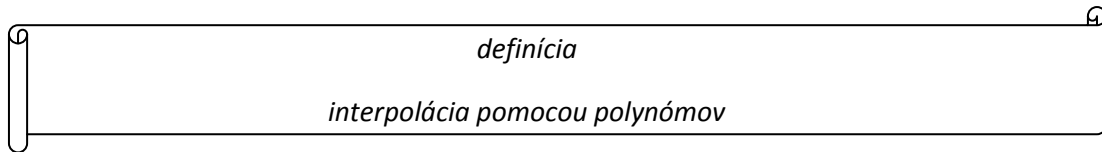


## Využitie interpolácie v programovom prostredí MATLAB



Interpolácia je nástroj pre odhadnutie hodnôt bodov, ktoré sme priamo nenamerali, ale ležia niekde medzi nameranými bodmi.

Polynóm  $P_n(x)$  je interpolačným polynómom množiny bodov  $[x_i, y_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  práve vtedy, ak pre jeho hodnoty v uzloch interpolácie platí  $P_n(x_i) = y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Stupeň  $n$  interpolačného polynómu  $P_n(x)$  je menší nanajvýš rovný  $k - 1$ .

- ⇒ V praxi je metóda interpolácie používaná pokiaľ poznáme danú funkciu  $f(x)$  v určitých diskretných bodoch  $x_i$  a požadujeme aby s aproximovanou funkciou  $\varphi(x)$  súhlasila vo všetkých bodoch  $x_i$ , t. j. platí **interpolačná podmienka**:  $f(x_i) = \varphi(x_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$
- ⇒ Interpolovať dáta teda znamená nájsť z danej sady závislostí tú, ktorá vyhovuje všetkým dátam.
- ⇒ Túto úlohu často potrebujeme v prípadoch kedy poznáme hodnotu funkcie v určitých diskretných bodoch  $x_i \in [a, b]$  a chceme určiť hodnotu v iných bodoch intervalu  $[a, b]$ .
- ⇒ Pri interpolácii sa výsledná aproximovaná funkcia  $\varphi$  volí ako lineárna kombinácia čiastkových funkcií  $\varphi_i$  a teda je riešená úloha hľadania koeficientov  $c_i$ ,  $i=1, \dots, n$  platilo:  $\varphi(x_k) = \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(x_k) = y_k = f(x_k)$ . Funkciu  $\varphi_i$  sú dopredu zvolené.

### Interpolácia pomocou polynómov

- ⇒ Všeobecne platí, že  $(n + 1)$  bodov je možné jednoznačne preložiť polynómom  $n$ -tého stupňa. Pre danú množinu čísel  $x_i$  a pre danú množinu funkcií  $\varphi_i$  je možné vytvoriť množinu funkcií  $v_i$  ortogonálnych na množine  $x_i$  a generujúcich rovnaký priestor ako množina  $\varphi_i$ . Príkladom je takzvaný **Lagrangeov polynóm**.
- ⇒ Ak označíme  $l_k$   $k$ -tým Lagrangeovým polynómom na množine  $x_i$ ,  $k = 1, \dots, n$ , potom môžeme zapísať:

$$l_k = \frac{(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)}$$

- ⇒ Programové prostredie MATLAB poskytuje funkciu **interp1** pre prekladanie dát rôznymi krivkami.

$$y_i = \text{interp1}(x, y, x_i, 'linear')$$

Vektor hodnôt  
interpolačnej  
krivky v bodoch  $x_i$

x-ové a y-ové  
súradnice

- ⇒ Miesto parametru 'linear' je možné použiť napríklad 'spline' (kubické spliny) alebo 'pchip' (čistočná kubická Hermitová interpolácia)

PRÍKLAD 1:

Vytvorte vektor  $x \in \langle 0,10 \rangle$  s krokom 1. Získajte v programovom prostredí MATLAB hodnoty  $y_i = \sin(x)$  a následne tieto body vykreslite a interpolujte lineárnou funkciou funkciu a klasickou kubickou metódou pre nové hodnoty  $x_i \in \langle 0,10 \rangle$  s krokom 0,25.

```
>> x=0:10;
>> y=sin(x);
>> plot(x,y,'rx');
>> xi=0:0.25:10;
>> yi=interp1(x,y,xi,'linear');
>> plot(xi,yi,'g');
>> yi=interp1(x,y,xi,'spline');
>> plot(xi,yi,'b');
>> hold on
>> grid on
>> legend('body x a y','interpolácia lineárnou funkciou v bodoch xi a yi', 'interpolácia s parametrom spline (klasická kubická metóda)')
```

