

Numerické riešenie diferenciálnych rovníc

→ aplikácie na lineárnych a nelineárnych dynamických systémoch

5.1 Lineárne diferenciálne rovnice

Funkcie ode23, ode45 → numerické riešenie systému DR pomocou metódy Runge-Kutta 2. A 4. rádu.

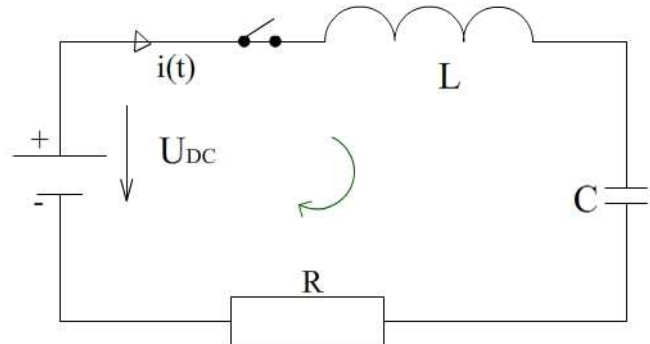
PR1. Vypočítajte a znázorníte prúd a napätia RLC obvodu s parametrami $R = 5\Omega, L = 0,1H, C = 100\mu F$, po pripojení na napätie $U_{DC} = 10V$

Systém popisujú rovnice:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = U_{DC} \quad (1)$$

$$PP: i(0) = 0; u_C(0) = 0 \quad (2)$$

$$i = c * \frac{du_C}{dt} \quad (3)$$



$$\left. \begin{aligned} cL \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + cR \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) &= U_{DC} \quad (4) \\ cL * \ddot{u}_C(t) + cR * \dot{u}_C(t) + u_C(t) &= U_{DC} \end{aligned} \right\} \text{úprava integrálu – diferenciálnych rovníc – na DR2rádu}$$

V prípade, že RLC obvod je pripojený na jednosmerné napätie U_{DC} pri nulových počiatkových podmienkach. ⇒ ako stavové veličiny volíme:

Substitúcia: $x_1(t) = u_C$ $x_2(t) = i$

} Stavové veličiny

(5)

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{1}{C} x_2(t) & \dot{x}_1 &= \dot{u}_C = \frac{x_2}{C} \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{1}{L} (U_{DC} - R \cdot x_2(t) - x_1(t)) & \dot{x}_2 &= i'(t) = c \cdot \dot{u}_C \end{aligned}$$

← systém dvoch DR 1.rádu

Riešenie v Matlabe:

```
% súbor nabikond.m - popis pre nabíjanie kondenzátora v RLC obvode
function xdot = nabikond(t,x) % vracia stupeň derivácie
R=5; L=0.1; C=1e-4; Udc=10;
xdot = [x(2)/C; 1/L*C*(Udc-R*x(2)-x(1))];
```

```
% súbor rlc45nab.m na vyhodnotenie súboru nabikond.m
t0=0; tfin=0.2;
x0=[0 0];
[t,x] = ode45('nabikond',[t0,tfin],x0);
uC=x(:,1); ic=x(:,2);
uR = ic*5; uL=(10-uR-uC);
Subplot(231), plot(t,x(:,1)), title('uC v. t');
Subplot(232), plot(t,x(:,2)), title('i v. t');
subplot(233), plot(uC,ic), title('I v. uC');
subplot(234), plot(t,uL), title('uL v. t');
subplot(235), plot(t,uR), title('uR v. t');
subplot(236), plot(uR,uL), title('uL v. uR');
```

PR2. Vypočítajte a znázorníte prúd a napätia RLC obvodu s parametrami $R=5\Omega$, $L=0,1\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$, ak na kondenzátore bolo v čase $t=0$ napätie $u_{c0}=10\text{V}$.

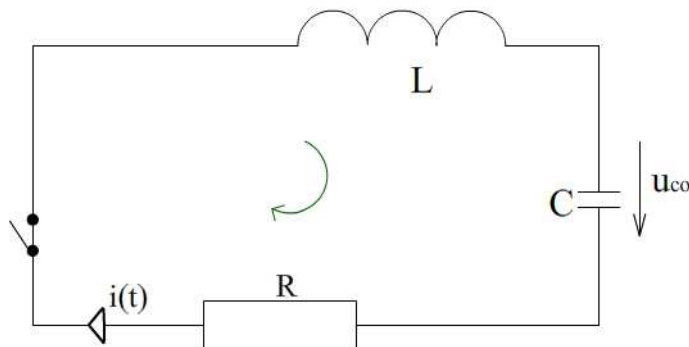
System popisujú DR 2. rádu:

$$L \frac{di^2(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 0$$

$$\frac{di(0)}{dt} = \frac{u_{c0}}{L}$$

$$x_1 = i(t), \quad \dot{x}_1 = x_2 = \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2; \quad \frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{L} \left(-Rx_2 - \frac{1}{C} x_1 \right)$$



```
%súbor vybikond -vybíjanie kondenzátora v obvode s cievkou a R
function xdot=vybikond(t,x); % vracia stavové
R=5; L=0.1; C=1e-4;
xdot=[x(2);1/L*(-R*x(2)-(1/C)*x(1))]; % maticový zápis oboch rovníc
```

```
%súbor rlc23vyb.m na vyhodnotenie súboru vybikond.m
t0=0; tfin=0.1;
x0=[0;-100];
tol=1e-3;
[t,x]=ode23('vybikond',t0,tfin,x0,tol);
ic=x(:,1);
di=x(:,2);
uR=ic*5;
uL=di*0.1;
uC=(-uR-uL);
subplot(121), plot(t,x(:,1)),grid, title('i v. t');
subplot(122), plot(t,x(:,2)),grid, title('di/dt v.t');
```

Pre verziu 6 a vyššie:

[t,x]=ode23('xprim',[t0,tf],xo)

'xprim' → ωxprim