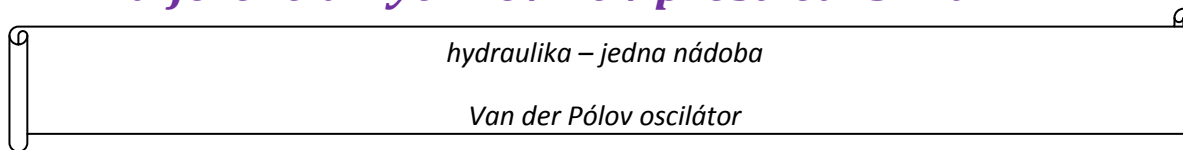
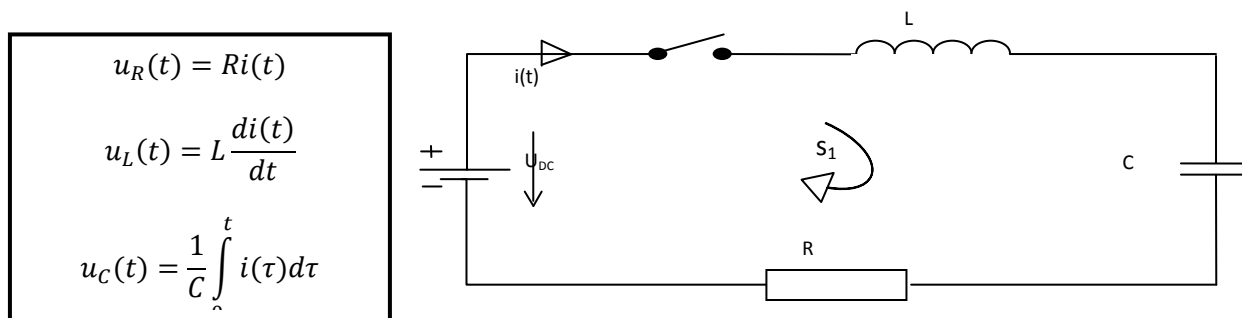


Riešenie systémov lineárnych a nelineárnych diferenciálnych rovníc v prostredí Simulink



PRÍKLAD 1 – NABÍJANIE KONDENZÁTORA



Na základe vzťahov pre napätia na jednotlivých elektronických prvkoch obvodu vieme zostaviť rovnicu podľa 2. Kirchhoffovho zákona, ktorý hovorí, že súčet napätí v ľubovoľnej uzavretej slučke obvodu je rovný nule. Znázornený LRC obvod obsahuje práve jednu slučku s_1 , pre ktorú platí:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = u_{DC}(t)$$

Zavedieme substitúciu pre prúd pretekajúci obvodom:

$$i(t) = C * \frac{du_C(t)}{dt}$$

Pomocou tejto substitúcie sa zbavíme integrálu na pravej strane a získame výslednú diferenciálnu rovnicu 2. rádu popisujúcu nabíjanie kondenzátora cez technickú cievku:

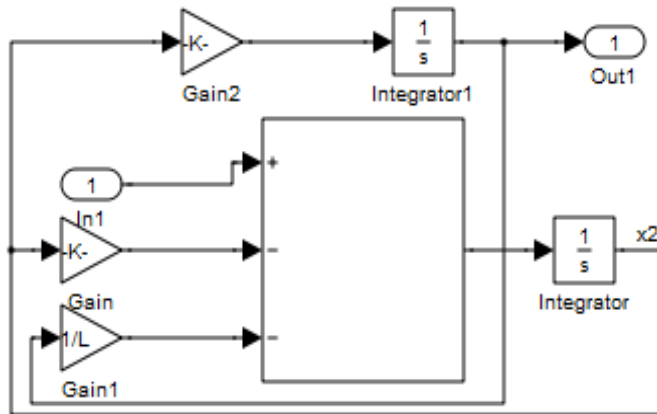
$$CL * \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + CR \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = u_{DC}(t)$$

Túto diferenciálnu rovnicu prevedieme do substitučného kanonického tvaru a následnes týmto tvarom už môžeme modelovať:

$$x_1'(t) = x_2(t)$$

$$x_2'(t) = \frac{1}{CL} u_{DC}(t) - \frac{1}{CL} x_1(t) - \frac{R}{L} x_2(t)$$

Vytvorený model pre nabíjanie kondenzátora cez technickú cievku v prostredí Simulink



PRÍKLAD 2 - HYDRAULIKA

Z nádoby o priereze $S = 2 \text{ m}^2$ a výške $h = 2 \text{ m}$, vyteká voda otvorom na dne nádoby o priereze $S_0 = 0,001 \text{ m}^2$. Hydraulický súčiniteľ je $\alpha = 0,94$. Výška hladiny na začiatku sledovania je $h = 0,1 \text{ m}$. Zistite, ako sa bude meniť v čase výška hladiny $h(t)$ a vytekajúce množstvo Q_0 , keď nebude vždy 1 minútu nič pritekať $Q = 0$ a následne 2 minúty bude pritekať množstvo $0,017 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.

Hmotnosť bilancia systému: $\rho Q = \rho Q_0 = \frac{d(\rho S_N h(t))}{dt}$

Vstupné hmotnostné množstvo

Akumulácia hmotnostného množstva

Výstupné hmotnostné množstvo

Torriceliho vzťah : $v_0 = \alpha\sqrt{2gh} \rightarrow \rho Q_0 = \rho v_0 S_0$

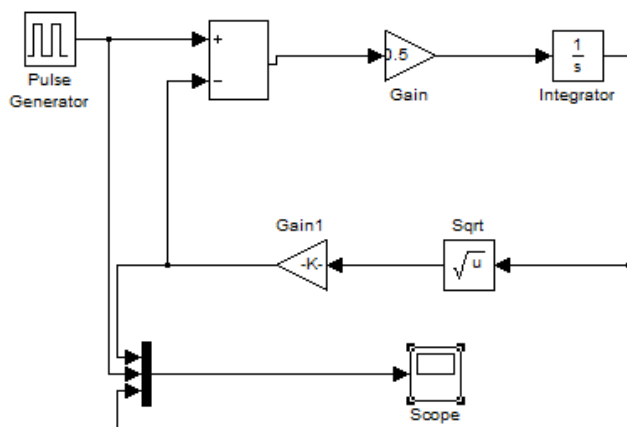
Hmotnostný prietok

Výsledná nelineárna diferenciálna rovnica - závislosť $h(t)$ na prítokového množstva Q :

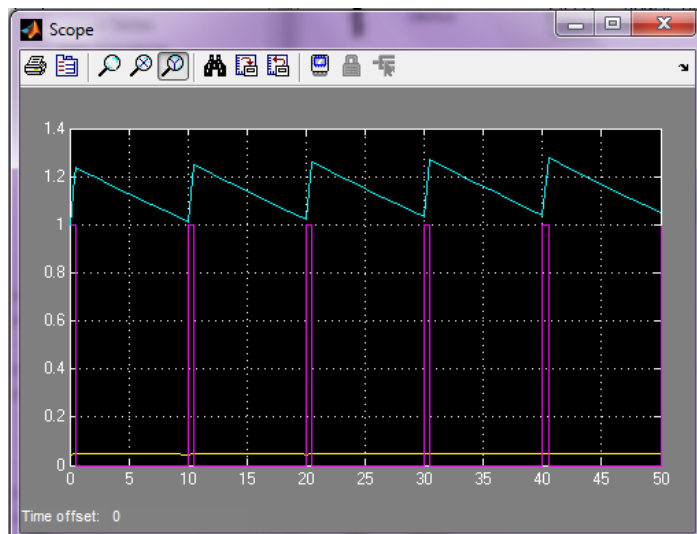
$$S_N \frac{dh(t)}{dt} + \alpha S_0 \sqrt{2gh} = Q \quad h(t=0) = 1; h \in (0,2)$$

$$h(t) = \int_0^t \frac{1}{s} (Q - \underbrace{\alpha S_0 \sqrt{2g}}_{\text{konšt.}} \sqrt{h(t)}) dt$$

Riešenie modelu hydrauliky – jednej nádoby v prostredí Simulink:



Obr. 2 Grafické zobrazenie diferenciálnej rovnice popisujúcej hydraulický systém jednej nádoby v simulačnom jazyku Simulink



Obr. 1 grafické znázornenie systému jednej nádoby

PRÍKLAD 2 – VAN DER PÓLOV OSCILÁTOR

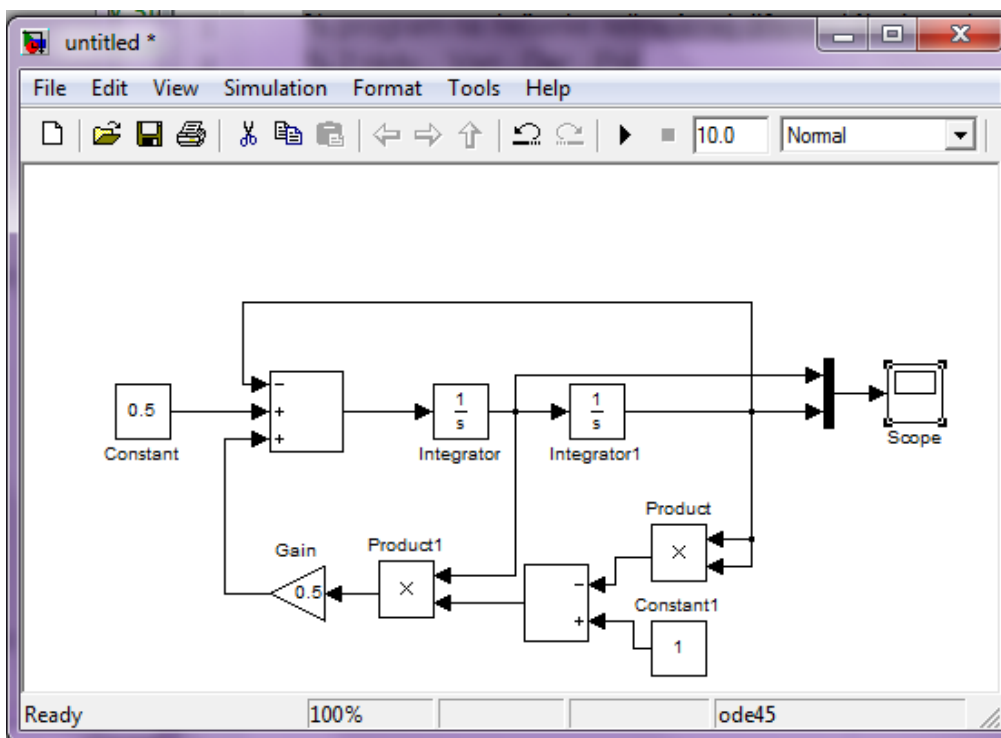
Zostavte simulačný model nelineárneho dynamického systému (Van der Pól – ov oscilátor)

$$x_1'(t) = x_2(t)$$

$$x_2'(t) = A * (1 - x_1^2(t)) x_2 - x_1(t) + u(t)$$

$A = 0,5$ $u(t) = 0.5$

Riešenie modelu Van der Pól ov oscilátov v prostredí Simulink



Obr. 3 diferenciálna rovnica popisujúca Van der Pól ov oscilátor v grafickom prostredí Simulink

Tutoriál 9 – cvičenie 9

