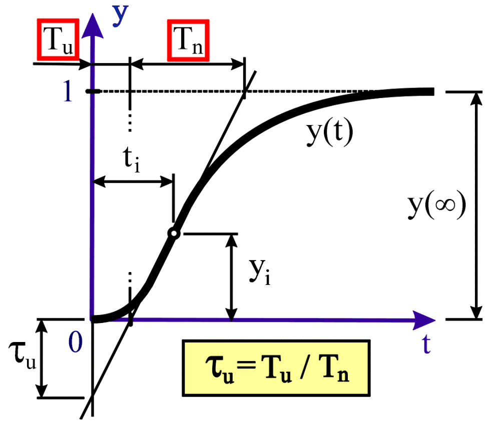
Aproximace přechodových charakteristik metodou prof. Strejce

Zcela přesné určení dynamických vlastností reálných systémů je prakticky nemožné. Vyhodnocení přechodové charakteristiky se obvykle spojuje s **aproximací skutečných vlastností** dynamického systému vlastnostmi náhradního systému s předem zvolenou strukturou. Jedna z nejjednodušších a často používaná aproximace je v praxi dobře osvědčená metoda tečny v inflexním bodě přechodové charakteristiky **h**(t) . Touto metodou lze s dobrými výsledky aproximovat **stabilní statické** dynamické systémy s **minimální fází** **druhého a vyšších řádů bez kmitavých složek** (bez vlastních frekvencí) . Je to nejčastější případ regulovaných soustav, u nichž všechny póly přenosu (kořeny charakteristické rovnice) jsou **reálné záporné** a čitatelem přenosu je konstanta. Uvedená metoda se však dá rozšířit i na aproximaci dynamických systémů s dopravním zpožděním, viz bod 7, resp.12 dále uvedeného postupu. Pro účely aproximace je možné pracovat s odezvou zkoumaného systému **y**(t) vybuzeného z klidu **skokovou** změnou budicího signálu libovolné velikosti **Δu** , potom **y**(t) = **h**(t) **Δu** .

Navrhuje se skutečné vlastnosti systému aproximovat buď přenosem **n-tého řádu s vesměs stejnými časovými konstantami T** nebo přenosem **druhého řádu s různě velkými časovými konstantami** $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$. Pro jeden nebo druhý způsob aproximace se rozhodneme podle úseku $\tau_u = \mathbf{T}_u \,/\, \mathbf{T}_n$, viz obr. 1. Vychází se ze skutečnosti, že přechodová charakteristika je v okolí inflexního bodu takřka přímková, takže lze tečnu v tomto bodě poměrně přesně určit.



obr. 1

Aproximační přenosy :

$$F_a(s) = \frac{\mathbf{K}}{(\mathbf{T}s+1)^n} \qquad \text{pro} \;\; \tau_u > 0{,}104$$

$$F_a(s) = \frac{\mathbf{K}}{(\mathbf{T}_1 s+1)(\mathbf{T}_2 s+1)} \qquad \text{pro} \;\; \tau_u < 0{,}104$$

Postup určení aproximačního přenosu $\mathbf{F}_a(s)$:

1. Změřenou přechodovou charakteristiku, resp. odezvu **y**(t), překreslíme v novém měřítku tak, aby se **ustálená hodnota rovnala jedné**.
2. Nakreslíme tečnu v odhadnutém inflexním bodě přechodové charakteristiky, určíme doby průtahu $\mathbf{T}_u$ a náběhu $\mathbf{T}_n$ a jejich poměr $\tau_u = \mathbf{T}_u \,/\, \mathbf{T}_n$.

3. **Je-li $\tau_u > 0{,}104$** zvolíme pro aproximaci systém **n-tého řádu se stejnými časovými konstantami T**. (Pokud tato podmínka splněna není, pokračujeme podle bodu 8).
4. Podle hodnoty τ_u určíme z tab.1 **nejbližší řád n** aproximačního přenosu a také příslušnou pořadnici y_i inflexního bodu.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τ_u	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493	0,570	0,642	0,709	0,771
y_i	0	0,264	0,323	0,353	0,371	0,384	0,394	0,401	0,407	0,413
T_u / T	0	0,282	0,805	1,425	2,100	2,811	3,549	4,307	5,081	5,861
T_n / T	1,000	2,718	3,695	4,463	5,119	5,699	6,226	6,711	7,144	7,590

tab. 1

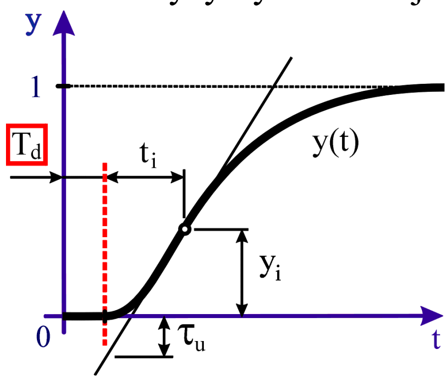
5. Z tab. 1 odečteme hodnotu podílu T_u / T, resp. T_n / T a **určíme časovou konstantu T**. Časovou konstantu lze určit také tak, že z tab. 1 odečteme pořadnici inflexního bodu y_i a z grafu přechodové charakteristiky určíme hodnotu t_i, potom $T = t_i /(n - 1)$. Doporučuje se, zejména v případech, kdy T_u je malá (a je tedy určena s velkou relativní chybou), vyjádřit hodnotu **T** všemi způsoby a uvažovat vážený aritmetický průměr s tím, že **T** odvozené z T_u bereme s poloviční vahou.
6. **Statické zesílení K** určíme jako podíl ustálených hodnot vybuzeného a budicího signálu

$$K = [\, y(\infty) - y(0) \,] / [\, u(\infty) - u(0) \,] = \Delta y / \Delta u$$

Δy … skutečný rozdíl fyzikální veličiny na výstupu dynamického systému $\Delta y = y(\infty) - y(0)$

Δu …velikost realizovaného skoku skutečné fyzikální veličiny na vstupu systému, při kterém byla reakce měřena $\Delta u = u(\infty) - u(0)$.

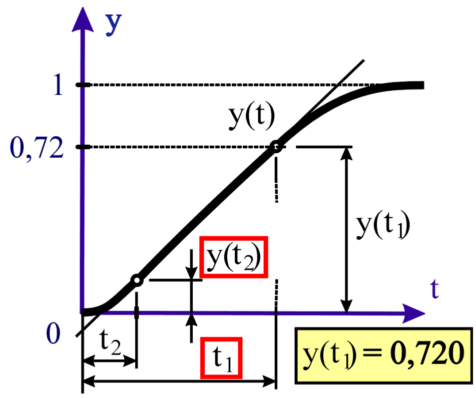
7. Postup podle bodu 4. lze modifikovat i pro systémy **s dopravním zpožděním** T_d. Buď z konstrukce a matematicko-fyzikální analýzy systému objektu hodnotu dopravního zpoždění T_d známe a návrh modifikujeme podle obr. 2 nebo ke skutečně odečtenému τ_{us} (viz obr. 2) najdeme nejbližší nižší hodnotu τ_u uvedenou v tab. 1 a T_d určíme. Další postup je naprosto stejný jako u systémů bez dopravního zpoždění s tím, že výsledný obrazový přenos aproximačního systému bude ve tvaru



$$F_a(s) = \frac{K}{(Ts+1)^n} \cdot e^{-T_d s}$$ T_d ... dopravní zpoždění

8. **Je-li $\tau_u < 0{,}104$** , zvolíme pro aproximaci **systém druhého řádu s různě velikými časovými konstantami** $\mathbf{T}_1$, $\mathbf{T}_2$. Vychází se z toho, že pro hodnotu pořadnice přechodové charakteristiky $\mathbf{y}(t_1) = 0{,}720$ je čas t_1 určen pouze součtem časových konstant systému

$$\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2 = t_1 / 1{,}2564$$



Z grafu přechodové charakteristiky odečteme časový úsek t_1 a součet $(\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2)$ vypočteme .

9. Naopak pro čas

$$t_2 = 0{,}3574\ (\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2) = 0{,}2845\ t_1$$

jsou pořadnice přechodové charakteristiky $\mathbf{y}(t_2)$ nejvíce závislé na poměru časových konstant $\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$. Závislost je uvedena v tab. 2

$\mathbf{y}(t_2)$	0,30	0,29	0,28	0,27	0,26
τ_2	0,0000	0,0228	0,0435	0,0635	0,0837
$\mathbf{y}(t_2)$	0,25	0,24	0,23	0,22	0,21
τ_2	0,1049	0,1280	0,1539	0,1838	0,2196
$\mathbf{y}(t_2)$	0,20	0,19	0,18	0,17	0,1611
τ_2	0,2639	0,3216	0,4031	0,5378	1,0000

tab. 2

Vypočteme t_2 , z grafu přechodové charakteristiky odečteme $\mathbf{y}(t_2)$ a z tab. 2 určíme $\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$.

10. Poměr $\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$ lze určit i jiným způsobem. V případě aproximačního přenosu uvažovaného typu nezávisejí $\tau_u = \mathbf{T}_u / \mathbf{T}_n$ a $\mathbf{y}_i$ na velikosti časových konstant $\mathbf{T}_2$ a $\mathbf{T}_1$, ale pouze na jejich poměru $\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$. Závislosti jsou uvedeny v tab. 3 .

$\tau_u = \mathbf{T}_u / \mathbf{T}_n$	0,016	0,030	0,050	0,062	0,072	0,084	0,092
$\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$	0,02	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40
$\mathbf{y}_i$	0,058	0,104	0,148	0,177	0,197	0,224	0,240
$\tau_u = \mathbf{T}_u / \mathbf{T}_n$	0,097	0,100	0,102	0,103	0,103	0,104	
$\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	
$\mathbf{y}_i$	0,250	0,256	0,260	0,263	0,264	0,264	

tab. 3

Z grafu přechodové charakteristiky odečteme $\mathbf{T}_u$, $\mathbf{T}_n$ a vypočteme $\tau_u = \mathbf{T}_u / \mathbf{T}_n$, z tabulky tab. 3 určíme $\tau_2 = \mathbf{T}_2 / \mathbf{T}_1$.

Součet časových konstant lze stanovit poměrně přesně (viz bod 8), jejich poměr však pro $\tau_2 \to 1$ z tab. 2 , příp. tab. 3 jen dosti nepřesně. Proto pro

$\tau_2 > 0,5$ aproximujeme raději přenosem se stejnými časovými konstantami. Pokud vychází τ_2 podle bodů 9 a 10 různě, doporučuje se uvažovat jejich vážený aritmetický průměr, přičemž τ_2 určené z bodu 10 (zatíženo větší relativní chybou) s poloviční vahou.

11. Vzhledem k tomu, že jsme určili součet a poměr obou hledaných časových konstant $\mathbf{T}_1$ a $\mathbf{T}_2$, můžeme jejich hodnoty z těchto vztahů vypočíst. Hodnotu statického zesílení **K** určíme stejně jako v bodu 6 .
12. Můžeme zřejmě i v tomto případě volit postup podle bodu 7. a zcela analogicky určit aproximační přenos s dopravním zpožděním a obrazovým přenosem ve tvaru

$$\mathbf{F}_a(s) = \frac{\mathbf{K}}{(\mathbf{T}_1 s + 1)(\mathbf{T}_2 s + 1)} \,.\, e^{-\mathbf{T}_d s} \qquad \mathbf{T}_d \text{ ... dopravní zpoždění}$$

Uvedená interpretace je volnou modifikací (JaJ) často používané aproximační metody, původně uvedené v [1] a citované v mnoha odborných publikacích, např. [2], [3], [4], [5], ... aj.

Literatura :

[1] Strejc,V.: O možnostech vyššího využití teorie regulace v praxi. Práce, Praha, 1958.

[2] Strejc,V.: Approximation aperiodischer Űbertragungscharakteristiken. Regelungstechnik 7 (1959), S. 124-128.

[3] Hanuš,B.-Balda,M.-kol.: Základy technické kybernetiky I. /Skriptum/. VŠST/ČVUT, Liberec/Praha, 1979.

[4] Kubík,S.-Kotek,Z.-Strejc,V.-Štecha,J.: Teorie automatického řízení I. SNTL/Alfa, Praha/Bratislava, 1982.

[5] Janeček,J.-Modrlák,O.: Základy technické kybernetiky, příklady. /Skriptum/. VŠST, Liberec, 1990.

JaJ, 10. 2000

KATEDRA ŘÍDICÍ TECHNIKY