

1. **Analytické riešenie:** Z navrhnutej topológie elektrického obvodu vypočítajte prúdy vo vetvách Metódou Uzlových Napätí (MUN).

2. **Algoritmické riešenie lineárnych algebraických rovníc – aplikácia na príklad z Elektrotechniky:**

V simulačnom jazyku Matlab napíšte program s využitím funkcií pre metódy MSP a MUN na výpočet v definovanej topológii el. obvodu na obr.

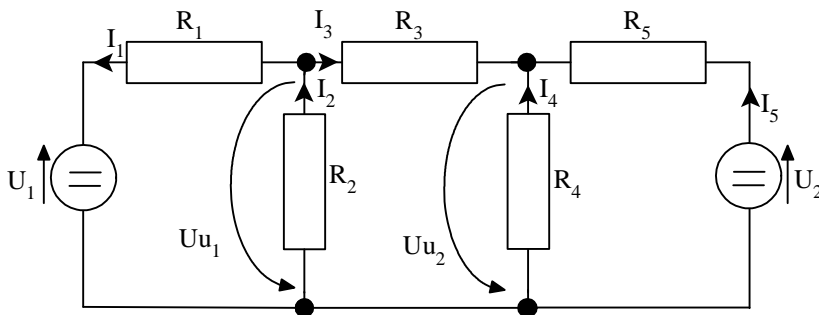
Skúšku správnosti, vykonajte porovnaním výsledkov obidvoch metód.

Pozn. Ak sa prúdy v danej topológii dajú vypočítať iba pomocou jednej z metód, tak skúšku riešenia vykonajte pomocou 1. KZ. (Platí pre všetky neriešené príklady.)

Zadanie:

$$R_1 = 20\Omega \quad R_2 = 20\Omega \quad R_3 = 20\Omega \quad R_4 = 20\Omega \quad R_5 = 20\Omega$$

$$U_1 = 20V \quad U_2 = 20V$$



Analytické riešenie:

Uzly:

Maticový zápis rovníc:

$$Uu_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - Uu_2 \cdot \frac{1}{R_3} = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow \frac{20}{20} = 1$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Uu_1 \\ Uu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_1}{R_1} \\ \frac{U_2}{R_5} \end{bmatrix}$$

$$Uu_2 \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) - Uu_1 \cdot \frac{1}{R_3} = \frac{U_2}{R_5}$$

$$Uu_1 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) - Uu_2 \cdot \frac{1}{20} = 1$$

$$Uu_2 \cdot \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) - Uu_1 \cdot \frac{1}{20} = 1$$

$$\frac{3}{20} \cdot Uu_1 - \frac{1}{20} \cdot Uu_2 = 1 \quad / \cdot 3$$

$$\frac{3}{20} \cdot Uu_2 - \frac{1}{20} \cdot Uu_1 = 1$$

$$\frac{9}{20} \cdot Uu_1 - \frac{3}{20} \cdot Uu_2 = 3$$

$$-\frac{1}{20} \cdot Uu_1 + \frac{3}{20} \cdot Uu_2 = 1$$

$$\frac{8}{20} \cdot Uu_1 = 4$$

$$Uu_1 = 10$$

$$-\frac{1}{20} \cdot Uu_2 + \frac{3}{20} \cdot Uu_1 = 1$$

$$\frac{9}{20} \cdot Uu_2 - \frac{3}{20} \cdot Uu_1 = 3$$

$$\frac{8}{20} \cdot Uu_2 = 4$$

$$Uu_2 = 10$$

Výsledné hodnoty prúdov:

$$I_1 = \frac{U_1 - U_{u_1}}{R_1} = \frac{20 - 10}{20} = 0,5A$$

$$U_{u_1} = I_2 \cdot R_2 \\ 10 = 20 \cdot I_2$$

$$U_{u_2} = I_4 \cdot R_4 \\ 10 = -20 \cdot I_4$$

$$I_2 = \frac{U_{u_1}}{R_2} = \frac{10}{20} = 0,5A$$

$$I_3 = \frac{U_{u_1} - U_{u_2}}{R_3} = \frac{10 - 10}{20} = 0A$$

$$U_2 - U_{u_2} = -R_5 \cdot I_5 \\ 20 - 10 = -20 \cdot I_5$$

$$I_4 = -\frac{U_{u_2}}{R_4} = -\frac{10}{20} = -0,5A$$

$$I_5 = \frac{U_{u_2} - U_2}{R_5} = \frac{10 - 20}{20} = -0,5A$$

Skúška správnosti 1.Kirchhoffovým zákonom:

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$-0,5 + 0,5 + 0 = 0$$

$$0 = 0$$

$$-I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$0 - 0,5 + 0,5 = 0$$

$$0 = 0$$

$$-I_2 - I_4 = 0$$

$$-0,5 + 0,5 = 0$$

$$0 = 0$$

Riešenie v programovacom jazyku Matlab:

HL.program.m

```
%Program na vypocet prudov vo vetvach obvodu podla prilozenej schemy.
%Vypocet sa uskutocnuje metodu sluckovych prudov a metodu uzlovych
%napati na zaklade uzivatelom zadanych hodnot napat. zdrojov a odporov.
U=input('Zadaj hodnoty nap. zdrojov vo Voltoch v tvare "[U1 U2]"\n'); %vstupne hodnoty napati
R=input('Zadaj hodnoty odporov v Ohmoch v tvare "[R1 R2 R3 R4 R5]"\n'); %vstupne hodnoty odporov
```

```
fprintf('\n-----')
%Metoda sluckovych prudov
I=MSP(U,R); %volanie funkcie MSP.m
fprintf('\n-----')
fprintf('\nPrudy vo vetvach vypocitane MSP su:[I(1) I(2) I(3) I(4)I(5)]\n')
I=I %vypis prudov
%skuska pomocou 1.KZ:
if -(I(1)+I(2)+I(3))<1e-6
    if -(I(3)+I(4)-I(5))<1e-6
        if -(I(2)-I(4))<1e-6
            disp('Prudy vo vetvach vyhovuju 1.KZ')
        else disp('Prudy vo vetvach nevyhovuju 1.KZ')
        end
    else disp('Prudy vo vetvach nevyhovuju 1.KZ')
    end
else disp('Prudy vo vetvach nevyhovuju 1.KZ')
end
fprintf('\n-----')
%Metoda uzlovych napati
I=MUN(U,R); %volanie funkcie MUN.m
```

```

fprintf('\nPrudy vo vetvach vypoctane MUN su:[I(1) I(2) I(3) I(4)I(5)]\n')
I=I %vypis prudov
%skuska pomocou 1.KZ:
if -I(1)+I(2)+I(3)<1e-6
    if -I(3)+I(4)-I(5)<1e-6
        if -I(2)-I(4)<1e-6
            disp('Prudy vo vetvach vyhovuju 1.KZ')
        else disp('Prudy vo vetvach nevyhovuju 1.KZ')
        end
    else disp('Prudy vo vetvach nevyhovuju 1.KZ')
    end
else disp('Prudy vo vetvach nevyhovuju 1.KZ')
end
return

```

MUN.m

```

function I=MUN(U,R)
%Vypocet prudov vo vetvach obvodu podla prilozenej schemy na zaklade
%metody uzlovych napati.
%MUN => Metoda uzlovych napati
%I=MUN(U,R)
%I...vektor vetvovych prudov
%U...vektor napati zdrojov
%R...vektor odporov

%Zostavenie rovníc MUN v maticovom tvare:
A=[1/R(1)+1/R(2)+1/R(3), -1/R(3);
    -1/R(3), 1/R(3)+1/R(4)+1/R(5)];
B=[U(1)/R(1); U(2)/R(5)];

%Vypocet uzlovych napati: A*Uzn=B
Uu=A\B;

%Vypocet vetvovych prudov:
I(1)=(U(1)-Uu(1))/R(1);
I(2)=(Uu(1))/R(2);
I(3)=(Uu(1)-Uu(2))/R(3);
I(4)=(-Uu(2))/R(4);
I(5)=(Uu(2)-U(2))/R(5);
return

```