R(z) = \frac{K\left[(1+c_d) + (c_i - 2c_d - 1)z^{-1} + c_d z^{-2}\right]}{1 - z^{-1}} =$$

$$= K\left[1 + c_i \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} + c_d(1 - z^{-1})\right] = \frac{U(z)}{E(Z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$$c_d = \frac{T_d}{T}$$

$$c_i = \frac{T}{T_i}$$

(Pidohr1)

$$u_p(k) = Ke(k) = (q_0 - q_2)e(k)$$

$$u_i(k) = u_i(k-1) + Kc_i e(k-1) = u_i(k-1) + (q_0 + q_1 + q_2)\, e(k-1)$$

$$u_d(k) = Kc_d e(k) - K\,c_d e(k-1) \;=\; q_2\left[e(k) - e(k-1)\right]$$

$$u(k) = \mathrm{u_p}(\mathrm{k}) + \mathrm{u_i}(k) + u_d(k)$$

Za týmto účelom je potrebné modifikovať riadiaci zásah a upraviť PSD algoritmus (Pidohr1)

$$u(k) = u_p(k) + u_i(k) + u_d(k)$$

Existuje niekoľko spôsobov, ako tento problém riešiť.

1.Nulovanie integračnej zložky ak

$u(k) = u_{\max}$ **alebo** $u(k) = u_{\min}$ **potom** $c_i = 0$ **alebo** $e(k-1) = 0$

Tento spôsob je vhodný vtedy ak vypočítaná hodnota u(k) pomerne dobre súhlasí so skutočnou hodnotou akčného zásahu.

POZ. U pohonov s polohovou spätnou väzbou je opísaný spôsob často používaný.

2. Podmienková integrácia sa realizuje iba v prípade ak

$$|e(k)| < e_{\max}$$

Ak akčný člen predstavuje motor (krokový motor), potom algoritmus určenia riadiaceho zásahu je v rýchlostnom tvare:

$$u(k) = q_o e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

kde

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$$

Prenos motora je zahrnutý do prenosu regulátora a sám reprezentuje integračnú zložku regulátora.

V takomto prípade nastáva vysporiadanie sa s nežiadúcim efektom, pretože fyzikálne nie je možné, aby regulátor v integračnej zložke prekročil svoje vlastné obmedzenie veľkosti akčného zásahu.

Modifikácia algoritmu PID regulátora s ohraničením riadiaceho zásahu

Opis PID v stavovom priestore:

$$x(k+1) = Ax(k) + Be(k)$$
$$u(\mathrm{k}) = Cx(\mathrm{k}) + De(\mathrm{k})$$

neohraničený

$A(2\times 2), x \in R^2, u \in R^1$
$B(2\times 1),\quad C(1\times 2),\quad D(1)$

$$x_M(k+1) = Ax_M(k) + Be_M(k)$$
$$u_M(k) = Cx_M(k) + De_M(k)$$

ohraničený

$$u_M(\mathrm{k}) = Cx_M(\mathrm{k}) + De_M(\mathrm{k})$$

-

$$u(k) = Cx_M(k) + De(k)$$

$$\frac{u_M(k) - u(k)}{D} + e(k) = e_M(k)$$

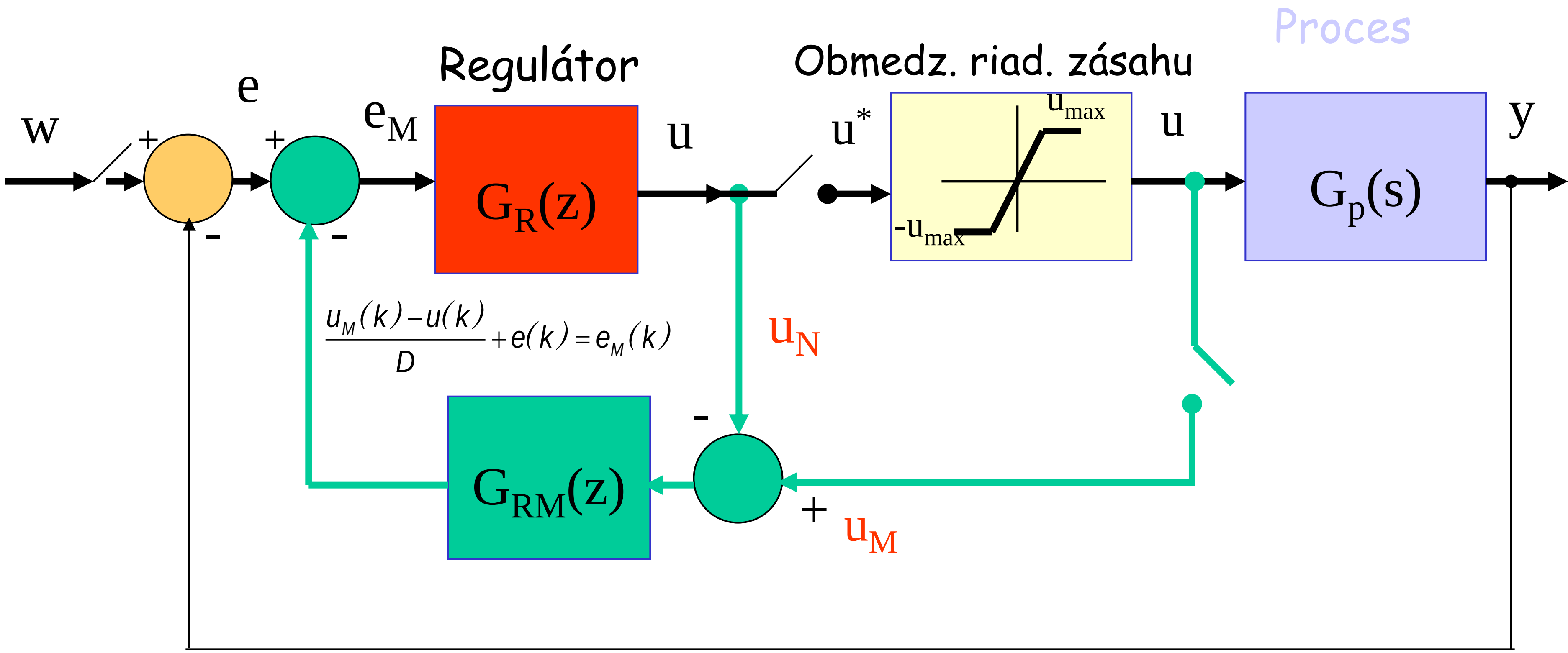
$$X(z) = (zI - A)^{-1} BE(z)$$

$$U(z) = CX(z) + DE(z) =$$
$$= C(zI - A)^{-1} BE(z) + DE(z) =$$
$$= \left[C(zI - A)^{-1} B + D\right] E(z)$$

$$G_R = C(zI - A)^{-1} B + D = \frac{U(z)}{E(z)}$$

$$\lim_{\mathrm{z}\to\infty} \mathrm{G_R(z)} = \mathrm{D}$$

$$G_R(z) = C(zI - A)^{-1}B + D = \frac{U(z)}{E(z)}$$



$$G_R(z) = \frac{U_N(z)}{E(z)} = K\left[1 + c_i\frac{1}{1 - z^{-1}} + c_d(1 - z^{-1})\right] = K_p + K_i\frac{1}{1 - z^{-1}} + K_d(1 - z^{-1})$$

$$\lim_{z\to\infty} G_R(z) = D$$

$$\lim_{z\to\infty} G_R(z) = K_p + K_i + K_d = G_R(\infty) = D$$

$$G_{RM}(z) = \frac{1}{G_R(\infty)} = \frac{1}{D}$$

$$X_M(z)=(zI-A)^{-1}BE_M(z)$$

$$U(z)=CX_M(z)+DE(z)=C(zI-A)^{-1}BE_M(z)+DE(z)=$$
$$=C(zI-A)^{-1}B\left[\frac{U_M(z)-U(z)}{D}+E(z)\right]+DE(z)=$$
$$=\left[C(zI-A)^{-1}B+D\right]E(z)+\frac{C(zI-A)^{-1}B}{D}\left[U_M(z)-U(z)\right]=$$
$$=G_R(z)\left\{E(z)+\frac{G_R(z)-D}{D}\left[U_M(z)-U(z)\right]\right\}=$$
$$=G_R(z)\left\{E(z)-\left[\frac{1}{G_R(\infty)}-\frac{1}{G_R(z)}\right]\left[U(z)-U_M(z)\right]\right\}$$

$$\mathrm{G_{RM}}(z)=\frac{U(z)}{U_M(z)}=\frac{\mathrm{G_{RM}}(\infty)}{\mathrm{G_R}(z)}+1$$

$$e(k)\rightarrow e(k-1)$$

$$u_N(k)=u_N(k-1)+K\left[e(k)-e(k-1)\right]+K\frac{T}{T_i}e(k)+K\frac{T_d}{T}\left[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)\right]=$$
$$=u(k-1)+K_p\left[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)\right]+K_ie(k)+K_d\left[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)\right]$$

Vstupno-výstupný opis diskrétneho PID regulátora

$$K_p = K \qquad c_i = \frac{T}{T_i} \qquad K_i = c_i K \qquad c_d = \frac{T}{T_d} \qquad K_d = c_d K$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e(k)$$

$$u_N(k) = \begin{bmatrix} K_d & K_i - K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + (K_p + K_i + K_d) e(k)$$

kde u_N označuje neohraničený riadiaci zásah

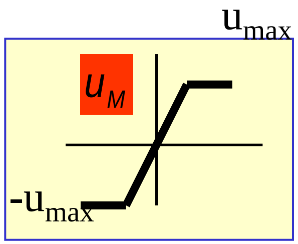
$$X(z) = (zI - A)^{-1} B E(z) \qquad u_N(k) = \begin{bmatrix} K_d & K_i - K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + (K_p + K_i + K_d) e(k)$$

$$G_R(z) = \frac{U_N(z)}{E(z)} = K\left[1 + c_i \frac{1}{1 - z^{-1}} + c_d (1 - z^{-1})\right] = K_p + K_i \frac{1}{1 - z^{-1}} + K_d (1 - z^{-1})$$

$$\lim_{z \to \infty} G_R(z) = K_p + K_i + K_d = G_R(\infty)$$

Pri obmedzení riadiaceho zásahu

$$u_M(k) = \begin{cases} u_{MAX}, & ak \;\; u(k) > u_{MAX} \\ u(k), & ak \;\; -u_{MAX} \le u(k) \le u_{MAX} \\ -u_{MAX}, & ak \;\; u(k) < -u_{MAX} \end{cases}$$



$$G_R(z) = \frac{U_N(z)}{E(z)}$$

$$U(z) = G_R(z)\left[E(z) - \left(\frac{1}{G_R(\infty)} - \frac{1}{G_R(z)}\right)\left(U(z) - U_M(z)\right)\right] =$$

$$= U_N(z) - \left[\frac{K_p + K_i \dfrac{1}{1-z^{-1}} + K_d\left(1-z^{-1}\right)}{K_p + K_i + K_d} - 1\right] \cdot \left[U(z) - U_M(z)\right] =$$

$$= U_N(z) - \left[\frac{K_p\left(1-z^{-1}\right) + K_i + K_d\left(1-z^{-1}\right)^2 - \left(K_p + K_i + K_d\right)\left(1-z^{-1}\right)}{\left(K_p + K_i + K_d\right)\left(1-z^{-1}\right)}\right] \cdot \left[U(z) - U_M(z)\right] =$$

$$= U_N(z) - \frac{1}{\left(K_p + K_i + K_d\right)} \cdot \left(K_i \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} - K_d z^{-1}\right) \cdot \left[U(z) - U_M(z)\right]$$

$$U(z)=G_R(z)\left[E(z)-\frac{1}{G_R(\infty)}-\frac{1}{G_R(z)}\left(U(z)-U_M(z)\right)\right]=$$

$$=U_N(z)-\left[\frac{K_p+K_i\dfrac{1}{1-z^{-1}}+K_d\left(1-z^{-1}\right)}{K_p+K_i+K_d}-1\right]\cdot\left[U(z)-U_M(z)\right]=$$

$$=U_N(z)-\left[\frac{K_p\left(1-z^{-1}\right)+K_i+K_d\left(1-z^{-1}\right)^2-\left(K_p+K_i+K_d\right)\left(1-z^{-1}\right)}{\left(K_p+K_i+K_d\right)\left(1-z^{-1}\right)}\right]\cdot\left[U(z)-U_M(z)\right]=$$

$$=U_N(z)-\frac{1}{\left(K_p+K_i+K_d\right)}\cdot\left(K_i\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}-K_d z^{-1}\right)\cdot\left[U(z)-U_M(z)\right]$$

$$U(z)\left(1-z^{-1}\right)=U_N(z)\frac{1}{(K_p+K_i+K_d)}\left\{(K_i+K_d)z^{-1}\left[U(z)-U_M(z)\right]+K_d z^{-2}\left[U(z)-U_M(z)\right]\right\}$$

$$U(z)=U_N(z)-\frac{1}{\left(K_p+K_i+K_d\right)}\cdot\left(K_i\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}-K_d z^{-1}\right)\cdot\left[U(z)-U_M(z)\right]$$

$$U(z)=U_N(z)-\frac{1}{\left(K_p+K_i+K_d\right)}\cdot\left(K_i\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}}-K_d z^{-1}\right)\cdot\left[U(z)-U_M(z)\right]$$

$$U(z)\left(1-z^{-1}\right)=U_N(z)(1-z^{-1})-\frac{1}{(K_p+K_i+K_d)}\left\{(K_i-K_d)z^{-1}\left[U(z)-U_M(z)\right]+K_d z^{-2}\left[U(z)-U_M(z)\right]\right\}$$

$$u(k)-u(k-1)=u_N(k)-u_N(k-1)-$$

$$-\frac{1}{(K_p+K_i+K_d)}\left\{(K_i+K_d)(u(k-1)-u_M(k-1))-K_d u(k-1)+K_d(u(k-2)-K_d u(k-2))\right\}$$

$$u_N(k)=u_N(k-1)+K_p[e(k)-e(k-1)]+K_i e(k)+K_d[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)]$$

$$u_M(k)=\begin{cases}u_{MAX}, & ak\ \ u(k)>u_{MAX}\\ u(k), & ak\ -u_{MAX}\le u(k)\le u_{MAX}\\ -u_{MAX}, & ak\ \ u(k)<-u_{MAX}\end{cases}$$

$$u(k)=u(k-1)+K_p[e(k)-e(k-1)]+K_i e(k)+K_d[e(k)-2e(k-1)+e(k-2)]-$$

$$-\frac{1}{K_p+Ki+K_d}[(K_i-K_d)(u(k-1)-u_M(k-1))+K_d(u(k-2)-u_M(k-2))]$$